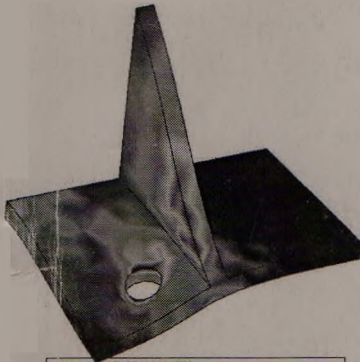


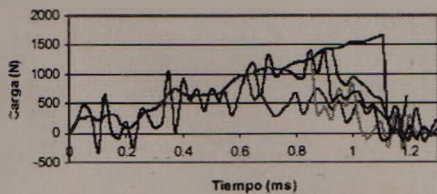
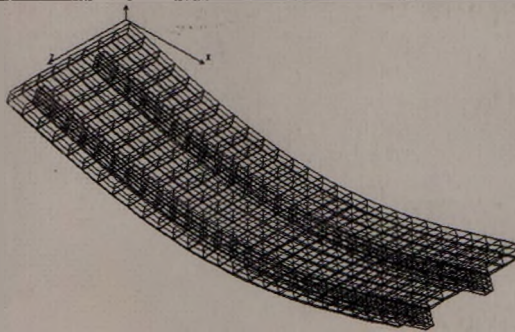


Universidad Nacional del Nordeste
Facultad de Ingeniería
U.N.N.E. – Resistencia - Chaco
10 al 12 de Noviembre de 2004

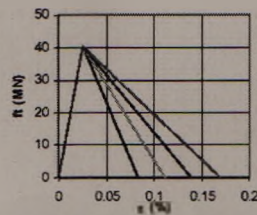


Contour Plot of NODAL V. MISES
Deformation (MID): DISPLACEMENT of LOAD ANALYSIS, step 1.

2^{DA} JORNADA DE COMUNICACIÓN CIENTÍFICA PARA INGENIERÍA 2004



— Cf = 2160 N/m — Cf = 3240 N/m — Cf = 5400 N/m
— Cf = 4250 N/m (DF) — Ens. Laboratorio



— Cf = 2160 — Cf = 3240
— Cf = 5400 — Cf = 4250

Estudio Tridimensional de la Consolidación de Suelos Saturados Bajo la Acción de una Zapata Aislada, mediante el empleo del M.E.F.

Mroginski, Javier L. – Beneyto, Pablo A. – Di Rado, H. Ariel – Manzollilo, Juan E.
Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería.
Universidad Nacional del Nordeste
Av. Las Heras 727, 3500 Resistencia - ARGENTINA.
e-mail: mroginski@javier.net.ar

Antecedentes:

Es sabido que el estudio del proceso de consolidación es de gran importancia en las obras civiles, mas aún en el caso de suelos saturados ya que se presentan con mayor ocurrencia en la práctica de la ingeniería. Estos suelos se caracterizan por estar formados por un sistema bifásicos: fase sólida (partículas materiales del suelo y agua higroscópica) y fase líquida (agua libre y sales disueltas).

El tema de consolidación en suelos comenzó a ser tratado analíticamente a partir de la década del 40, abordándose la teoría fundamental con problemas muy sencillos¹. Recién en la década del 70 fueron considerados problemas más próximos de la realidad, con un enfoque numérico².

El objeto del presente trabajo es mostrar una herramienta computacional capaz de realizar la simulación numérica tridimensional del fenómeno de consolidación en suelos saturados, mediante la resolución por elementos finitos. El software, denominado FECCUND V 2.1, ha sido desarrollado en la Facultad de Ingeniería de la U.N.N.E..

La importancia del estudio de los suelos saturados radica en que, desde el punto de vista de comportamiento mecánico, es uno de los casos más desfavorables de una masa de suelo frente a cargas por las elevadas presiones intersticiales, deformaciones excesivas, hinchamiento y colapso.

Hasta el momento, para resolver los problemas de consolidación de suelos saturados solo se contaba en nuestro departamento con modelos simplificados en dos dimensiones; pero en muchos casos su utilización no arrojaba los resultados esperados o no se podían abordar la totalidad de los casos, surgiendo de esta manera la necesidad de expandir la capacidad de representación del software mencionado.

Al tratarse de una expansión dimensional, se mantienen las características de simpleza del modelado, en cuanto a resolución y cantidad de coeficientes, lo que hace del mismo una alternativa interesante para atacar los problemas descriptos y ofrece la posibilidad de continuar la expansión hacia otras cuestiones de índole físico mecánicas.

Para describir el comportamiento de la masa de suelo saturado, se partirá, como ya se hizo para el caso bidimensional, de un conjunto básico de dos sistemas de ecuaciones

que deben ser resueltas de manera acoplada: equilibrio mecánico, y ecuaciones de continuidad de la fase agua.

Materiales y Métodos

1) Ecuaciones de gobierno

1.1) Ecuaciones de equilibrio

Debido a que el modelo saturado, fue presentado con anterioridad para el caso bidimensional^{3,4,5}, sólo se expondrá el sistema de ecuaciones diferenciales gobernantes del fenómeno de deformación en suelos saturados:

$$G \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + a_1 \frac{\partial u_w}{\partial x_i} + F_i = 0 \quad (1)$$

Donde:

$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ siendo E módulo de elasticidad (Hooke) y μ módulo de Poisson.

$$\lambda = \frac{E\mu}{[(1 + \mu)(1 - 2\mu)]}$$

u_i : componente del desplazamiento

u_w : presión de poro de agua

F_i : fuerza del cuerpo por unidad de volumen

a_1 : Coeficiente de Biot^{1,6}

1.2) Modelo de flujo de la Fase agua

El flujo de agua en suelos saturados puede describirse mediante una combinación de la Ley de Darcy y de la de conservación de masa del fluido.

Matemáticamente se la puede expresar como:

$$-\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho_w \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial x_i} \right) = -n_w c_f \frac{du_w}{dt} + \frac{1}{V} \frac{\partial V_w}{\partial t} \quad (2)$$

Donde:

ρ_w :densidad del agua

γ_w :peso específico del agua

k_{wi} :coeficiente de permeabilidad

n_w :porosidad

c_f :coeficiente de compresibilidad del fluido

V_w :volumen del agua del poro

V : volumen total

2) Modelo adoptado

El problema será discretizado por el método de los elementos finitos^{7,8}. Usando las funciones de interpolación de elementos serendipíticos de veinte nodos para las incógnitas desplazamientos y ocho nodos para las incógnitas presión de poro de agua, obteniendo el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$G \frac{\partial^2 \dot{u}_i}{\partial x_i^2} + (\lambda + G) \frac{\partial^2 \dot{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} + a_1 \frac{\partial \dot{p}_w}{\partial x_i} + \dot{b}_i = 0 \quad (3)$$

$$a_{11} \dot{p}_w - a_1 \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_i} - \frac{k_{ws}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \dot{p}_w}{\partial x_i^2} = 0 \quad (4)$$

Donde:

$$a_{11} = n_w (c_r - c_s) + a_1 c_s \quad (5)$$

$$a_1 = \frac{c - c_s}{c} \quad (6)$$

c_s : Compresibilidad de los granos de sólidos

c : Compresibilidad de la estructura del suelo drenado

Nota: el punto superior de las letras significa derivación con respecto al tiempo (lo que caracteriza la tasa)

Empleando el método de los residuos ponderados de Galerkin, obtenemos la siguiente formulación para elementos finitos (se interpoló el desplazamiento con elementos de 20 nodos y las presiones de poros con 8 nodos):

$$\dot{\underline{u}} = \underline{N}^u \dot{\underline{u}} \quad (7)$$

$$\dot{\underline{p}}_w = \underline{N}^p \dot{\underline{p}}_w \quad (8)$$

$$\underline{K} \dot{\underline{u}} + \underline{C}_{sw} \dot{\underline{p}}_w = \dot{\underline{F}}_s \quad (9)$$

$$\underline{C}_{ws} \dot{\underline{u}} + \underline{P}_{ww} \dot{\underline{p}}_w + \underline{H}_{ww} \dot{\underline{p}}_w = \dot{\underline{F}}_w \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \underline{K} & \underline{C}_{sw} \\ \underline{C}_{ws} & \underline{P}_{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\underline{u}} \\ \dot{\underline{p}}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \underline{H}_{ww} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{u} \\ \underline{p}_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\underline{F}}_s \\ \dot{\underline{F}}_w \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Donde:

$$\underline{K} = \int_{\Omega} \underline{B}^{uT} \underline{D} \underline{B}^u d\Omega \quad (12)$$

$$\dot{F}_s = \int_{\Omega} N^{uT} \dot{b} d\Omega + \int_{\Gamma_c} N^{uT} \dot{t} d\Gamma \quad (13)$$

$$C_{sw} = \int_{\Omega} B^{uT} a_1 N^p d\Omega \quad (14)$$

$$C_{ws} = \int_{\Omega} N^{pT} a_1 B d\Omega \quad (15)$$

$$P_{ws} = \int_{\Omega} N^{pT} a_{11} N^p d\Omega \quad (16)$$

$$H_{ww} = \int_{\Omega} \nabla N^{pT} \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \nabla N^p d\Omega \quad (17)$$

$$F_w = - \int_{\Gamma_w} N^{pT} \dot{q}_w d\Gamma \quad (18)$$

Integrando en el tiempo la (3) se obtiene un sistema incremental que puede ser resuelto para una cierta carga F_s , F_w , obteniéndose las incógnitas u y p_w , que a su vez permiten el cálculo de las deformaciones y las tensiones en el interior de la masa en estudio.

Como se puede observar, la formulación propuesta deriva en un sistema de ecuaciones simétrico, lo que implica una fácil resolución computacional. Es importante destacar la simplificación en cuanto a la obtención de los parámetros de laboratorio, por lo que el modelo propuesto se presenta como una alternativa interesante al momento de tomar una decisión de modelar el comportamiento de los suelos saturados. También es la base que mejor se adapta a una posterior ampliación a casos no saturados.

4) Aplicación: Zapata aislada

Se plantea, de modo ilustrativo el caso de una fundación cuadrada aislada sobre un suelo arcilloso saturado según las siguientes características:

Datos del problema (no necesariamente corresponden a un suelo real):

Dimensiones de la zapata: 0,60m x 0,60m

Dimensiones de la masa de suelo: $a \times b = 3m \times 3m$

Profundidad de la masa de suelo: $h = 3m$

Carga Distribuida en la superficie: $q = 100 \text{ kpa}$

Coefficiente de Poisson: $\nu = 0,3$

Ángulo de fricción interna (rad): $\phi = 0,1745$

Cohesión: $C = 100 \text{ kpa}$

Relación de vacíos inicial: $e = 0.6$
 Coeficiente de Compresibilidad grano: $k_s = 1000000$ kpa
 Coeficiente de Compresibilidad fluido: $k_f = 1000000$ kpa
 Tiempo de aplicación de la carga: 1,0 día

Aprovechando la doble simetría del conjunto estructural zapata-masa de suelo, solo se modela un cuarto del mismo, lo que permite visualizar los diferentes estados de sollicitaciones, en los planos medios o perpendiculares.

En lo que sigue se presentan los resultados obtenidos en cuanto a desplazamientos de la fase sólida, presiones de poro de agua y se grafica los asentamiento en función del tiempo y la variación de la presión de poro en función del tiempo. Para esto se adoptaron dos puntos ubicados sobre la vertical de la zapata, el Punto N° 1 a 0,30m y el Punto N° 2 a 1.00m de la superficie.

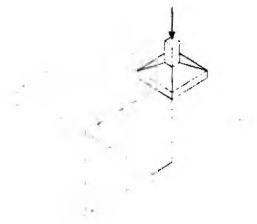


Figura 1: Esquema de la zapata

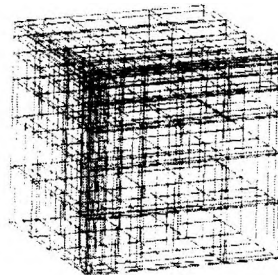


Figura 2: Mallado por elementos finitos hexaédricos

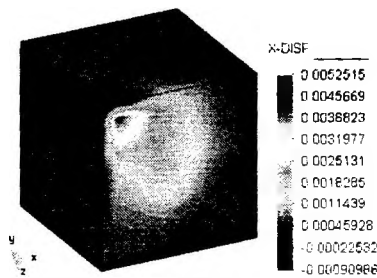


Figura 3: Desplazamientos de la fase sólida según el eje z (iguales a los del eje x)

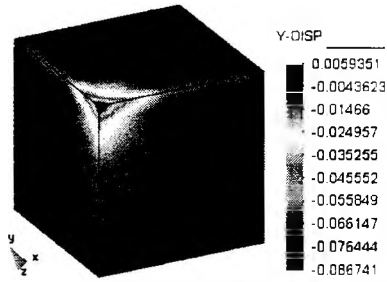


Figura 4: Desplazamientos de la fase sólida según el eje y

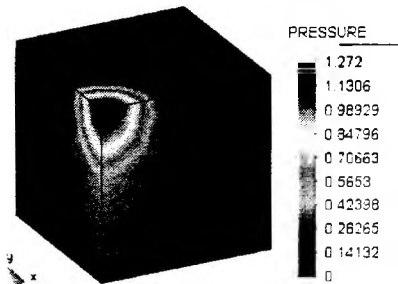


Figura 5: Presión de poro de agua a los 10 días

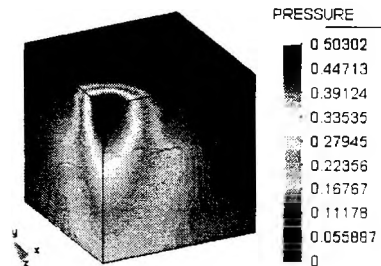
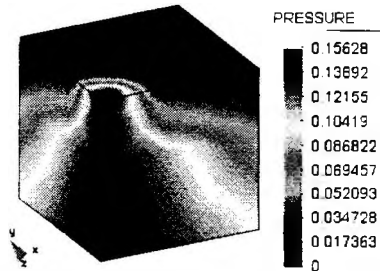


Figura 6: Presión de poro de agua a los 100 días



Figuras 7: Presión de poro de agua a los 1000 días

Las figuras 5, 6 y 7 muestran como se produce la disipación de las tensiones intersticiales dentro de la masa del suelo a medida que transcurre el tiempo.

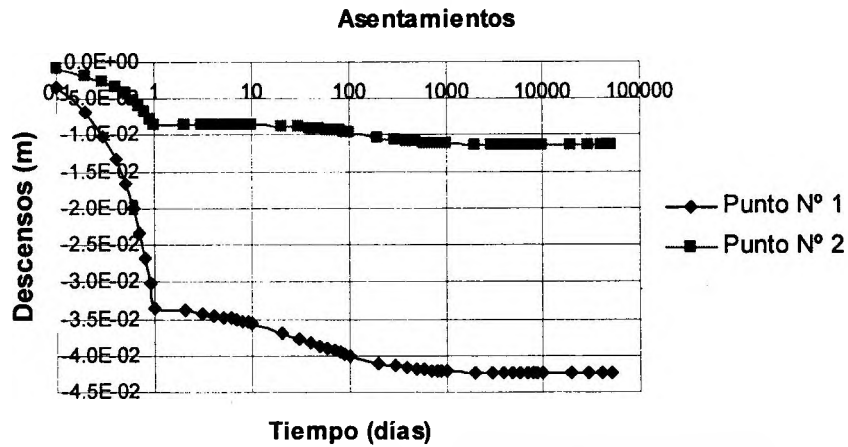


Gráfico 1: Asentamientos de la fase sólida en función del tiempo

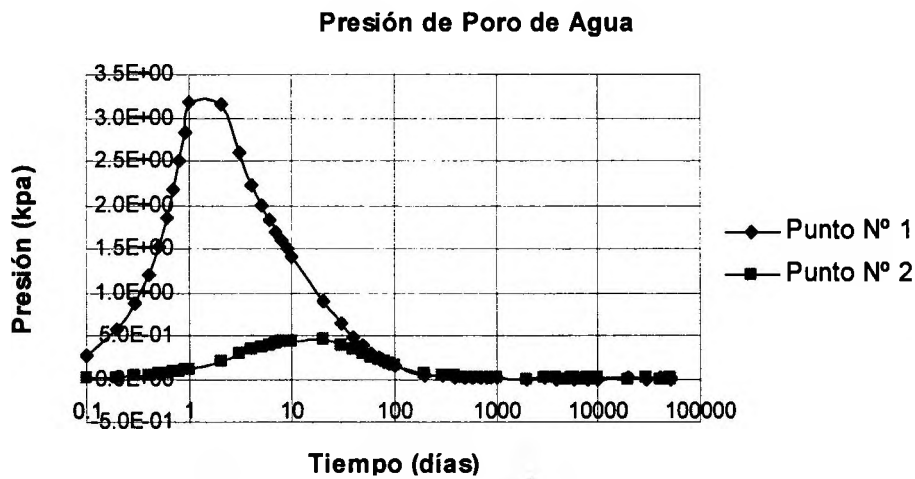


Gráfico 2: Presión de poro en función del tiempo

Discusión de resultados:

En el ejemplo numérico de la zapata flexible aislada, la distribución de descensos en el tiempo graficada en papel logarítmico⁵, presenta una pequeña meseta inicial debido a la toma de cargas por parte de los poros, luego la curva descendente a medida que avanza el drenaje de los líquidos, por supuesto transcurrido el tiempo suficiente. Se observa claramente como el punto situado mas próximo de la superficie presenta una mayor deformación inicial.

El drenaje de intersticios en avanzados estados, es decir, por encima de los 1000 días, deja una distribución de presiones neutras que se asemeja al muy estudiado "bulbo de Boussinesq" empleado en la solución del problema de tensiones en medio elástico infinito, constituyendo una medida más de la coherencia de resultados.

Conclusiones:

- Se ha presentado un modelo para el análisis de consolidación de suelos saturados.
- Se ha presentado el software tres D (FECCUND V 2.1) capaz de resolver el citado problema usando elementos finitos.
- El modelo matemático usado puede ser ampliado considerando problemas no lineales físicos – geométricos y problemas no saturados^{4, 10}.

Bibliografía:

- [1] M. A. Biot. "General Theory of three - dimensional consolidation". J. of Applied Physics, V. 12, pp 155 – 164. 1941.
- [2] C. C. Zienkiewicz, C. Humpheson and R. W. Lewis. "A unified approach to soil mechanics problems (including plasticity and viscoplasticity). In finite elements in Geomechanics". Edited by Gudehus. pp 151 – 177 J. Wiley & Sons, London, UK. 1977.
- [3] H. A. Di Rado, A. M. Awruch, P. A. Beneyto "Consolidation in Saturated Porous Media. Implementation and Numerical Problems". Computational Mechanics. New Trends and Applications (Ed. By S. R. Idelshon, E. Oñate & E. Dvorkin), Part VIII (Application Fields). 1998.
- [4] H. A. Di Rado, A. M. Awruch, P. A. Beneyto, J. E. Manzollilo, "Tópicos en el Análisis no Lineal Físico y Geométrico. Aplicaciones a Consolidación de Suelos". Mecánica Computacional. Tomo 1. Pp. 199-211. Mendoza, Argentina. 1999.
- [5] H. A. Di Rado, P. A. Beneyto, J. E. Manzollilo, A. M. Awruch, "Análisis de Fundaciones Directas Usando el Método de Los Elementos Finitos". CIT Centro de Información Tecnológica. ISSN: 0716-8756 Volumen 10 N° 6 pp 165 a 175. Chile. 1999.
- [6] M. A. Biot. "Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid". J. of Applied Physics, V. 27. pp 459 – 467. 1956.
- [7] J.N. Reddy. "An introduction to the finite element method" Mc Graw – Hill Book Company. 1985.
- [8] A. M. Awruch and H. A. Di Rado, "Introducción al método de los elementos finitos" EUDENE. 1998.
- [9] R. W. Lewis, and B. A. Schrefler. "The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media" J. Wiley & Sons, N. Y., 1987.
- [10] P.A. Beneyto - H. A. Di Rado, - A. M. Awruch, - J. E. Manzollilo, "Unsaturated Analysis. A Simplified Formulation". XII Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones. ENIEF 2001. Vol. 20. pp. 211 a 218. Córdoba, Argentina. Octubre – 2001.