

# Demostración de la Interpretación de Hipócrates al Problema de la Duplicación del Cubo Vía las Progresiones Geométricas

Área del Conocimiento: Matemática

Becario/a: FERNANDEZ LEZCANO, Gustavo Ariel

Director/a: GOROSTEGUI, Edith

Facultad: Facultad de Ciencias Exactas Naturales y Agrimensura

E-mail: gustavoflezcanao@gmail.com

## Objetivos

- Proponer una demostración de la respuesta dada por Hipócrates de Quio al problema de la Duplicación del Cubo.
- Presentar la relación entre las medias geométricas propuestas por Hipócrates y las Proporciones Geométricas.

## Materiales y Método

Materiales: libros de historia, artículos de investigación, tesis de grado y posgrado sobre el problema de la duplicación de un cubo.

Método: Postulamos un estudio diacrónico dado que nos interesamos por el problema de la duplicación del cubo propuesto por los griegos y la evolución en las respuestas a lo largo de la historia y sincrónico dado que analizamos el problema desde una determinada disciplina, en nuestro caso desde las matemáticas de la época en la que se formuló el problema y desde la actual.

## Resultados y Discusión

La respuesta propuesta por Hipócrates es la siguiente:

El problema de la Duplicación del Cubo es equivalente a encontrar dos segmentos  $x$  e  $y$ , tales que  $x$  e  $y$  son medias proporcionales entre  $a$  y  $2a$ .

En notación algebraica actual: Hallar las medias  $x$  e  $y$  tal que,

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} \quad \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$$

Cuando la arista del cubo crece o decrece en progresión geométrica de razón  $r$ , entonces el volumen del cubo crece o decrece, respectivamente, en progresión geométrica de razón  $r^3$ . Recíprocamente, si el volumen de un cubo crece o decrece en progresión geométrica, también lo hace la medida de su arista.

La relación que nos lleva de la progresión geométrica a las dos medias proporcionales de Hipócrates es la siguiente:

$a$	$x$	$2a$	$a$	$x$	$y$	$2a$
$V$	$2V$	$8V$	$V$	$2V$	$4V$	$8V$

De esta manera obtenemos las dos medias proporcionales propuestas por Hipócrates.

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} \quad \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$$

Interpretación Geométrica (Figura 1. a y 1. b)

La semejanza de triángulos nos permite plantear las siguientes proporciones:

$$\frac{|OA|}{|OX'|} = \frac{|OX|}{|OY'|} \Leftrightarrow \frac{a}{x} = \frac{x}{y} \quad \frac{|OX|}{|OY'|} = \frac{|OY|}{|OD|} \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{2a}$$

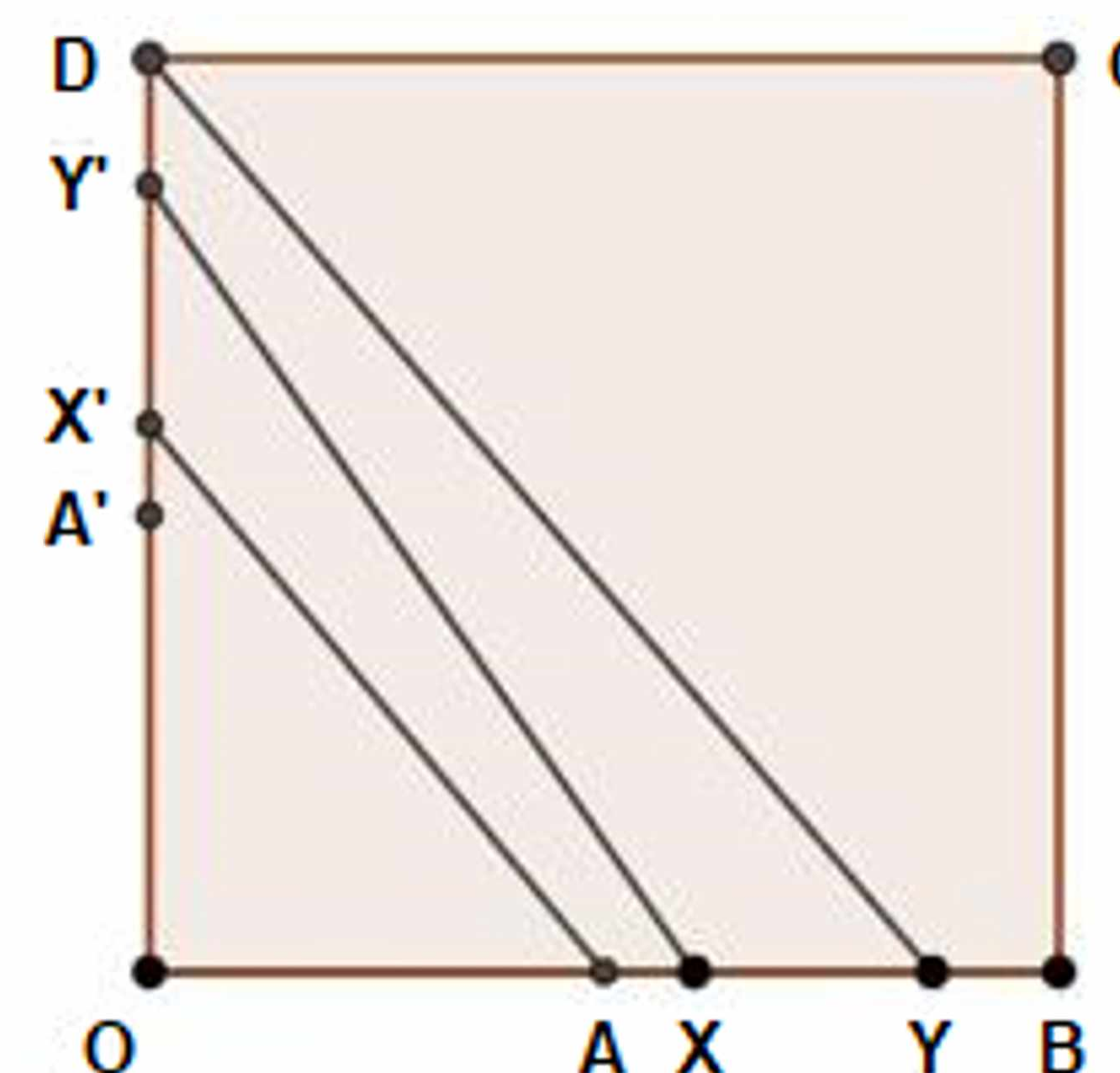


Figura 1. a. Triángulos rectángulos no semejantes.

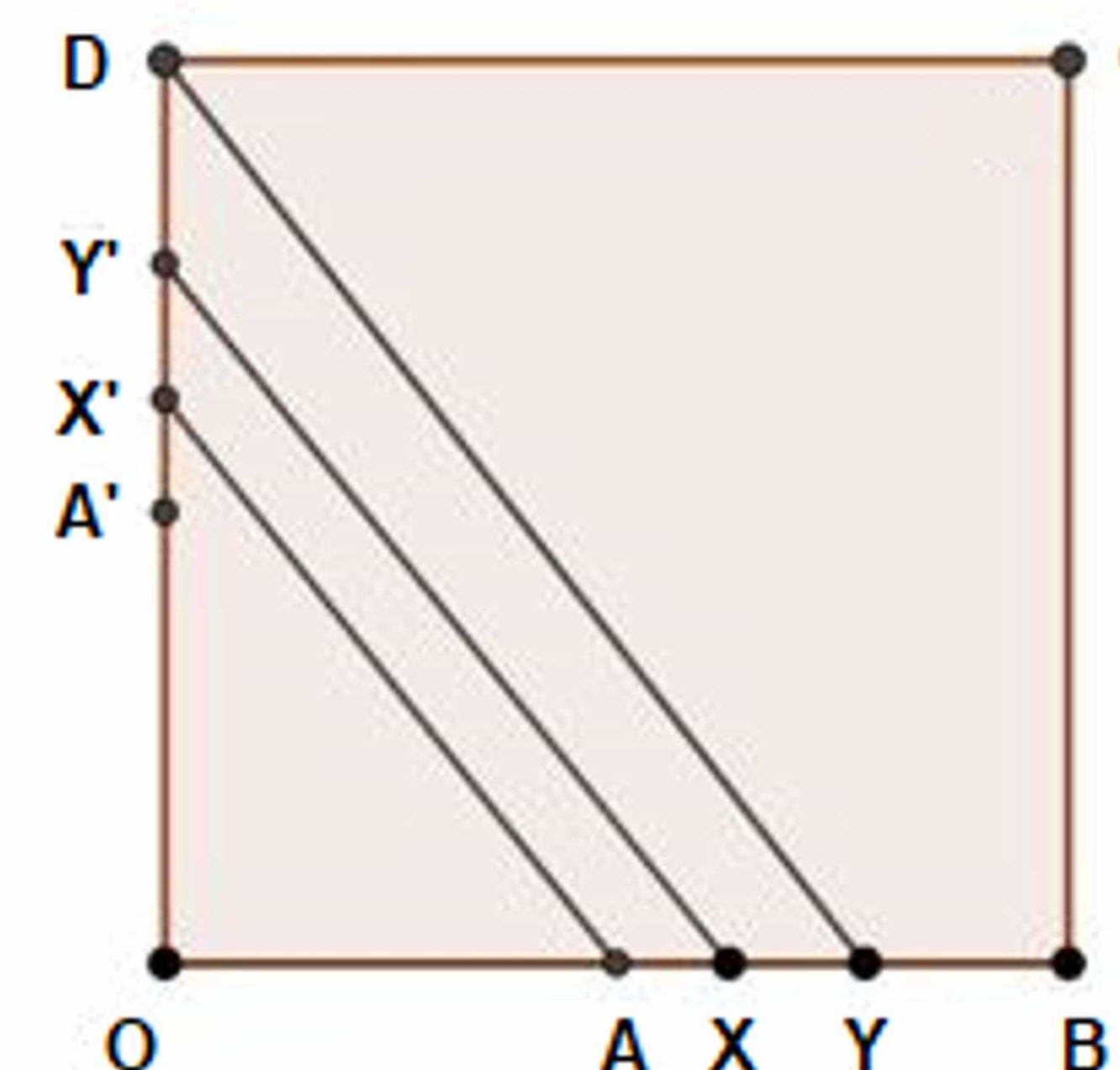


Figura 1. b. Triángulos rectángulos semejantes.