



Docencia
Investigación
Extensión
Gestión

**Comunicaciones
Científicas y Tecnológicas
Anuales
2011**



La información contenida en este volumen es absoluta responsabilidad de cada uno de los autores.

Quedan autorizadas las citas y la reproducción de la información contenida en el presente volumen con el expreso requerimiento de la mención de la fuente.

COMPILACIÓN:

Secretaría de Investigación

COORDINADOR EDITORIAL:

Arq. Mgter. Marcelo Andrés Coccato

COMISIÓN EVALUADORA:

Arq. Dra. Laura Alcalá // D.G. Cecilia Roca Zorat // Arq. Ana Lancelle // Arq. Carlos E. Burgos
Arq. Claudia Pilar // Arq. Herminia Alías // Arq. María Elena Fossatti // Arq. Dra. Paula Valdes //
Arq. Marina Scornik // Arq. Marcela Bernardi // Arq. Emilio Morales Hanuch
Arq. Daniel Vedoya // Arq. Mario Ruben Berent

DISEÑO GRÁFICO:

D.G. Dario Felix Saade

Imagen de portada: Casa de Ceramica del Arq. Wang Shu (2003-2006) Premio Pritzker 2012

Colaboración en Edición:

Lic. Veronica Berrini

© EDIFAU

Facultad de Arquitectura y Urbanismo

Universidad Nacional del Nordeste

(H3500C0)Av. Las Heras 727 | Resistencia | Chaco | Argentina

Web site: <http://arq.unne.edu.ar>

ISSN: 1666 - 4035

Reservados todos los derechos

Impreso en Corrientes, Argentina.

Junio de 2012



007. INCORPORACION DE PROCESOS MATEMÁTICOS POR APROXIMACIÓN UTILIZANDO EL CÁLCULO NUMÉRICO

Mazzaferro, Gerardo - De Uria, Luis
gerardomazzaferro@hotmail.com // luisdeuria@gmail.com

RESUMEN

Si bien la matemática es una ciencia exacta, no siempre al resolver problemas de Arquitectura y de Diseño es necesario obtener un valor exacto, en esos casos se hace necesario recurrir a la utilización de herramientas matemáticas, procesos o modelos, que consienten solucionar situaciones reales mediante cálculos aproximados.

El objetivo de este trabajo es que los estudiantes puedan plantear y satisfacer escenarios problemáticos mediante el manejo de herramientas matemáticas no convencionales.

Para ellos proponemos la incorporación en forma práctica de la utilización del polinomio de LAGRANGE para la interpolación de puntos prefijados, ya que puede recurrirse a dicho polinomio para los temas de análisis matemáticos, como el cálculo de áreas, determinación de puntos críticos y cálculo de volúmenes, longitud de un arco de curva y áreas laterales de sólidos de revolución.

También cuando las situaciones reales que se presenten requieran para su solución de funciones que carecen de primitivas o cuya integración es de muy alta complejidad, los alumnos podrán, auxiliados con un software de fácil manejo, resolverlas mediante la integración numérica por la regla de los trapecios o la regla de Simpson

PALABRAS CLAVES: Interpolación de Puntos - Integración Numérica - Cálculos Aproximados – Incorporación de un Software Matemático (Derive).

OBJETIVO

El objetivo del trabajo es proporcionar al estudiante de Diseño o Arquitectura una herramienta fundada en la teoría del cálculo y en la ayuda de la informática para resolver problemas de su profesión.

INTRODUCCIÓN

El propósito de este trabajo es introducir al estudiante en el cálculo numérico sin que él mismo lo perciba, buscando hacerlo prácticamente en forma intuitiva, para que, a partir de las formulas del cálculo numérico el estudiante desarrolle su capacidad de poder resolver problemas por aproximación sin necesidad del cálculo exacto y que además pueda ver que los resultados son muy cercanos a los verdaderos. De esta forma el estudiante abordará los conocimientos desde lo más sencillo a lo más complejo formando el andamiaje de los conocimientos aprehendidos logrando que los mismos resulten significativos para el estudiante. Entendemos que de esta forma logramos que la enseñanza de la matemática se acerca un poco mas al constructivismo y no sea puramente conductista.

METODOLOGÍA

La metodología a utilizar es: a partir de una situación problemática, aplicando las herramientas matemáticas conocidas y con la ayuda de un software de fácil acceso como el derive, lograr que el estudiante resuelva los problemas planteados por la cátedra, todo en forma aproximada. Así el alumno en forma no sólo inductiva sino también deductiva logrará aplicar el lenguaje de la matemática a la tarea del diseño y del proyecto.

MARCO TEÓRICO

Polinomio de Lagrange: Nos permite interpolar puntos que no sean equidistantes entre sí, si eso ocurriera sería mucho más sencillo, pero en la arquitectura es muy común tomar puntos obtenidos experimentalmente y que no necesariamente sean equidistantes, por lo tanto debemos recurrir a la Formula de Lagrange para interpolarlos. La fórmula es la siguiente:

$$P_n(x) = y_0 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) \dots (x-x_n)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)(x_0-x_4) \dots (x_0-x_n)} +$$

$$+ y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) \dots (x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4) \dots (x_1-x_n)} +$$

$$\dots \dots \dots$$

$$+ y_1 \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) \dots (x-x_n)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4) \dots (x_1-x_n)} +$$

Luego, a partir de ese polinomio obtenido mediante la fórmula anterior se pueden realizar infinitudes de trabajos usando las integrales, como ser cálculos áreas bajo la curva, obtener la longitud de un determinado trozo de dicha curva, obtener el volumen y el área lateral de un sólido de revolución engendrado por dicha generatriz y todos ellos también aproximadamente mediante la fórmula de SIMPSON que con sólo la utilización de las ordenadas de la función a integrar podemos obtener resultados con una muy buena aproximación, dependiendo siempre del número de puntos con que se cuenta, tal que cuanto mayor es la cantidad de puntos mejor será el cálculo obtenido y siempre un número impar de puntos lo que garantiza que en el intervalo de integración exista un número par de sub-intervalos cuyas amplitudes indefectiblemente deben ser iguales. A partir de esos datos procedemos a la aplicación de la formula que es:

$$\text{Área} = \frac{h}{3} (E + 4I + 2P)$$

Siendo h la amplitud de cada sub-intervalo, E la suma de las ordenadas de los extremos $y_0 + y_n$,

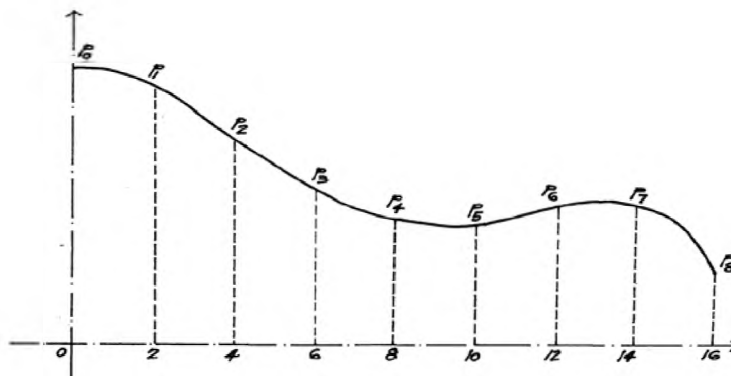
I la suma de todas las ordenadas impares $y_1 + y_3 + y_5 + y_7 + \dots + y_{n-1}$

y por último P que es la suma de todas las ordenadas pares $y_2 + y_4 + y_6 + \dots + y_{n-2}$

PROBLEMA DE APLICACIÓN:

Para la aplicación de los temas referidos con anterioridad proponemos un problema que consiste en construir una piscina a un excéntrico músico de rock quien desea que la misma tenga forma de guitarra. Para poder dimensionar la misma y darle una función que pueda cumplir con esas características se tomaron los siguientes puntos:

$$P(x) = a_0 Q_0 + a_1 Q_1 + a_2 Q_2 + a_3 Q_3 + a_4 Q_4 + a_5 Q_5 + a_6 Q_6 + a_7 Q_7 + a_8 Q_8$$



Con estos puntos tomados aproximadamente después de haber hecho un esquema de lo que realmente el comitente deseaba, tenemos que lograr interpolar dichos puntos mediante el polinomio de LAGRANGE para luego poder representar el mismo en un gráfico y posteriormente replantearlo en el espacio a construir la piscina.

El polinomio con los puntos del problema quedaría de la siguiente manera:

$$P(x) = a_0 Q_0 + a_1 Q_1 + a_2 Q_2 + a_3 Q_3 + a_4 Q_4 + a_5 Q_5 + a_6 Q_6 + a_7 Q_7 + a_8 Q_8$$

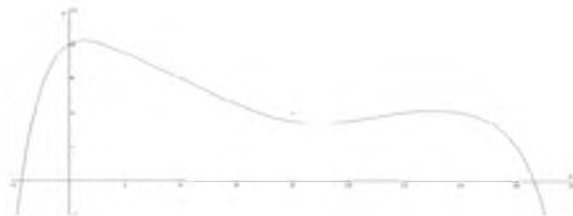
Donde los a_i son coeficientes que calculamos con la fórmula anterior.

Luego calcularemos los polinomios Q_i para ello los dejaremos indicados a los binomios y usaremos el DERIVE para que los resuelva y los transforme en polinomios

Reemplazando los resultados el polinomio nos queda de la siguiente manera:

$$P(x) = -\frac{1}{2064384}x^8 + \frac{41}{1290240}x^7 - \frac{157}{184320}x^6 + \frac{551}{46080}x^5 - \frac{1747}{18432}x^4 + \frac{2521}{5760}x^3 - \frac{15721}{13440}x^2 + \frac{391}{420}x + 8$$

Si procedemos a representar gráficamente el polinomio obtenido mediante el derive, observamos que el polinomio interpola no sólo a todos los puntos sino que también la grafica tiene la forma del objeto buscado.



A partir del polinomio calculado son innumerables los problemas matemáticos en los cuales lo podemos aplicar, una de las propuestas es la de calcular la longitud del arco de un extremo al otro, en virtud de ello observamos que la integral que permite resolver dicho problema no tiene primitiva, entonces nos vemos en la obligación de utilizar un método aproximado de integración que es la regla de SIMPSON para resolver la siguiente integral

$$\int_0^{16} \left(\sqrt{1 + (P'(x))^2} \right)$$

Por lo tanto con la ayuda del software DERIVE calculamos todas las ordenadas de la función a integrar en el intervalo de integración que en nuestro caso es **[0,16]**

Consecuentemente obtenemos la suma de los extremos

Seguidamente se obtiene la suma de las ordenadas pares

Y por último sumamos las ordenadas impares

Y luego aplicamos la fórmula $\left(\frac{h}{3}\right)(E + 4I + 2P)$ nos da un resultado aproximado de 19.022

De esa manera podemos obtener el perímetro de la pileta con una aproximación importante con cálculos muy sencillos dentro de la complejidad del tema.

También podríamos haber calculado el área encerrada entre la curva y el eje de las abscisas y con ella calcular el volumen de la piscina, dato muy relevante para el consumo de agua como así también el tiempo de llenado en función del caudal con el cual se procede a la carga de la misma.

CONCLUSIONES

Con este trabajo lo que se busca es, en definitiva permitirle al estudiante de Diseño o Arquitectura tener una alternativa más para resolver problemas de su profesión, o por lo menos introducirlo en otra área de la matemática que es el método aproximado basado en operaciones sencillas como la utilización de polinomios y la resolución de integrales complejas, luego basta con sumar las ordenadas de la función a integrar. No es necesario que el estudiante deduzca las demostraciones de donde surgen esas fórmulas, ya que justamente nuestro trabajo se basa en la aplicación de las mismas auxiliadas con un software también de fácil manejo y al alcance de masivo.

BIBLIOGRAFÍA

- Sadosky, M. (1981). Cálculo numérico y gráfico. Novena Edición. Librería del Colegio Buenos Aires Argentina.
- Scheid, F. (1991) Métodos numéricos. Segunda Edición. Coautoría Di Costanzo Lorencez Rosa Elena Traducción Nogare Cázares Gabriel. México.