Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXXIV, págs. 2755-2766 (artículo completo) Sebastián Giusti, Martín Pucheta y Mario Storti (Eds.) Córdoba, 8-11 Noviembre 2016

# MODELO DE SIMULACIÓN DE DESACELERACIÓN DE UN AUTOMÓVIL UTILIZANDO FRENO POR FRICCIÓN

Gustavo R. Di Rado<sup>a</sup>, Daniel S. Presta García<sup>b</sup>, Gustavo H. Devincenzi<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Departamento de Vías de Comunicación, Universidad Nacional del Nordeste, Av. Las Heras 727, 3500 Resistencia, Chaco, Argentina, gdirado@ing.unne.edu.ar, http://ing.unne.edu.ar

<sup>b</sup>Departamento de Design e Expressão Gráfica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Av. Osvaldo Aranha 99 sala 408/5, Porto Alegre, RS - Brasil, daniel.garcia@ufrgs.br

<sup>c</sup>Departamento de Computación, Universidad Nacional del Nordeste, Av. Las Heras 727, 3500 Resistencia, Chaco, Argentina, gdevin@ing.unne.edu.ar

Palabras Clave: Desaceleración Estable, Simulación, Dinámica vehicular

**Resumen.** El frenado por fricción es sin duda, el elemento más importante en la consideración de las fuerzas necesarias para la detención de vehículos cuyo sistema de desplazamiento es a través de ruedas con neumáticos de caucho en contacto con la superficie de rodamiento, y que forman lo que se denomina interface rueda – carretera. El efecto de fricción se da primordialmente frenando los ejes del vehículo por accionamiento del dispositivo correspondiente por parte del conductor, en concordancia con el sistema de frenos en función, a disco o tambor, y por intermedio de él a las ruedas y carretera. En el presente trabajo se simulará la desaceleración de un vehículo de paseo terrestre de dos ejes, a partir de diferentes valores de velocidad inicial, generada por frenado por fricción al límite de adherencia, en adición a las fuerzas aerodinámica, rodadura y gravedad, para su utilización en el desarrollo de una herramienta de simulación de conducción de automóviles cuyo objetivo es la verificación de la consistencia geométrica de carreteras bajo diferentes condiciones de uso.

### 1 INTRODUCCIÓN

En la elaboración de proyectos de importancia para el campo de la ingeniería de tránsito y transportes, como por ejemplo, el diseño de intersecciones urbanas (triángulo de visualización), diseño de tiempos de reparto en un semáforo (determinación del tiempo del intervalo de cambio), análisis de la distancia de visualización en curvas de carreteras, etc., o en el área de investigación de accidentes de tránsito, el cálculo de la distancia segura de frenado es primordial.

La performance de frenado de un vehículo es, sin duda, una de las características más importantes que afectan a esta seguridad, y debe ser cuidadosamente verificada en cada unidad fabricada. Su buen desempeño, contribuye fundamentalmente a evitar o disminuir los efectos causados por un accidente de tránsito.

El principal ente regulador sobre las condiciones de seguridad en cuanto al sistema de frenado de los distintos tipos de vehículo es el "U.S. Code of Federal Regulations (CFR)", y precisamente a través de su documento "Federal Motor Vehicle Safety Standard No. 135 (FMVSS N°135)", establece los requerimientos de performance para vehículos livianos en la cual se encuentran los automóviles de paseo.

Esta publicación define las normas generales de testeo de los frenos de servicio y de estacionamiento sobre un amplio rango de condiciones, algunas de las cuales son:

- Coeficiente de adherencia: A menos que se especifique lo contrario, la superficie de prueba debe producir un coeficiente de fricción pico (PFC) de 0.9 cuando se mide utilizando las normas de la "American Society for Testing and Materials (ASTM) E1136", de conformidad con el Método ASTM E 1337-90, a una velocidad de 64,4 kmh (40 mph), sin agua en la pista.
- Pendiente: La pista de ensayo no debe tener un gradiente de más de un 1% en la dirección de la prueba y de no más de 2% perpendicular a la dirección de la prueba.
- Las pruebas se llevan a cabo en carriles de 3.5 mts (11,5 pies.) de ancho.
- Para la prueba con el vehículo en la carga máxima permitida por el fabricante (Peso Bruto) (Gross Vehicle Weight Rating GVWR), la distribución de peso se realiza de manera que se respete la carga máxima permitida por eje (Gross Axle Weight Rating GAWR), con el tanque lleno en su máxima capacidad. Para pruebas con el peso en orden de marcha, el vehículo es cargado con el peso agregado en el asiento delantero.
- La carga de combustible debe ser de 100 % al inicio y no debe ser menor que 75 % en ningún tramo de la prueba.
- Los frenos del vehículo deben cumplir con las mismas condiciones de especificación del fabricante, sin modificaciones, a menos que existan condiciones especiales.
- Los neumáticos deben ser inflados a la presión recomendada por el fabricante a máxima carga.
- Las condiciones del motor deben ser las establecidas por el fabricante.

Los requerimientos en cuanto a distancias de frenado se resumen en los siguientes ítems:

- A menos que sea especificado de manera diferente, el vehículo es detenido en la menor distancia posible en todos los ensayos. Cuando sea necesario más de una parada para un determinado grupo de condiciones, es considerado que el vehículo cumple con los requerimientos correspondientes si al menos una de las paradas cumple con la distancia prescripta.
- Se realiza una prueba de secuencia de bloqueo de ejes para determinar que las ruedas delanteras y traseras bloqueen al mismo tiempo, o al menos que las delanteras

bloqueen a una desaceleración menor.

• Se plantean para cada condición de testeo explicada, ecuaciones para calcular la distancia de frenado de control máxima.

Del párrafo anterior se puede deducir que las pruebas de frenado in situ están influenciadas por un gran número de variables, y la "U.S. Code of Federal Regulations (CFR)" establece que las distancias medidas deben permanecer por debajo de los valores dados por las ecuaciones planteadas.

En este trabajo se realizará un análisis de las ecuaciones que determinan las fuerzas de frenado necesarias para detener el vehículo al límite de adherencia, se calculará el rango de desaceleración a través de simulación computacional y se realizarán comparaciones con testeos a vehículos reales, de ser necesario se procederá a la correspondiente calibración del modelo.

Los vehículos simulados serán:

- Automóvil Chevrolet Corsa 2, 1800 cc, 8 válvulas: Cuenta con sistema ABS, peso (masa) de vehículo medio.
- Automóvil Renault Clío Mio, 1200 cc, 16 válvulas. NO cuenta con sistema ABS, peso (masa) de vehículo liviano.

### 2 FRENADO ASISTIDO POR FRICCIÓN:

La energía cinética del vehículo en el instante exacto en que comienza a frenar y en el instante final, transcurrido un tiempo t, vienen dadas por la Ec. (1) y la Ec. (2):

$$Ec_i = \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{v}_0^2 \tag{1}$$

$$Ec_f = \frac{1}{2} \cdot \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{v}_f^2 \tag{2}$$

Donde *m* es la masa,  $v_0$  la velocidad inicial, y  $v_f$  la velocidad final.

Si combinamos ambas ecuaciones, y las expresamos como energía cinética específica, esto es, energía cinética por unidad de masa, obtenemos la pérdida de energía cinética específica durante el frenado  $Ec_{i-f}$  en el intervalo de tiempo *t*:

$$\boldsymbol{E}\boldsymbol{c}_{i-f} = \frac{1}{2} \cdot \left( \boldsymbol{v_o}^2 - \boldsymbol{v_f}^2 \right)$$
(3)

Por otro lado, en el mismo período t, el vehículo desarrolla un trabajo mecánico  $T_d$  recorriendo una distancia  $d_t$ , que expresado en forma específica es:

$$\boldsymbol{T}_{\boldsymbol{d}} = (\boldsymbol{\mu} \pm \boldsymbol{i}) \cdot \boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{d}_{\boldsymbol{t}} \tag{4}$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de adherencia, *i* la pendiente, y *g* la aceleración de la gravedad.

Si aplicamos el principio de conservación de la energía, y tomando al trabajo mecánico  $T_d$  como la única forma de disipación de la energía cinética, podemos igualar ambas ecuaciones y obtener finalmente la distancia teórica de frenado, Ec. 5 a) y Ec. 5b) adicionando la distancia que recorre el vehículo hasta que el usuario presiona el dispositivo de freno, donde  $t_{reac}$  es el tiempo de reacción que puede variar entre menos de 1 seg (tests) a 2.5 seg o mas según la situación (Roess R. et. al., 2004).

$$a)\frac{1}{2} \cdot \left( \mathbf{v}_0^2 - \mathbf{v}_f^2 \right) = \left( \boldsymbol{\mu} \pm \boldsymbol{i} \right) \cdot \boldsymbol{g} \cdot \boldsymbol{d}_t \Longrightarrow \boldsymbol{d}_t = \frac{\left( \mathbf{v}_0^2 - \mathbf{v}_f^2 \right)}{2 \cdot \boldsymbol{g} \cdot \left( \boldsymbol{\mu} \pm \boldsymbol{i} \right)}$$

$$b)\boldsymbol{d}_{real} = \mathbf{v}_0 \cdot \boldsymbol{t}_{reac} + \frac{\left( \mathbf{v}_0^2 - \mathbf{v}_f^2 \right)}{2 \cdot \boldsymbol{g} \cdot \left( \boldsymbol{\mu} \pm \boldsymbol{i} \right)}$$
(5)

Considerando que la velocidad final  $v_f$ , puede ser cero.

El frenado ideal puede ser definido como la condición en la cual todas las ruedas frenan con el mismo coeficiente de adherencia longitudinal  $\mu$ .

Las principales fuerzas que actúan en la desaceleración de un vehículo son mostradas en la Fig. 2.1, y ellas determinan en mayor y menor proporción la capacidad de frenado, y la distancia que recorrerá el rodado hasta detenerse.

Casi todas ellas han sido estudiadas detenidamente en (Di Rado et. al., 2011) como aquellas que se oponen al movimiento en el momento en que el vehículo está acelerando, solo nos resta analizar la fuerza de frenado, en este caso, la generada por fricción en el sistema de frenos.

El sistema de frenos de un vehículo actúa de manera directa y por fricción sobre las ruedas, y a través de ella sobre la huella de contacto con la superficie de rodamiento (interface rueda – camino), y se torna en la fuerza de retardo más importante.

Cuando dicha fuerza se encuentra por debajo del límite de adherencia entre el neumático y la superficie, viene dada por la ecuación:

$$F_b = \frac{T_b - \sum I \cdot \alpha_w}{R_e} \tag{6}$$

En donde  $F_b$  es la fuerza de frenado,  $T_b$  es el torque de frenado, I la inercia rotacional de la rueda y  $\alpha_w$  es la desaceleración angular correspondiente y  $R_e$  es el radio efectivo.

La ecuación general que modela la performance de frenado se deriva de la segunda ley de Newton Ec. (7) de manera similar a como fue planteada para la aceleración (Di Rado et. al., 2011).

Para el cálculo de la aceleración a(x(t)), las fuerzas de frenado delantera y trasera  $F_{bf}$  y  $F_{bt}$  respectivamente, se ven asistidas por la fuerza de desaceleración del motor  $F_{fm}$  (Di Rado et. al., 2014), las resistencias a la rodadura frontal y trasera  $R_{rf}$  y  $R_{rt}$ , y la resistencia aerodinámica  $R_a$ . La fuerza gravitacional  $R_g$  actúa según sea la pendiente ascendente o descendente.

$$-m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -F(x(t)) = -\frac{W}{g} \cdot a(x(t)) = -(F_{bf} + F_{bt}) \cdot \delta - F_{fm} - R_a - R_{rf} - R_{rt} \pm R_g$$
(7)

La variable m es la masa efectiva del vehículo sin afectarla de los componentes rotacionales de la transmisión (Genta, 2006) y  $\delta$  es el coeficiente de calibración del modelo.

Durante el frenado, se produce una transferencia de peso desde el eje trasero al eje delantero, al contrario de lo que ocurre en la aceleración, y se invierte la fuerza de inercia (Fig. 2.1) (Wong J. Y, 2001), provocando que la exigencia de frenado en las ruedas delanteras sea mayor, y por lo tanto el vehículo debe disponer de un sistema de distribución de fuerzas de frenado adecuado a esta circunstancia. Esto se logra a través de un diseño equilibrado cuando no hay bloqueo de neumáticos, que puede ser realizado adecuando las presiones del sistema hidráulico y las áreas de los pistones de freno delantero y trasero. En gran parte del parque automotor actual, se utilizan frenos de disco en el eje delantero y frenos de tambor en

el eje trasero.



Figura 2.1: Esquema de fuerzas que desaceleran el vehículo.

Considerando las ecuaciones de equilibrio de momentos con respecto a los puntos de contacto de las ruedas delanteras y traseras con la superficie, el peso transferido delantero  $W_f$  y el trasero  $W_t$  pueden ser calculados respectivamente como:

$$W_{f} = \frac{1}{L} \left[ W \cdot \cos(\alpha) \cdot l_{2} + h \cdot \left( \frac{W}{g} \cdot a - R_{a} \pm W \cdot sen(\alpha) \right) \right]$$
(8)

$$W_{t} = \frac{1}{L} \left[ W \cdot \cos(\alpha) \cdot l_{1} - h \cdot \left( \frac{W}{g} \cdot a - R_{a} \pm W \cdot sen(\alpha) \right) \right]$$
(9)

Donde *a* es la desaceleración, *W* es el peso total del vehículo,  $\alpha$  es la inclinación de la vía, *L* es la distancia entre ejes,  $l_1$  y  $l_2$  la ubicación del centro de gravedad en dirección paralela a la distancia entre ejes, *h* es la altura del centro de gravedad en dirección perpendicular a la distancia entre ejes, *g* es la aceleración de la gravedad.  $R_a$  ya fue explicada, y se supone que está aplicada en el centro de gravedad y no en el centro de presiones.

En el modelo, no se consideran las cargas aerodinámicas verticales sobre cada tren, ya que tienen baja incidencia en el contexto de la simulación realizada para automóviles comunes de calle sin dispositivos especiales como spoilers o alerones. Esta fuerza es generalmente despreciada excepto para automóviles de competición (Genta, 2006).

El equilibrio de fuerzas horizontales se puede obtener despejando de la Ec. (7):

$$F_b + R_r = F_{bf} + F_{bt} + R_r = \frac{W}{g} \cdot a - R_a \pm R_g$$
(10)

Sustituyendo en Ec. (8) y Ec. (9), obtenemos los pesos transferidos en función de la fuerza de frenado:

$$W_f = \frac{1}{L} \left[ W \cdot \cos(\alpha) \cdot l_2 + h \cdot \left( F_b + R_r \right) \right]$$
(11)

$$W_t = \frac{1}{L} \left[ W \cdot \cos(\alpha) \cdot l_1 - h \cdot \left( F_b + R_r \right) \right]$$
(12)

Finalmente, con las cuatro ruedas asistiendo en la desaceleración, la fuerza de frenado límite máxima previa al deslizamiento en la interface rueda – carretera se determina por las cargas verticales transferidas sobre los ejes y el coeficiente de adherencia:

$$F_{bf \max} = \mu \cdot W_f = \frac{\mu \cdot W \cdot \cos(\alpha) \cdot [l_2 + h \cdot (\mu + f_r)]}{L}$$
(13)

$$F_{bt\max} = \mu \cdot W_f = \frac{\mu \cdot W \cdot \cos(\alpha) \cdot [l_1 - h \cdot (\mu + f_r)]}{L}$$
(14)

Donde  $\mu$  es el coeficiente de adherencia.

Aplicando la Ec. (13) y la Ec. (14), acopladas en la Ec. (7), e integrándola por Runge y Kutta 4, se logra la desaceleración del vehículo al límite del deslizamiento.

Al realizar la comparación con resultados obtenidos de campo por revistas especializadas, las fuerzas  $F_{bfmax}$  y  $F_{bfmax}$  pueden ser afectadas de un coeficiente de calibración en su ingreso a la Ec. (7).

El coeficiente de calibración depende de la diferencia entre los valores obtenidos en las pruebas de campo, y en la simulación (por ejemplo por la colocación de dispositivos especiales en el modelo ensayado, no correspondientes al modelo original). Generalmente está muy cerca de 1.

## **3 PROCESO Y RESULTADOS OBTENIDOS DE LA SIMULACIÓN:**

Uno de los parámetros obtenidos a través de la interface del simulador, es la distancia de frenado, que es calculada en tiempo real a medida que se produce la desaceleración del vehículo por medio de la acción del usuario (Fig. 3.1.), con resultados parciales entre la velocidad de inicio y la final.



Figura 3.1: Cálculo de distancia de frenado en tiempo real.

2760

La obtención de este valor de manera explícita, es muy importante desde el punto de vista del análisis de situaciones de frenado extremas.

El proceso se inicia al presionar la tecla de retroceso, siempre y cuando el vector velocidad del vehículo sea positivo, mayor que cero, y termina al soltar dicha tecla. La velocidad inicial y final pueden tener cualquier valor y la distancia es calculada en ese entorno.

El diagrama de flujo se presenta en Fig. 3.2.



Figura 3.2: Diagrama de flujo para proceso de frenado y cálculo de la distancia de frenado.

En el diagrama se observa que el proceso de frenado es retroalimentado, con una  $\xrightarrow{\rightarrow}$  condición de verificación para la velocidad  $\stackrel{\rightarrow}{v} > 0$ , que debe ir disminuyendo afectada por la aceleración negativa, hasta hacerse cero, y en este punto, el vehículo sale del enlace, conecta la reversa y comienza a retroceder.

A partir del condicionamiento, la secuencia es lineal, efectuando el cálculo de los parámetros de resistencia al desplazamiento explicados en la Ec. (7), de las fuerzas de frenado postuladas en las Ec. (13) y Ec. (14), y de la aceleración, velocidad y desplazamiento integradas numéricamente.

Para la determinación de la distancia de frenado, al inicio del bucle, se detecta la posición inicial del vehículo  $\vec{Pi}_i$ , y luego de los cálculos mencionados en el párrafo anterior, la posición final  $\vec{Pf}_i$  en el loop actual. Con las dos posiciones se calcula la norma como distancia parcial, y se adiciona a la distancia del paso anterior. Por último se publica el valor en la interface Fig. 3.1, y vuelve a entrar en el bucle, mientras se mantenga presionada la tecla de retroceso.

Los resultados de la simulación obtenidos sobre los vehículos mencionados en el capítulo de introducción se comparan con pruebas in situ realizadas por revistas especializadas, y se corrigen variables en donde se necesite.

Las condiciones en las cuales se realizaron las pruebas no se especifican en números, para lograr una validación experimental precisa, por lo cual en algunos casos la distancia de frenado en el ensayo resulta menor que la calculada. De cualquier manera, la superficie de rodamiento es asfalto promedio con un  $\mu \approx 0.85$  y  $\alpha = 0$ , siendo estos los parámetros respetados en la simulación.

En los 3 testeos disponibles realizados al Chevrolet Corsa II, se ha encontrado una discrepancia grande en uno de ellos (Auto al Dia, 2012), en el rango de velocidad de 120 - 0 kph, en donde se presenta una distancia de frenado de 56.25 mts, contra 67.4 mts y 67.9 mts (~17 %) (Ec. 15) de (Test del Ayer, 2012) y de (A Todo Motor, 2002) respectivamente. En los otros rangos presentados tenemos valores similares, de 90 – 0 kph ~30 mts, 60 – 0 kph ~15 mts.

$$(d)dif_{\%} = \frac{(d)_{test} - (d)_{sim}}{(d)_{sim}} \cdot 100$$
(15)

Las curvas de simulación para este caso son presentadas en fig. 3.3, para rangos de velocidades de 140 - 0 kph, 120 - 0 kph y 100 - 0 kph, coincidiendo con algunos intervalos de los que figuran en los testeos in situ. En este caso, el coeficiente de calibración  $\delta$  se lo fijó en "1", y los otros parámetros en correspondencia con el modelo de vehículo y la pista.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

- 140 0 kph en 86.8 mts
- 120 0 kph en 65.2 mts
- 100 0 kph en 42.9 mts

Como se puede observar, existe una buena aproximación con los testeos presentados en fig. 3.3 y fig. 3.4.

En el rango de 140 - 0 kph, tenemos la prueba realizada en fig. 3.3, con una distancia de 85 mts, y una diferencia de aproximadamente 2% (Ec. (15)) menos que la simulación.

En el rango de 120 - 0 kph, en (Auto al Dia, 2012), la distancia de frenado es de 56.25 mts y en este caso la diferencia asciende a aproximadamente un 14% menos que la simulación,

sin embargo la diferencia es de 3.4% con el valor de (Test del Ayer, 2012) y de 4% comparando con (A Todo Motor, 2002).

En el rango de 100 - 0 kph, en (Test del Ayer, 2012), la distancia de detención es de 44.1 mts, aproximadamente 3% más que la simulación.



Figura 3.3: Curvas de frenado obtenidas en la simulación - Chevrolet Corsa II

Los testeos de frenado obtenidos para el automóvil Renault Clío 1.2 son presentados en (TN Autos Progr 27, 2015), (16 válvulas, 2013) y (Auto al Día, 2013), realizados por distintos programas y revistas especializadas. Las variaciones en el rango de 100 - 0 kph, son pequeñas, y pueden deberse a pequeñas diferencias en los parámetros mencionados en la introducción.

En el primer enlace se testeó un Renault Clío Mío Dynamique 1.2 16v, y su distancia de frenado de 100 - 0 kph fue de 46 mts, mientras en el segundo enlace, el mismo vehículo, en el mismo rango de velocidad frenó en 49.54 mts, como se observa en la curva presentada en fig. 3.4, un 7.7% más.

Un punto especialmente importante de destacar, es la observación de la función representada por el perfil de la curva experimental de fig. 3.4, graficada en fig. 3.5 con la nomenclatura "100 – 0 kph Exp." y su comparación con la función de la curva simulada "100 – 0 kph TR", en la cual se contempla un tiempo de retardo de aproximadamente 0.5 seg. (Ec. 5) y un  $\mu = 0.82$ . Vemos una gran coincidencia en el desarrollo de la función e incluso en el valor final. La curva nomenclada "100 – 0 kph", representa la frenada pura, es decir, no contempla el tiempo de retardo.



Figura 3.4: Test Realizado a Renault Clío Mio 1.2 – 16 válvulas, 2013

Comparando valores intermedios cada 20 kph, se puede observar que en principio las curvas coinciden hasta aproximadamente los 75 kph, para luego comenzar a separarse levemente y finalmente llegar a una diferencia de 1.10 % en el frenado total.

Velocidad (kph)	Experimental (mts)	Simulación (mts)	Diferencia (%)
100	0	0	0
80	20	20	0
60	35.2	32.8	7.3
40	43.5	41.8	4
20	47.8	47.2	1.3
0	49.54	49	1.1

Así, tendremos:

Tabla 3.1: Comparación entre las distancias de frenado experimental y simulada. Clío 1.2 16v.

De 120 - 0 kph, la distancia de frenado medida en campo es de 71.5 mts (Auto al Día, 2013), y la obtenida de la simulación con TR = 0.5 seg y  $\mu$  = 0.85 es de 67.3 mts (fig. 3.8), aproximadamente 6% menos.



Figura 3.5: Curvas de frenado a diferentes velocidades.

### 4 MÉTODO DE INTEGRACIÓN:

En el presente trabajo se ha utilizado el método de Runge-Kutta 4, a los efectos de obtener la aceleración del vehículo según el modelo presentado en la Ec. (10).

### 4.1 Método de Runge-Kutta 4:

Los métodos de Runge-Kutta expresan la solución de la siguiente manera:

$$\mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i + \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, \mathbf{h}) \cdot \mathbf{h} \tag{16}$$

En donde  $\phi(x_i, y_i, h)$  se denomina función incremental, y puede ser interpretada como la pendiente representativa del intervalo. La función incremental puede ser escrita como:

$$\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{a}_1 \cdot \boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{a}_2 \cdot \boldsymbol{k}_2 + \dots + \boldsymbol{a}_n \cdot \boldsymbol{k}_n \tag{17}$$

La forma clásica del método de Runge-Kutta de 4º orden es la siguiente:

$$\Delta y = \frac{1}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]$$

$$k_1 = \Delta h [f(x, y)]$$

$$k_2 = \Delta h \left[ f \left( x + \frac{1}{2} \Delta h, y + \frac{1}{2} k_1 \right) \right]$$

$$k_3 = \Delta h \left[ f \left( x + \frac{1}{2} \Delta h, y + \frac{1}{2} k_2 \right) \right]$$

$$k_4 = \Delta h [f(x + \Delta h, y + k_3)]$$
(18)



Figura 3.2.1 Obtención de la pendiente promedio para aproximación a la solución.

Cada uno de los ks de la Ec. (18) representa una pendiente, y  $\Delta y$  el promedio pesado de la pendiente mejorada.

### **5** CONCLUSIONES:

El modelo acoplado con las fuerzas de frenado del motor, fuerzas aerodinámicas y de rodadura, y acción de la gravedad, permite realizar mediciones de tiempo y distancia de frenado neta e incluyendo tiempos de retardo del usuario y adición de la distancia inicial generada en ese retardo en concordancia con la relación de marcha en ese período de tiempo.

Se pueden alterar variables, calibrando parámetros de adherencia y masa del vehículo, configuración geométrica del centro de gravedad, coeficiente de penetración, tipo de neumáticos, tipo de superficie de rodamiento.

Las pruebas efectuadas con el modelo desarrollado, han demostrado una aproximación aceptable con los testeos experimentales, tanto en el valor final como en la forma y desarrollo de la curva que representa el fenómeno físico.

En futuros trabajos, se abordará el tránsito en curvas y su estabilidad, en carreteras planas, onduladas y montañosas.

#### REFERENCIAS

U. S. Department of Transportation, Laboratory test procedure for FMVSS 135, Light Vehicle Brake Systems, TP-135-01, Diciembre 2005

Wong J. Y., Theory of Ground Vehicles, John Wiley & Sons INC., 2001.

Genta Giancarlo, Motor Vehicle Dynamics Modeling and Simulation, World Scientific, 2006

- Di Rado G. R., Devincenzi G. H., Use of rolling resistance's empiric equations in a driving simulator, Revista Carreteras, Index Scopus, Asociación Española de Carreteras, ISSN: 0212 6389, Número de la edición 161, Pág. 70 a Pág. 78, Madrid, España, Septiembre Octubre 2008.
- Di Rado G. R., Devincenzi G. H., *Effect of Aerodynamic Resistance on car's Acceleration*, Revista Carreteras, Index Scopus, Asociación Española de Carreteras, ISSN: 0212 – 6389, Número de la edición 163, Pág. 76 a Pág. 80, Madrid, España, Enero – Febrero 2009.
- Dr. Hart Peter M., Engine Brake Safety and Operational Considerations, National Transport Commission report, 2006.
- Gillespie T. D., *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, Society of Automotive Engineers, Inc, 1992
- Rajamani R., Vehicle Dynamics and Control, Springer, 2006.
- Roess R., Prassas E., Mc Shane W., Traffic Engineering, Pearson Prentice Hall, 2004.
- Di Rado G. R., Devincenzi G. H., Presta García Daniel S., *Aplicación del Método de Integración Numérica de Ecuaciones Diferenciales Runge Y Kutta 4 (Rk4) a un Modelo de Simulación Longitudinal de Dinámica Vehicular Terrestre*, Mecánica Computacional Vol. XXX, págs. 2907-2927, Asociación Argentina de Mecánica Computacional AMCA.
- Di Rado G. R., Presta García Daniel S., Devincenzi G. H., Modelo De Simulación De Desaceleración De Un Vehículo De Paseo Terrestre Utilizando Freno De Motor, Mecánica Computacional Vol. XXXIII, págs. 2287-2301, Asociación Argentina de Mecánica Computacional AMCA.
- Palmer Grant, Physics for Game Programmers, Apress, 2005
- Naunheimer Harald, Bertsche Bernd, Ryborz Joachim, Novak Wolfgang, Automotive Transmissions, Springer, 2011.
- https://www.youtube.com/watch?v=jKNM6TTR0LY, Test Auto al día Chevrolet Corsa II, 2012.
- http://www.testdelayer.com.ar/pruebas/chevrolet-corsa-ii-gls.htm, Test del Ayer, 2012
- http://www.testeados.com/2012/09/prueba-chevrolet-corsa-gls-18.html, A Todo Motor N° 91, 2002.
- https://www.youtube.com/watch?v=gGAEqVaOQ9s, TN Autos programa 27, 2015.
- https://www.16valvulas.com.ar/probamos-el-renault-clio-mio/, 16 Válvulas, 2013.
- https://www.youtube.com/watch?v=YNM0BjmeVMA, Test Auto al Día Clío Mío, 2013