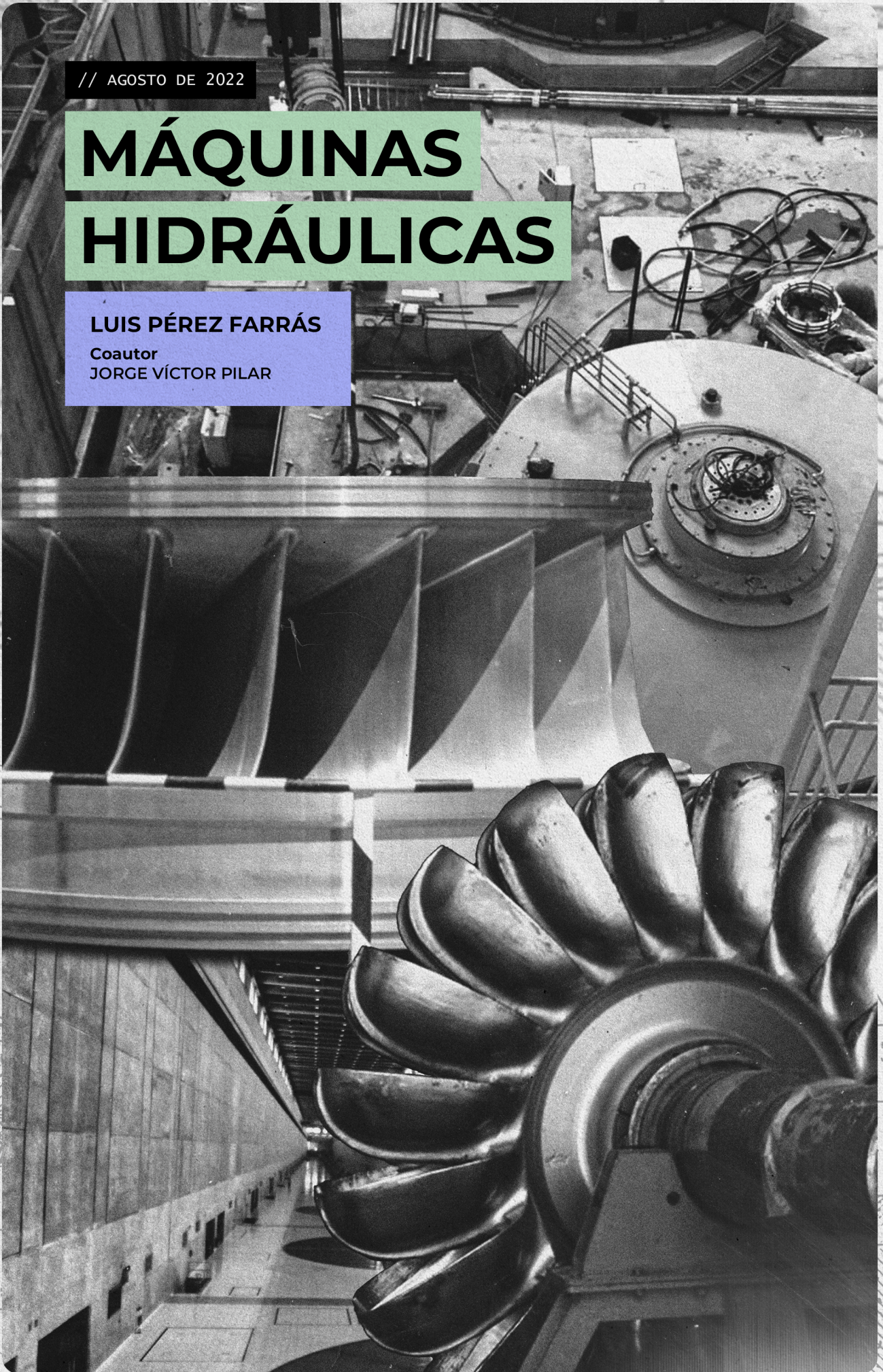


// AGOSTO DE 2022

MÁQUINAS HIDRÁULICAS

LUIS PÉREZ FARRÁS

Coautor
JORGE VÍCTOR PILAR



1502.00

1501.51

3430

3575,6 Theangre

MÁQUINAS HIDRÁULICAS

Autor

Luis Pérez Farrás
*Departamento de Hidráulica
Facultad de Ingeniería
Universidad de Buenos Aires*

Coautor

Jorge Víctor Pilar
*Departamento de Hidráulica
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional del Nordeste
Departamento de Hidráulica
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Misiones*

2022

Pérez Farrás, Luis

Máquinas hidráulicas / Luis Pérez Farrás ; Jorge Víctor Pilar ; editado por Alejandro Ricardo Ruberto ; ilustrado por Néstor Iván Holsbach. - 1a ed. - Resistencia : Alejandro Ricardo Ruberto ; Pedro Teodoro Tymkiw ; Buenos Aires : Martín Tiscornia, 2022.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-987-88-6285-9

1. Máquinas Hidráulicas. I. Pilar, Jorge Víctor. II. Ruberto, Alejandro Ricardo, ed. III. Holsbach, Néstor Iván, ilus. III. Título.

CDD 621.2

Editor: Alejandro Ricardo Ruberto

Coeditores: Pedro Teodoro Tymkiw (†); Martín Tiscornia

Edición y Diseño Gráfico: Ayelén Ailín Fernández Ruberto

Ilustración: Néstor Iván Holsbach

©2022, Luis Pérez Farrás

ISBN 978-987-88-6285-9

Universidad Nacional del Nordeste. Facultad de Ingeniería.

Avenida La Heras 727 Resistencia, Chaco.

Tel. (+54)362-420076 int. 119 Correo electrónico jvpilar@gmail.com

Universidad de Buenos Aires Avenida La Heras 2214 3er P CABA.

Tel. (+11) 52850332 Correo electrónico hidrau@fi.uba.ar

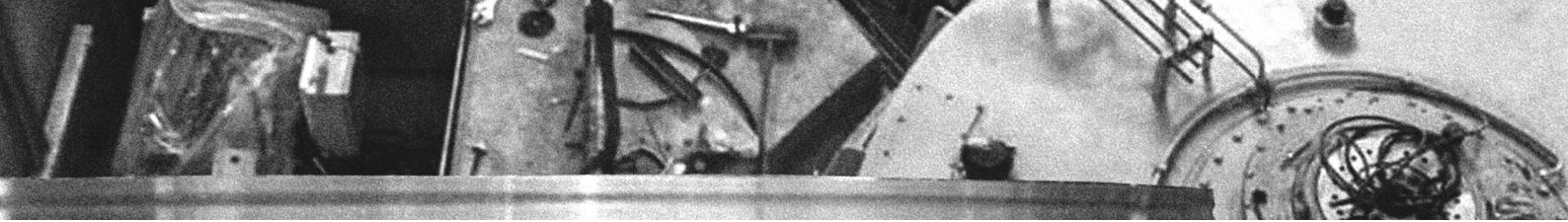
Universidad de Misiones

J. Manuel Rosas 350 Oberá, Misiones. Tel. (+54)3755-422169



Esta obra está bajo licencia internacional Creative Commons

Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0. Las y los autores conservan sus derechos autorales y les permiten a otras personas copiar y distribuir su obra siempre y cuando reconozcan la correspondiente autoría y no se utilice la obra con fines comerciales.



PRÓLOGO

El presente texto nació con el objetivo de servir como base para los alumnos de la Carrera Ingeniería Civil y, eventualmente, para los alumnos de la Carrera de Posgrado de la Especialización en Ingeniería Sanitaria.

Es en realidad una actualización del publicado oportunamente en 1988 por la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Patagonia "San Juan Bosco", sede Comodoro Rivadavia, donde tuve el honor de ser profesor titular visitante desde 1983 hasta el año 2000.

El texto nombrado contó con la inestimable colaboración del entonces Profesor Adjunto, Prof. Ing. Roberto Pérez, hoy Profesor Titular de las materias Hidráulica General e Hidráulica Aplicada.

Está dedicado a estudiantes de Ingeniería Civil y/o ingenieros civiles, consecuentemente no especializados en el diseño de las máquinas hidráulicas (algo que es competencia de otras especialidades de la Ingeniería) y que requieren de su selección, a partir de la oferta del mercado, para sus usos en proyectos.

En esencia, el texto pretende ahondar en conceptos de formación básica, inherentes a la clasificación y selección de bombas y turbinas hidráulicas, con el nivel académico acorde a una carrera de grado, eventualmente una de posgrado.

Se trata de una actualización del texto original que, independientemente de su vigencia, se ha tornado necesaria, por lo que tenemos ahora una versión ampliada y corregida, que incorpora imágenes de sumo interés, provistas en gran número por el Prof. Ing. Pedro Tymkiw, de la Universidad Nacional del Nordeste, a quien se hace referencia en los últimos párrafos de esta presentación.

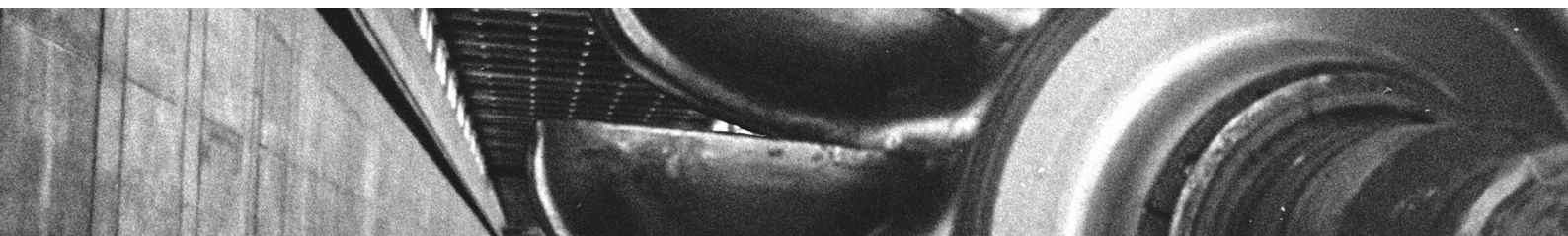
El Ing. Martín Tiscornia, actualmente alumno del posgrado de la FIUBA, ha colaborado en la revisión y también brindó valiosas recomendaciones que han sido tenidas en cuenta.

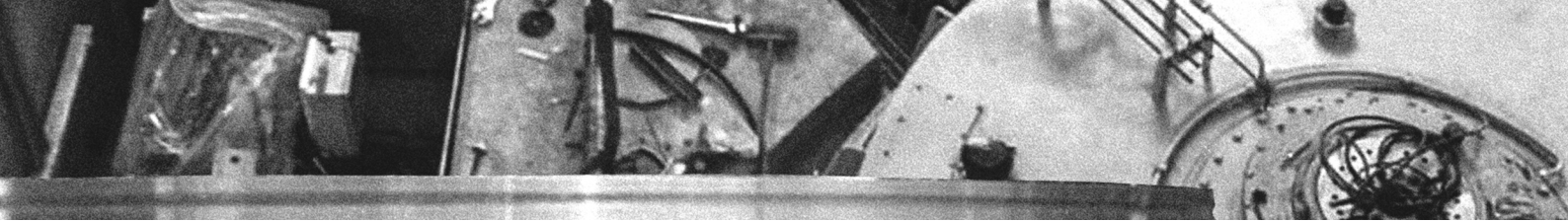
Quiero agradecer también, al Prof. Dr. Ing. Jorge Pilar, docente de las universidades nacionales del Nordeste y de Misiones, que asumió la responsabilidad de hacer la revisión final profunda del texto, la incorporación de algunos temas y la gestión de la publicación, con la colaboración del Ing. Iván Holsbach, que se encargó de elaborar los gráficos y figuras.

Por otra parte, destaco que dedico este trabajo a la memoria del Prof. Ing. Pedro Tymkiw (†), al que mencioné en un párrafo anterior, quien falleciera recientemente. A él le agradezco efusivamente su desinteresada y eficiente colaboración.

El Prof. Ing. Tymkiw se encargó de la primera revisión general, brindando valiosas observaciones y opiniones, fundadas en su amplia experiencia con las máquinas hidráulicas, las que han sido tenidas en cuenta para la optimización de la presente versión final.

Ing. Luis E. Pérez Farrás
Agosto de 2022
Buenos Aires





Sobre el autor

Luis E. Pérez Farrás

Luis Pérez Farrás es Ingeniero Civil e Ingeniero Sanitario, ambos títulos obtenidos en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Buenos Aires.

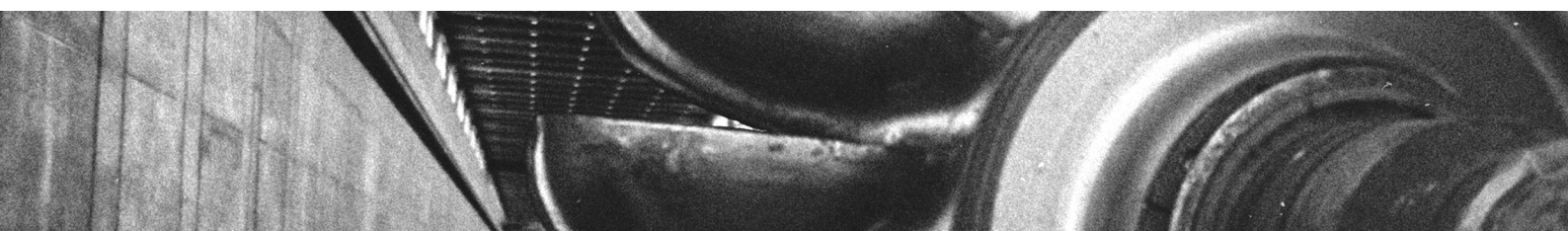
Fue Profesor ordinario y Consultor en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Buenos Aires. Ha desempeñado funciones docentes de grado y posgrado en la Universidad Nacional de la Patagonia "San Juan Bosco", sede Comodoro Rivadavia, en la Universidad Nacional del Comahue, en la de la Universidad Nacional de Salta – UNSa, en la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, en la Universidad Nacional de Mar del Plata, en la Universidad de Morón, en la Universidad de Flores, en la Universidad Nacional de Tucumán, en la Universidad Nacional de San Juan, en la Universidad Nacional de Misiones, en la Universidad Nacional del Litoral, en la Universidad Nacional de Rosario, en varias regionales de la Universidad Tecnológica Nacional, todas en Argentina y en la Universidad de Alcalá de Henares, en España.

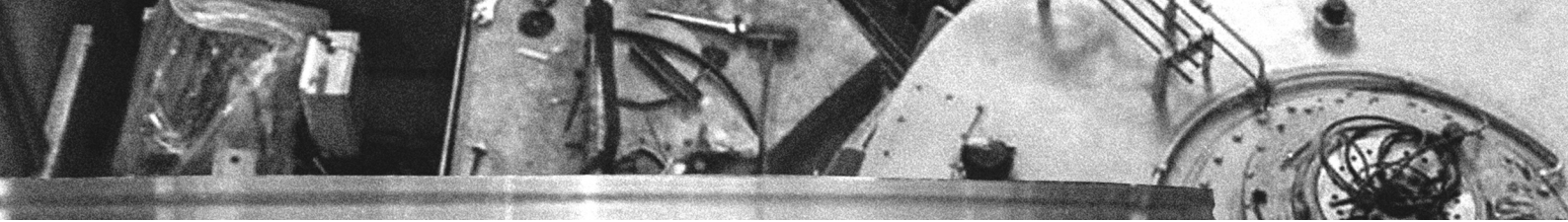
Dictó un número muy importante de conferencias en ámbitos académicos y consejos y centros profesionales, sobre conducciones, ingeniería sanitaria y ambiental, saneamiento, cañerías e impulsiones, plantas de tratamiento de efluentes, entre otros temas.

En la actividad profesional fue consultor en proyectos de acueductos para la empresa Obras Sanitarias de la Nación, proyectos de canales, redes de agua potable, de cloacas, de drenajes pluviales, estaciones de bombeo, plantas de tratamiento, para empresas privadas y entes gubernamentales de todo el país. También fue asesor técnico de las empresas Eternit y Plastiferro.

Publicó varios libros sobre Ingeniería Sanitaria e innumerables artículos técnicos sobre temas de hidráulica orientados a la Ingeniería Civil.

En temas de gestión, desempeñó cargos en organismos públicos y en la Universidad Nacional de Buenos Aires. Fue Director de la división "Capacitación e investigación" de AIDIS Argentina y actualmente es Socio Vitalicio de la Asociación Interamericana de Ingeniería Sanitaria.





Sobre el coautor **Jorge Víctor Pilar**

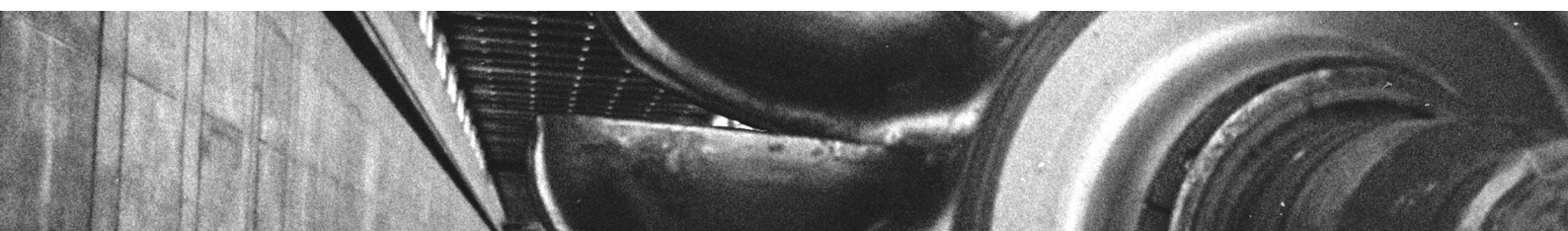
Jorge V. Pilar se recibió de Ingeniero Hidráulico e Ingeniero Civil en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste – UNNE y es Master y Doctor en Ingeniería, Recursos Hídricos y Saneamiento Ambiental por el Instituto de Pesquisas Hidráulicas de la Universidade Federal de Rio Grande do Sul – UFRGS (Brasil), habiendo desarrollado ambas tesis de posgrado sobre la temática del planeamiento y gestión de sistemas de recursos hídricos.

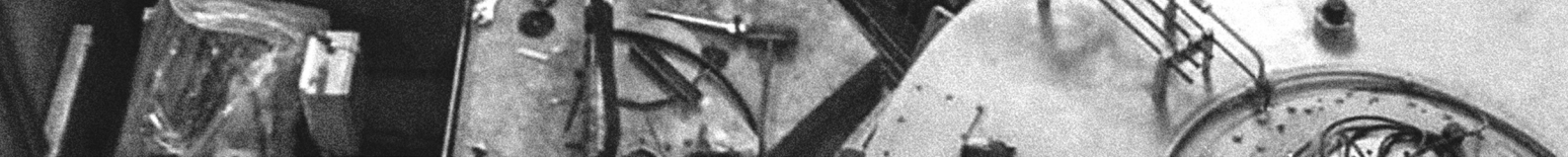
Es profesor titular de las Facultades de Ingeniería de las Universidades Nacional del Nordeste y de Misiones y también de la Facultad de Ciencias Económicas de la UNNE. Además, es docente de posgrado de las Facultades de Ingeniería y de Arquitectura y Urbanismo de la UNNE.

Es autor y coautor de publicaciones científicas nacionales e internacionales (libros, capítulos de libros, artículos en revistas técnicas especializadas y anales de congresos). Fue fundador y primer coordinador de edición de Arandú, la revista virtual de la Facultad de Ingeniería de la UNNE. También, fue Director de la Revista Argentina de Ingeniería – RADI, del Consejo Federal de Decanos de Ingeniería – CONFEDI.

En el año 2006 fue electo Decano de la Facultad de Ingeniería de la UNNE, cargo que ejerció hasta el año 2014. Anteriormente, entre los años 2003 y 2006, se desempeñó como Presidente de la Administración del Agua del Chaco; durante ese período fue elegido Presidente del Consejo Hídrico Federal de la República Argentina – COHIFE.

Actualmente es Director del Departamento de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste y Vicedirector del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de Misiones.





NOTA DE COAUTOR

Fue un encuentro fortuito. El Ing. Luis Pérez Farrás y yo habíamos sido convocados como jurados externos de un Concurso Docente en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional del Sur, en Bahía Blanca.

Como feliz coincidencia, ambos habíamos sido amigos de quien en vida fuera el Ing. Pedro Tymkiw (†), de Resistencia, Chaco, con quien el Ing. Pérez Farrás estaba actualizando una publicación anterior, basado en apuntes de clases de su autoría sobre Máquinas Hidráulicas, todo orientado a la carrera de Ingeniería Civil. Sin embargo, Pedro había fallecido un par de meses atrás y, como consecuencia, el trabajo se había paralizado. Fue entonces que Don Luis me invitó a continuar con lo que había quedado truncado. El compromiso que hice con él fue revisar (inclusive corregir) sus textos e incorporar algunos temas que no estaban incluidos y que a mi juicio podrían ser de importancia. Y yo, con una enorme caradurez, acepté.

La tarea fue ardua y la realizaba en mis tiempos libres, que no eran muchos. Tuve la suerte de contar con el acompañamiento del Ing. Néstor Iván Holsbach, que se encargó de preparar en formato digital todas las figuras que estaban en formato croquis. Y luego de un par de años de trabajo, con avances significativos y pausas obligadas, terminamos el libro que hoy ponemos a disposición de los estudiantes que luego de recibidos seguirán nuestro camino en el mundo del uso de las máquinas hidráulicas en la Ingeniería Civil.

Tratamos de presentar los temas complejos de las máquinas hidráulicas de forma amigable y fácil de entender por alguien –nuestros alumnos- que los ve por primera vez. Pero debo aclarar que no creemos que el texto agote los tópicos referidos a las bombas y turbinas hidráulicas y, en última instancia, nuestra intención fue transmitir la experiencia que adquirimos durante muchos años de ejercicio de la Ingeniería, a través del estudio de textos específicos, de las vivencias de la vida profesional y de la interacción e intercambio con otros profesionales.

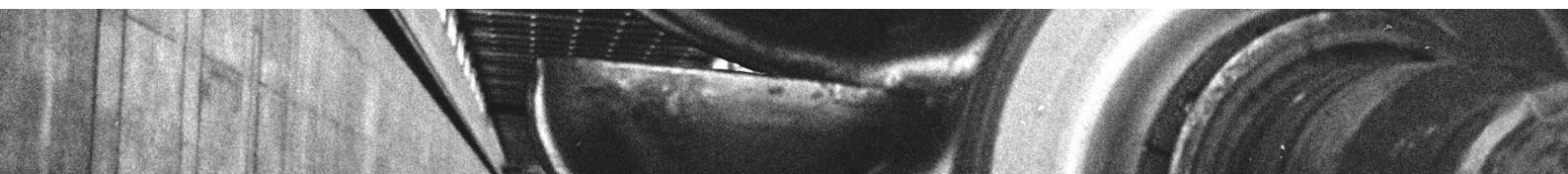
Buscamos elaborar un texto simple, de preferencia ameno, pero sin descuidar la exactitud física ni la precisión matemática de los fenómenos y sus ecuaciones. Utilizamos muchos gráficos, pues estamos convencidos que un gráfico dice más que cien palabras.

Para que éste sea tan sólo un trabajo de revisión bibliográfica, evitamos hacer citas y referencias puntuales. En cambio, en él volcamos las ideas que formamos a lo largo de nuestras vidas profesionales y académicas, además de nuestras conclusiones personales sobre los temas presentados y que están desarrollados con mayor o menor profundidad en otros libros sobre el tema.

Por todo ello, sinceramente espero que este trabajo sea de utilidad didáctica y por ello agradeceremos cualquier crítica, sugerencia y/o corrección que al respecto nos sean formuladas.

Finalmente, quiero expresar muy enfáticamente mi agradecimiento a la invitación más que generosa de Don Luis Pérez Farrás para ser coautor de su libro; compartir la tapa del mismo con él es un lujo que la vida me brindó. También quiero agradecer la enorme tarea del Ing. Iván Holsbach, que preparó las figuras y gráficos a partir de simples croquis, y a Ayelén Ailín Fernández Ruberto, estudiante en Lic. en Diseño de la Comunicación Visual (FADU-UNL), que junto con el Ing. Alejandro Ruberto se encargaron del maquetado digital del libro.

Dr. Ing. Jorge V. Pilar
Agosto de 2022
Resistencia



ÍNDICE

| | |
|--|-----------|
| 1. GENERALIDADES | 14 |
| 2. PRIMERA CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS | 15 |
| 2.1 Según la transformación de la energía | 15 |
| 2.1.1 Máquinas motoras o generadoras | 15 |
| 2.1.2 Máquinas operadoras | 16 |
| 2.1.3 Máquinas transformadoras | 18 |
| 2.2 Según el tipo de energía hidráulica que utilizan | 19 |
| 2.2.1 Máquinas de peso | 20 |
| 2.2.2 Máquinas de presión | 20 |
| 2.2.3 Máquinas de fuerza viva de acción | 21 |
| 2.2.3 Máquinas de fuerza viva de reacción | 22 |
| 2.3 Según la dirección del flujo | 23 |
| 3. ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE LAS TURBOMÁQUINAS | 24 |
| 4. TEOREMA DE LA ACCIÓN DINÁMICA O DEL MOMENTO | 26 |
| 4.1 Ejemplo de aplicación “el codo reductor” | 29 |
| 4.2 Casos particulares de “codo reductor” | 31 |
| 5. TEORÍA DE LAS TURBINAS DE ACCIÓN (TURBINAS PELTON) | 33 |
| 5.1 Acción sobre placa fija sobre placa curva fijada aislada | 33 |
| 5.2 Acción sobre placa curva aislada y móvil | 34 |

| | | |
|--|---|-----------|
| 5.3 | Rueda PELTON | 35 |
| 6. ECUACIÓN DE EÜLER PARA LAS TURBOMÁQUINAS | | 38 |
| 6.1 | Generalidades | 38 |
| 6.2 | Deducción de la ecuación de EÜLER para las turbomáquinas | 38 |
| 6.3 | Campo de validez de la ecuación de EÜLER | 41 |
| 7. NÚMEROS ESPECÍFICOS Y CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS EN FUNCIÓN DE LOS MISMOS | | 43 |
| 7.1 | Números específicos | 43 |
| 7.1.1 | Generalidades | 43 |
| 7.1.2 | Relación entre N, D y H | 44 |
| 7.1.3 | Relación entre Q, D y H | 45 |
| 7.1.4 | Relación entre N, D y H | 43 |
| 7.1.5 | Nº específico en función del gasto o caudal | 48 |
| 7.1.6 | Nº específico en función de la potencia | 49 |
| 7.1.7 | Relación entre n_s y n_{sq} | 49 |
| 7.1.8 | Imposición de la similitud dinámica | 50 |
| 7.2 | Evolución del rodete en función del nº específico | 50 |
| 7.2.1 | Generalidades | 50 |
| 7.2.2 | Clasificación de las turbomáquinas en función del nº específico | 56 |
| 7.2.2.1 | Clasificación de las turbo bombas | 56 |
| 7.2.2.2 | Clasificación de las turbinas hidráulicas | 56 |
| 7.3 | Las turbinas PELTON y el nº específico | 58 |
| 8. RESISTENCIA Y SUSTENTACIÓN | | 60 |
| 8.1 | Generalidades | 60 |
| 8.2 | Resistencia y sustentación. Tratamiento teórico del tema | 61 |
| 8.2.1 | Teorema de KUTTA-JOUKOSKI | 61 |
| 8.2.1.1 | Fundamentos e hipótesis | 61 |
| 8.2.1.2 | Análisis de los componentes de las velocidades | 62 |

| | | |
|---------|--|----|
| 8.2.1.3 | Acciones por unidad de profundidad provenientes de la cantidad de movimiento y del medio circundante | 64 |
| 8.2.1.4 | Acción según el eje x | 65 |
| 8.2.1.5 | Cálculo de las fuerzas de la resistencia | 67 |
| 8.2.1.6 | Acción según el eje y | 68 |
| 8.2.1.7 | Cálculo de la fuerza de Sustentación | 70 |
| 8.2.2 | Aplicaciones al caso del cilindro | 71 |
| 8.2.2.1 | Escurrimiento uniforme alrededor del cilindro | 71 |
| 8.2.2.2 | Enunciado de la paradoja de D'Alambert | 73 |
| 8.2.2.3 | Aplicación del torbellino potencial al movimiento uniforme en torno a un cilindro | 73 |
| 8.2.2.4 | Conclusiones parciales, Efecto Magnus, Velas Flettner | 76 |
| 8.3 | Resistencia y Sustentación, tratamiento experimental del tema | 79 |
| 8.3.1 | Resistencia peculiar o resistencia al avance | 79 |
| 8.3.2 | Resistencia de forma | 81 |
| 8.3.2.1 | Separación de la capa límite | 81 |
| 8.3.2.2 | Concepto de resistencia de forma | 82 |
| 8.3.3 | Explicación de la paradoja D'Alambert | 82 |
| 8.3.4 | Evaluación teórica experimental de las fuerzas de resistencia y sustentación | 83 |
| 8.3.5.1 | Escurrimiento uniforme alrededor del cilindro | 09 |
| 8.3.5.2 | Laboratorios navales | 09 |
| 8.3.5 | Técnicas de medición de fuerzas re resistencia y sustentación | 86 |
| 8.3.6 | Relación entre los coeficientes de sustentación y de resistencia para los perfiles alares | 88 |
| 8.4 | Compatibilización de los tratamientos teóricos y experimentales | 89 |
| 8.4.1 | Conceptos generales | 89 |
| 8.4.2 | Escurrimiento del fluido alrededor de un perfil alar bidimensional (envergadura infinita) | 90 |
| 8.4.2.1 | El vórtice inicial | 90 |

| | | |
|--|--|------------|
| 8.4.2.2 | Enunciado del teorema de THOMPSON | 92 |
| 8.4.2.3 | Consecuencia del teorema de THOMPSON | 92 |
| 8.4.2.4 | Flujo del fluido real alrededor de superficies aerodinámicas (envergadura finita) | 93 |
| 8.4.2.5 | Modelo mecánico del escurrimiento alrededor de superficies aerodinámicas de envergadura finita | 93 |
| 8.4.2.6 | La resistencia inducida | 94 |
| 8.4.3 | Diseño teórico de perfiles alares y sus alcances | 95 |
| 8.4.3.1 | La representación conforme | 95 |
| 8.4.3.2 | Los perfiles Joukowski | 96 |
| 8.4.3.2.1 | Perfil Joukowski simétrico | 96 |
| 8.4.3.2.2 | Perfil Joukowski asimétrico | 97 |
| 8.4.3.3 | Aproximación entre teoría y experimentación | 98 |
| 8.5 | Rotores hélice, Kaplan y Hélices en general | 99 |
| 9. TUBO DE ASPIRACIÓN EN TURBINAS | | 101 |
| 9.1 | Generalidades | 101 |
| 9.2 | Análisis de instalación de turbina con tubo de aspiración y punto de funcionamiento | 101 |
| 9.2.1 | Análisis de tubería de presión | 101 |
| 9.2.2 | Análisis de tubería de aspiración | 104 |
| 9.3 | Análisis de una instalación de turbina con tubo de aspiración de diámetro creciente | 105 |
| 9.4 | Análisis de la instalación de turbinas con menor valor de H_s | 106 |
| 9.5 | Conclusiones | 107 |
| 9.6 | Formas de tubo de aspiración | 107 |
| 9.7 | Fórmula de THOMA | 108 |
| 9.7.1 | Denominación de los términos de la fórmula de THOMA | 110 |
| 9.7.2 | Coefficiente de cavitación | 111 |
| 9.7.3 | Procedimiento de selección de turbinas | 112 |
| 10. BOMBAS CENTRÍFUGAS | | 114 |

| | | | |
|---------------------------------------|--|-------|------------------|
| 10.1 | Generalidades | ----- | 114 |
| 10.2 | Concepto de altura manométrica de la bomba | ----- | 116 |
| 10.3 | La ecuación de EÜLER | ----- | 119 |
| 10.4 | Número Específico en función del Caudal | ----- | 122 |
| 10.4.1 | Obtención de la expresión | ----- | 122 |
| 10.4.2 | El número específico en Función del Caudal y a su vez de las Características Geométricas y Cinemáticas del Rotor. | ----- | 123 |
| 10.5 | Clasificación del tipo de rotor de la bomba en función del Número Específico (clasificación de las bombas en función de la geometría del rotor). | ----- | 127 |
| 10.6 | Preselección del rotor más adecuado a las necesidades del proyecto. | ----- | 130 |
| 10.7 | Selección "fina" de bombas | ----- | 130 |
| 10.7.1 | El diámetro más económico de una instalación de impulsión | ----- | 130 |
| 10.7.2 | Curvas características de las bombas centrífugas | ----- | 132 |
| 10.7.2.1 | Características H-Q; η -Q y N-Q | ----- | 135 |
| 10.7.3 | Concepto de ANPA y Curva ANPA-Q | ----- | 135 |
| 10.8 | Concepto de altura límite de aspiración | ----- | 138 |
| 11. PROCEDIMIENTO DE SELECCIÓN | | | ----- 141 |
| 11.1 | Curva característica de la instalación y punto de funcionamiento | ----- | 141 |
| 11.1.1 | Curva de instalación | ----- | 141 |
| 11.2 | Bombas en serie y en paralelo | ----- | 142 |
| 11.2.1 | Bombas en serie y paralelo | ----- | 142 |
| 11.2.2 | Determinación de la Curva ANPA _{requerido} - Q | ----- | 146 |
| 11.2.3 | Concepto de Sumergencia Mínima | ----- | 147 |
| 12. CONCLUSIONES | | | ----- 149 |
| BIBLIOGRAFÍA | | | ----- 150 |

CAPÍTULO 1: GENERALIDADES

En general definimos una máquina como un “**transformador de energía**”. En efecto, una máquina “absorbe” energía de un tipo y “restituye” energía de otro tipo, o del mismo pero transformada. Un ejemplo del primer caso lo constituye el motor eléctrico, el que absorbe energía eléctrica y restituye energía mecánica. Un torno o grúa constituye un ejemplo del segundo caso, puesto que absorbe y restituye energía mecánica.

Las máquinas se clasifican en grupos tales como máquinas eléctricas, máquinas herramientas, de fluido, etc.

Las **máquinas hidráulicas** pertenecen al grupo de las de fluido, que son aquellas en las que el fluido, o bien proporciona la energía que absorbe la máquina, o es el receptor de la energía que la misma restituye. Esta definición aclara el hecho de que casi todas las máquinas tienen fluidos actuantes (refrigerantes, lubricantes, etc.) pero solo consideramos como máquinas de fluido, a aquellas en que el mismo es quien proporciona o recibe la energía puesta en juego.

Las **máquinas de fluido** revisten distintas formas, y encuentran muchas y variadas aplicaciones en la técnica. Encontraremos máquinas tan dispares como las enormes turbinas de Asuán o Yacyretá y las pequeñas turbinas de los odontólogos, las bombas de nafta de los automóviles antiguos y en otra escala mucho mayor, los motores cohetes actuales, transporte de vehículos espaciales, con su gran cantidad de variantes y poseedores de enorme potencia.

A su vez, el vasto campo de las máquinas de fluido se subdivide en **máquinas térmicas** y **máquinas hidráulicas**. Definimos como **máquinas hidráulicas** a aquellas en la que el fluido, en su paso a través de la máquina, no cambia su masa específica. Por su parte, una **máquina térmica** es aquella en la que el fluido sí cambia su masa específica o, lo que es lo mismo, el volumen específico, que es su inverso. Estas definiciones ilustran sobre algunos conceptos que pueden parecer erróneos en un análisis superficial. Por ejemplo, la turbina de vapor trabaja con agua y no es una máquina hidráulica tal como la etimología podría hacer pensar. En forma similar, un ventilador, a pesar de impulsar gases, constituye en esencia una “bomba de aire”, es decir una máquina hidráulica.

En general y en términos prácticos se considera que la masa específica se mantiene constante cuando las diferencias de presión entre ingreso y salida de la máquina son menores a 1m de columna de agua.

En caso de diferencias mayores, el diseño de los álabes deberá considerar la influencia de la temperatura y la presión. En ese caso, en vez de un ventilador tendremos un compresor.

En adelante estudiaremos las máquinas hidráulicas de las que definiremos los lineamientos teóricos elementales que permitan un entendimiento de su funcionamiento y fundamentalmente, posibiliten la selección de las mismas, en base a su previa clasificación.

CAPÍTULO 2:

PRIMERA CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS

2.1 Según la transformación de la energía

2.1.1 Máquinas motoras o transformadoras

Se definen así a aquellas máquinas hidráulicas que reciben energía hidráulica y la transforman en energía mecánica. Son las denominadas **turbinas hidráulicas** y aprovechan el salto hidráulico generado por obras civiles, cuyo estudio es del resorte de las disciplinas vinculadas con los aprovechamientos hidráulicos.

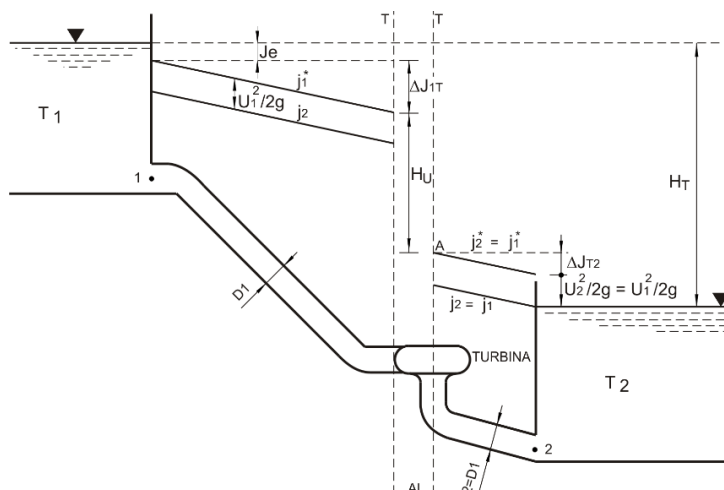


FIGURA 1 | Instalación de una turbina hidráulica

El esquema simplificado de la *Figura 1* ilustra sobre los parámetros que definen el comportamiento de la instalación de una turbina.

Supongamos dos reservorios, **T₁** y **T₂**, entre los que existe un desnivel del líquido H_t . Una tubería de diámetro **D₁** vincula **T₁** con la turbina, mientras que otra la vincula con el reservorio **T₂**, tubería que suponemos en este esquema simplificado de diámetro constante e igual a **D₁**.

En la representación de las líneas de energía total y piezométrica de la instalación, en el tramo **1-T** aparece la pérdida por embocadura **J_e** y la pérdida continua **ΔJ_{1T}**

Lo expuesto previamente permite trazar la línea de energía de gradiente unitario **j₁^{*}**. Descontando el valor **U₁² / 2g** tendremos la línea piezométrica de pérdida unitaria **j**, al ser **D₁** constante.

Evidentemente, en el tramo **T-2**, al ser **D₂ = D₁ = cte**, por continuidad será **j₁^{*} = j₂ = j₁**, por lo que al conocer el punto **P** de la piezométrica, ésta puede ser trazada, al igual que la línea de energía, la que estará desplazada la distancia **U₂² / 2g = U₁² / 2g**.

Al cortar la línea de energía a la vertical en la sección **T-T** se obtiene el punto **A**. la horizontal por ese punto define en la sección **2-2** la pérdida por fricción **ΔJ_{T2}**, a la vez que de la sección **T-T**, se obtiene la altura **H_u**. A esta altura H_u la definimos como, "altura útil de la instalación", puesto que es la parte que puede ser aprovechada del salto total **H_t**.

El reservorio T_1 será en la mayoría de los casos el “embalse”, la tubería de diámetro D_1 la “tubería de presión” y la de diámetro D_2 la “tubería de aspiración”, a la que hemos supuesto de $D = \text{cte}$, en primera aproximación.

La geometría de la instalación nos dice que:

$$H_1 = J_e + H_u + J_{T2} + U_2^2 / 2g$$

Como el valor $U_2^2 / 2g$ en la sección 2-2, es la “pérdida por embocadura” (una pérdida localizada con $k=1$), tendremos que todos los términos del segundo miembro, excepto H_u , son “pérdidas de energía hidráulica”, lo que nos permite escribir:

$$\sum \Delta J = J_e + \Delta J_{IT} + \Delta J_{T2} + U_2^2 / 2G$$

$$H_T = H_u + \sum \Delta J$$

$$H_u = H_T - \sum \Delta J$$

(1)

La (1) nos dice que la energía útil por unidad de peso que circula es igual a la energía topográfica disponible H_u , menos la sumatoria de las pérdidas de energía en la instalación.

Entonces, la potencia N_h que puede aprovechar una turbina por la que pasa un caudal Q , será:

$$N_h = \gamma \cdot Q \cdot H_u$$

Se recuerda que los términos de la expresión de Bernoulli, al ser multiplicados por el peso específico y por el caudal Q se transforman en potencia unitaria.

La potencia mecánica entregada por la turbina en el eje de acoplamiento al generador, por las pérdidas mecánicas por fricción de los elementos rotantes de la máquina, por las fricciones viscosas y por las pérdidas volumétricas será algo menor y dada por:

$$N_e = \eta \cdot \gamma \cdot Q \cdot H_u \quad (2)$$

Donde η es el rendimiento total de la turbina que, obviamente, es menor que la unidad. El desafío en el diseño de un aprovechamiento hidroeléctrico es buscar que $\sum \Delta J$ tienda a un valor mínimo, lo que permitirá el mejor (mayor) aprovechamiento del salto total disponible H_t .

2.1.2 Máquinas operadoras

Transforman la energía mecánica entregada en el eje de la máquina en energía hidráulica del líquido. Son las denominadas **bombas hidráulicas**.

En la *Figura 2*, se esquematiza una instalación que consta de dos reservorios, T_1 y T_2 , el segundo más elevado que el primero y conectados mediante una cañería de diámetro constante $D = D_1 = D_2$. En dicha instalación hay intercalada una bomba B, cuya función es elevar el líquido del nivel del recinto T_1 al nivel del recinto T_2 , transmitiendo al líquido una parte de la energía que le confiere el motor.

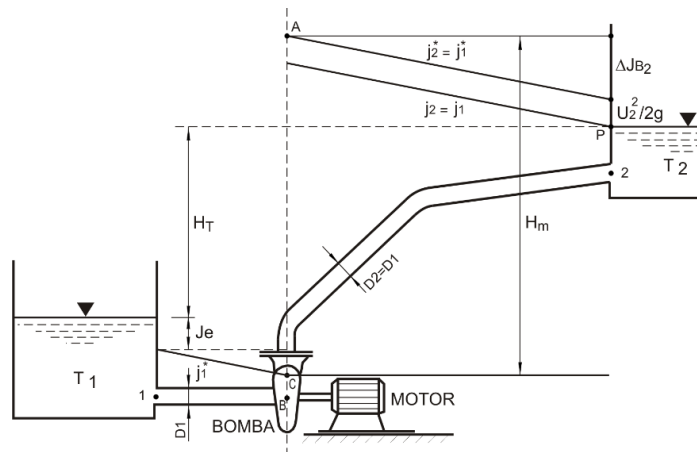


FIGURA 2 | Instalación de bombeo

En el tramo **1-B**, tendremos la pérdida por embocadura J_e y la pérdida continua por fricción ΔJ_{1B} , la que define la línea de energía de pendiente J_1^* .

Para obtener la línea de energía trazamos una paralela a la piezométrica, a una distancia igual a la energía cinética (por unidad de peso). Ella, en la sección correspondiente a la brida de salida de la bomba define el nivel energético que debe entregarse al líquido, para lograr que llegue al punto P luego de las pérdidas por frotamiento ΔJ_{B2} en el tramo de diámetro D_2 , impulsando el caudal Q , con velocidad U .

El segmento **AC**, al que llamamos “**altura manométrica – H_m** ” implica la energía por unidad de peso a entregar al caudal Q , para que, descontadas las pérdidas de la instalación, permita alcanzar al mismo, el nivel del tanque T_2 .

De la *Figura 2* se deduce que:

$$H_m = H_t + J_e + \Delta J_{1B} + \Delta J_{B2} + U_2^2 / 2g$$

Al ser $U_2^2 / 2g$ la “pérdida por embocadura”, análogamente podemos escribir:

$$\sum \Delta J = J_e + \Delta J_{1B} + \Delta J_{B2} + U_2^2 / 2g$$

Por lo que:

$$H_m = H_t + \sum \Delta J$$

(3)

Definimos H_m como “**altura manométrica**” de la bomba, que es igual a la suma de la altura topográfica (o geométrica), más la suma de las pérdidas en la instalación.

Para pasar a la potencia necesaria para entregar H_m metros de energía por unidad de peso a un caudal Q , debemos multiplicar a H_m por γ :

$$N_h = \gamma \cdot Q \cdot H_m$$

(4)

La (4) representa la potencia hidráulica. Si se consideran las pérdidas mecánicas del conjunto bomba-motor, la potencia necesaria en el eje será algo mayor y evaluada según la siguiente ecuación:

$$N_e = \gamma \cdot Q \cdot H_m / \eta \tag{5}$$

En la que η es el rendimiento de la bomba, obviamente de valor menor que la unidad. Entonces, la potencia requerida en el eje será:

$$N_e = N_h / \eta$$

A la tubería de diámetro **D1** del tramo **1-B** se la designa como tubería de aspiración.

En la *Figura 3*, se muestra la bomba y los puntos **1**, de ingreso a la misma, (brida de aspiración), y **2**, de salida (brida de impulsión).

Refiriendo a un plano de comparación arbitrario (datum), y planteado el teorema de Bernoulli, entre los puntos **1** y **2** tendremos:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} + H_m = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}$$

Por lo que:

$$H_m = (z_2 - z_1) + \left(\frac{p_2 - p_1}{\gamma} \right) + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} \tag{6}$$

Al ser $U_1 = U_2$ (si el diámetro y material de las cañerías de aspiración e impulsión son iguales), el último término resulta nulo. Por otra parte, $(z_2 - z_1)$ es también prácticamente nulo, puesto que tal diferencia, en las estaciones de bombeo, es despreciable respecto al término de presiones. Por lo tanto:

$$H_m = \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

Como los valores del numerador pueden ser medidos mediante un manómetro diferencial conectado entre las bridas de impulsión y de aspiración, H_m , recibe el nombre de "altura manométrica".

2.1.3 Máquinas transformadoras

Es el caso de las máquinas que transforman energía hidráulica en otro tipo de energía hidráulica, tal como energía cinética a potencial o viceversa.

Ejemplo de máquinas transformadoras son "el ariete hidráulico y el inyector hidráulico", o bomba de vacío. La primera aprovecha la sobrepresión creada en el cierre brusco de una válvula y la anulación de la correspondiente energía cinética. Se utiliza para elevar líquidos.

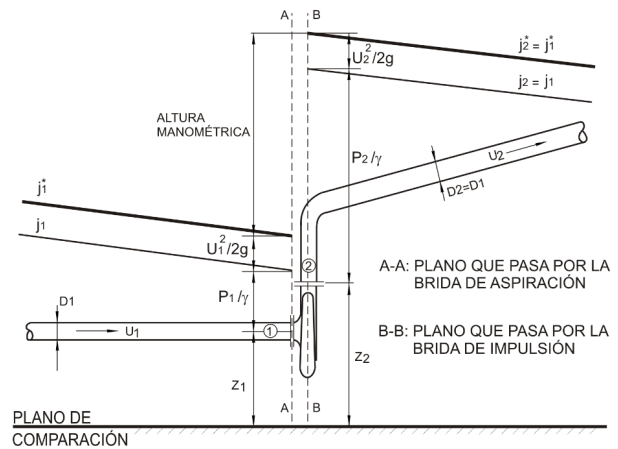


FIGURA 3 | Bomba Hidráulica

El inyector hidráulico o bomba de vacío, lleva líquido de un depósito inferior aprovechando la succión que provoca la depresión originada por el ensanche brusco de una corriente.

Por ser máquinas muy especiales, no las estudiaremos, pero las citamos aquí para completar la clasificación.

2.1.4 Acoplamiento hidráulico y convertidores de cupla

Se obtienen los acoplamientos hidráulicos cuando se transforma energía mecánica en hidráulica, a través de una bomba en el árbol motor, que se acopla con una turbina unida al árbol comandado.

En el caso de acoplamiento, la potencia se transmite a la misma velocidad, si esta fuera distinta tendríamos un convertidor de cupla (Figuras 4 y 5).

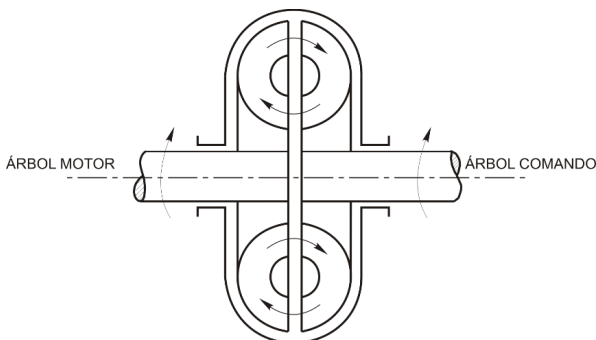


FIGURA 4 | Acoplamiento Hidráulico

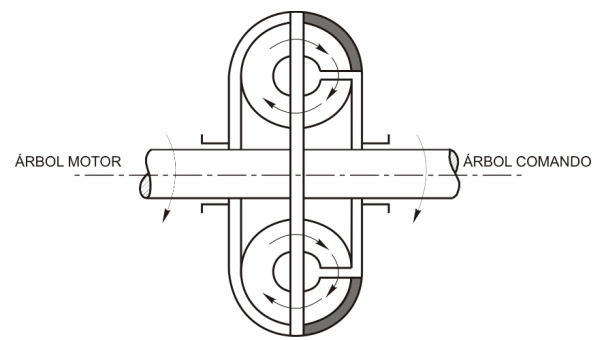


FIGURA 5 | Convertidor de cupla

2.2 Según el tipo de energía hidráulica que utilizan

Si generalizamos la expresión de Bernoulli entre la entrada y la salida de la máquina, tendremos:

a) Para turbinas:

$$H_u = (z_1 - z_2) + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2g}$$

b) Para bombas:

$$H_m = (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g}$$

En general, designando con **H** a la energía absorbida o suministrada por la máquina tendremos:

$$H = \Delta z + \frac{\Delta p}{\gamma} + \frac{\Delta U^2}{2g} \quad (7)$$

Es decir que la energía involucrada, dada por la (7) está integrada por la suma de las diferencias de las energías de posición, de presión y cinética (por unidad de peso, claro está). La clasificación que nos ocupa en este apartado se fundamenta en la utilización o no de los términos de la ecuación (7).

2.2.1 Máquinas de peso

Utilizan únicamente la energía de posición **z**. El ejemplo más ilustrativo es la antigua rueda hidráulica de canchilones.

En la *Figura 6* se esquematiza la rueda motora. El agua llega por un canal tangencial a la rueda, con cierta velocidad (en general baja) y vuelca el agua sobre los canchilones de esa rueda, haciéndola girar. Cuando el canchilón llega a la parte inferior, luego de provocar el movimiento de la rueda con su peso, descarga su contenido en un canal a nivel inferior.

En la *Figura 7* se visualiza la rueda operadora la que permite elevar agua desde el canal a nivel inferior, hasta otro nivel superior, mediante la energía motriz suministrada a la rueda (por ejemplo usando caballos u otros animales de tiro).

En China se utilizó hasta hace relativamente poco tiempo atrás este sistema, accionado con energía humana, mediante un mecanismo de bicicleta.

Nota: también pueden ser incluidas en este tipo de máquinas, la noria y el tornillo de Arquímedes, las que no se desarrollan en el presente texto.

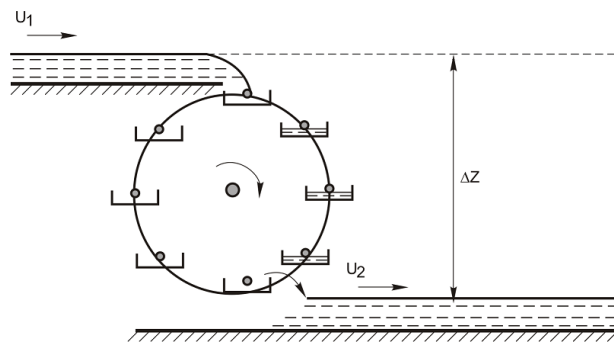


FIGURA 6 | Rueda de canchilones motora

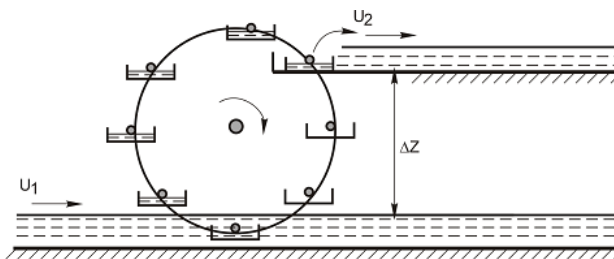


FIGURA 7 | Rueda de canchilones operadora

2.2.2 Máquinas de presión

Utilizan exclusivamente las diferencias de energía de presión. Se basan en la ley de Boyle – Mariotte: **PRESIÓN x VOLUMEN = CONSTANTE**.

Las **máquinas motoras** constan básicamente de un cilindro, dentro del que se desplaza un pistón unido a un vástago que se prolonga hasta el exterior y es capaz de transmitir la energía cedida por la presión que ejerce el líquido sobre el pistón. Pueden mencionarse como ejemplos las prensas hidráulicas y los elevadores hidráulicos, entre otros.

Las **máquinas operadoras** equivalentes, transforman la energía entregada al vástago, en “presión del

del líquido”, elevando de esta manera el volumen del líquido contenido en el cilindro a la altura correspondiente a la presión generada por el esfuerzo ejercido sobre el vástago.

A este grupo pertenecen las bombas de émbolo, o volumétricas, o de “desplazamiento positivo” (Figura 8).

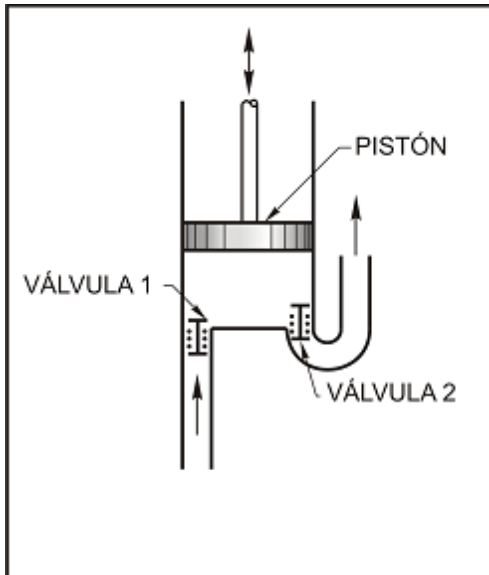


FIGURA 8 | Máquina de émbolo

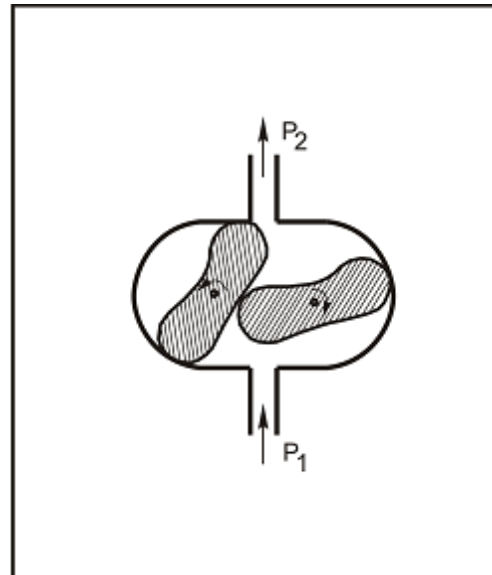


FIGURA 9 | Máquina de engranajes

También pertenecen a este tipo las bombas de diafragma y las de engranajes (Figura 9).

Bajo este mismo principio funcionan las “bombas de engranaje”, aunque la transformación del esfuerzo se realiza de distintas formas.

2.2.3 Máquinas de fuerza viva de acción

Utilizan únicamente el término $\Delta U^2/2g$ de la (7), es decir la diferencia de energía cinética.

La única máquina posible resulta ser motora y la rueda PELTON es su principal exponente. No pueden existir máquinas operadoras de acción, pues no es posible modificar la energía cinética de un fluido sin modificar su presión.

En la Figura 10 se aprecia esquemáticamente como la energía potencial del líquido es transformada en energía cinética en el inyector, la que, a su vez, es transformada en energía mecánica al accionar sobre los álabes de la rueda.

Los álabes son diseñados de forma especial, para maximizar el efecto impulsor del caudal.

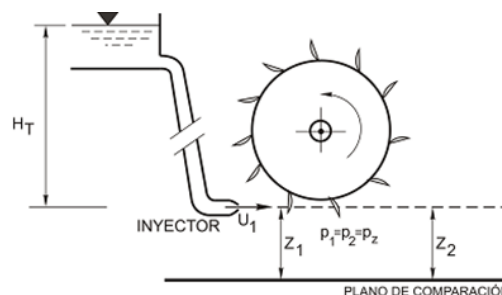


FIGURA 10 | Esquema de Turbina Pelton

2.2.4 Máquinas de fuerza viva de reacción

Utilizan los términos de la presión y la velocidad, pues la altura geométrica a la entrada y a la salida, en términos prácticos, difieren poco, por lo que Δz es prácticamente nula.

En este caso la (7) queda:

$$H = \frac{\Delta p}{\gamma} + \frac{\Delta U^2}{2g} \quad (8)$$

La medida de la reacción la definiremos como "grado de reacción ρ_r " y se mide como la relación entre la energía de presión y la energía total.

$$\rho_r = \frac{\frac{\Delta p}{\gamma}}{H} \quad (9)$$

Por ejemplo para el caso donde $H = H_u$, el grado de reacción será igual a 1.

Despejando de la (8) tendremos:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = H_u - \frac{\Delta U^2}{2 \cdot g}$$

Reemplazando en la (9):

$$\rho_r = \frac{H_u - \frac{\Delta U^2}{2 \cdot g}}{2 \cdot g \cdot H_u}$$

Al ser $\Delta U^2 = U_1^2 - U_2^2$ y como U_1 es mucho mayor que U_2 , tendremos que $\Delta U^2 \approx U_1^2$, por lo que finalmente:

$$\rho_r = 1 - \frac{U_1^2}{2 \cdot g \cdot H_u}$$

De modo que si la presión no interviene, es decir que si $\Delta p = H_0$ (el caso de la Turbina Pelton), el grado de reacción es $\rho_r = 0$.

En efecto, en este caso:

$$U_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_u}$$

Elevando al cuadrado:

$$U_1^2 = 2 \cdot g \cdot H_u$$

Por lo que, el grado de reacción resulta $pr = 0$.

En cambio, si toda la energía proviene de la presión, por lo que $\Delta U^2 = 0$, el valor del grado de reacción es la unidad, puesto que de la (9):

$$\Delta p / \gamma = H_u$$

Por lo que en este caso $pr = 1$.

En consecuencia, en las máquinas de reacción, el grado de reacción pr varía entre 0 y 1, y normalmente el valor máximo alcanzado es del orden de 0,7, es decir que alrededor del 70% de la energía proviene de la diferencia de velocidades.

Son ejemplos de máquinas de reacción motoras las turbinas Francis, las Bulbo y las Kaplan, y entre las operadoras las bombas radiales (comúnmente denominadas centrífugas), las axiales y las de flujo mixto. La teoría de todas ellas y su descripción serán abordadas más adelante.

2.3 Según la dirección del flujo

- a) **Tangencial:** La dirección del flujo es tangencial al movimiento del rotor (turbina Pelton)
- b) **Radial:** La dirección es perpendicular al eje de rotación (turbinas Francis, bombas Radiales y Francis)
- c) **Mixta:** la dirección del escurrimiento es inclinada con respecto al eje de rotación (turbinas Francis y bombas de flujo mixto)
- d) **Axiales:** el escurrimiento de cilindros coaxiales con el eje del rotor (turbinas y bombas Hélice y Kaplan)
- e) **Transversal (o cruzado):** son ejemplo de ellas las turbinas Banki-Michell o turbinas Ossberger

CAPÍTULO 3:

ELEMENTOS CONSTITUTIVOS DE LAS TURBINAS

En el presente capítulo estudiaremos las turbomáquinas, en particular las turbinas, haciendo una descripción de las mismas. Realizaremos nuestro análisis sobre una turbina radial por ser el caso más general.

Siguiendo el sentido del escurrimiento se distinguen los siguientes elementos, a partir de la válvula de guardia colocada en el extremo inferior de la tubería de presión:

a) Cámara espiral: Puede no existir. Su función es mantener constantes las velocidades del agua a medida que esta se está derivando hacia el interior de la máquina, a través del distribuidor. En algunos casos podrá ser necesario disponer columnas estructurales para sostener la parte superior de la cámara, las que se diseñan y construyen con perfiles de formas hidrodinámicas, de modo de no perturbar el escurrimiento hacia el distribuidor.

b) Distribuidor: Constituido por paletas móviles a manera de celosías, que permiten graduar el caudal que ingresa al rotor.

c) Rotor: Compuesto por una serie de álabes fijos. Por el exterior va una corona y por el interior el cubo vinculado al eje de transmisión de la potencia de la máquina.

d) Tubo de aspiración (o de succión): Cuya función primitiva de elevar la máquina por sobre el nivel de descarga se ha transformado, además, en la de la recuperación de la energía de la velocidad de salida, en su componente axial, llevándola a valores lo más pequeños posibles mediante el ensanchamiento de dicho tubo.

En las Figuras 11 y 12 se pueden apreciar los elementos descriptos, haciendo la salvedad que la primera constituye un corte meridiano de la máquina, es decir un corte con un plano que contiene el eje del rotor y que designamos con **B-B** en la Figura 12.

En este caso ese plano resulta paralelo a la tubería de aspiración

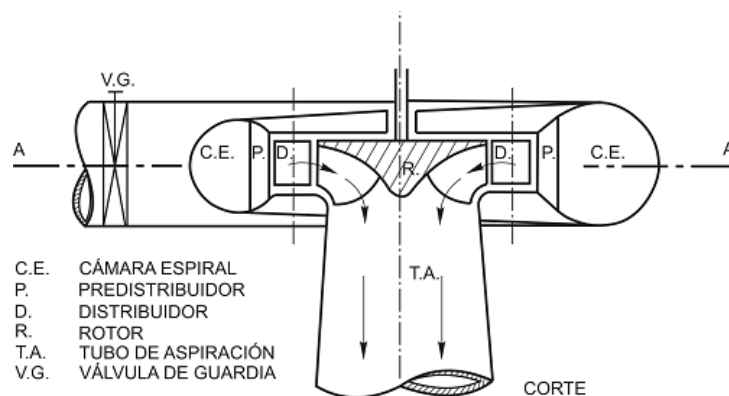


FIGURA 11 | Corte según un plano meridiano (plano B-B)

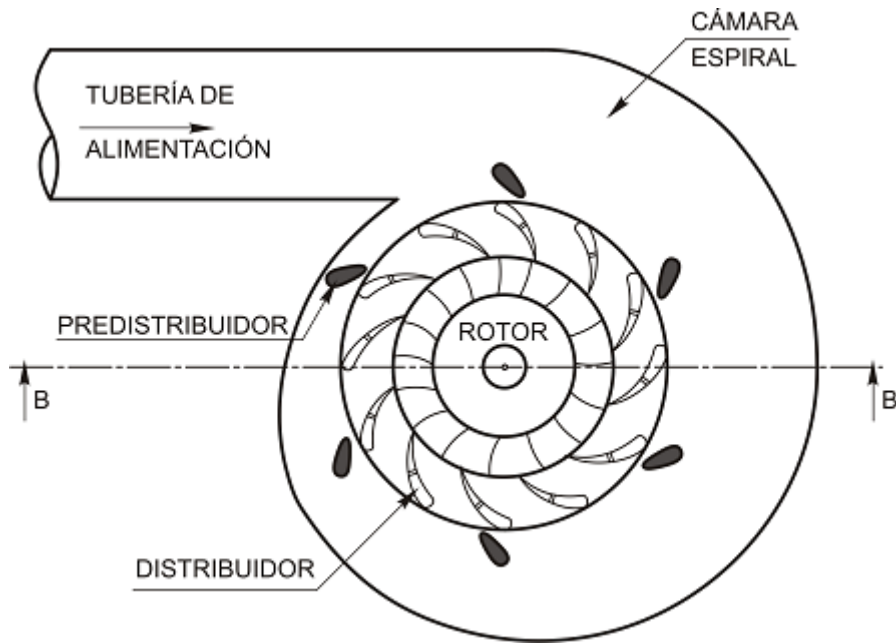


FIGURA 12 | Corte según un plano perpendicular al eje (plano A-A)

CAPÍTULO 4:

TEOREMA DE LA ACCIÓN DINÁMICA O DEL MOMENTO

Deduciremos a continuación la expresión correspondiente, que constituye una ecuación básica de la Hidráulica y que es de gran utilidad en la temática de las máquinas hidráulicas.

Como importantes aplicaciones de este tema se estudiarán elementos móviles de máquinas, considerando en la deducción la notación \mathbf{W} , símbolo con el que caracterizamos a las velocidades relativas.

Por otra parte, las velocidades absolutas se simbolizan con la letra \mathbf{C} y las de arrastre con la letra \mathbf{U} .

Recordamos de la mecánica racional que:

$$C = \bar{W} + \bar{U} \quad (10)$$

En la *Figura 13* se esquematiza un tubo de corriente representativo de un movimiento permanente.

Consideraremos dentro del tubo y en su eje un filamento de sección $d\Omega$ y longitud dl , por el que escurre un caudal dQ .

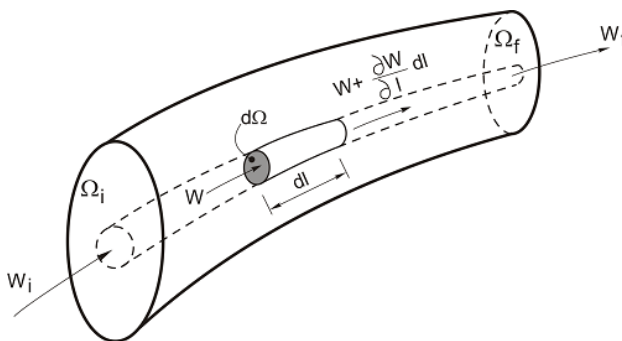


FIGURA 13 | Tubo de corriente y filamento

En el caso más general, con sección variable, también variará la velocidad en función de la ecuación de continuidad. La variación aludida será:

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} \bar{dl}$$

Aplicando el "teorema del impulso" al elemento diferencial estudiado, tendremos que el impulso de todas las fuerzas exteriores elementales igualará el producto de la masa diferencial por su variación de velocidad, es decir:

$$\bar{dF} \cdot dt = \rho \cdot \bar{d\Omega} \cdot \bar{dl} \cdot \frac{\partial \bar{W}}{\partial t} \cdot \bar{dl}$$

Pero:

$$\overline{dI} = \overline{W} \cdot dt$$

Al ser movimiento permanente, puede eliminarse dt y, por otra parte, por la ecuación de continuidad, se tiene el producto escalar:

$$dQ = W \cdot d\Omega$$

Reemplazando en la ecuación anterior:

$$dF \cdot dt = \rho \cdot d\Omega \cdot dl \cdot \frac{dW}{dl} \cdot \overline{w} \cdot dt$$

Al ser el movimiento permanente puede eliminarse dt . Reemplazando en la ecuación anterior, dado que por ser el régimen permanente:

$$\frac{\partial w}{\partial l} = \frac{dW}{dl}$$

Resulta entonces:

$$dF = p \cdot Q \cdot \frac{dW}{dl} \cdot dl$$

Integrando, obtendremos el total de las fuerzas exteriores:

$$\sum F_e = \rho \cdot \iint_{\Omega} \frac{dW}{dl} \cdot dl \cdot dQ$$

Por otra parte:

$$\int \frac{dW}{dl} dl = \overline{W}_f - \overline{W}_i$$

(11)

Entonces:

$$dF = p \cdot Q \cdot \frac{d\overline{W}}{dl} \cdot dl$$

Por lo que:

$$\sum \bar{F}_e = \rho \cdot \int_Q (W_f - W_i) \cdot dQ \quad (12)$$

La integración indicada en la (12) no podrá realizarse, puesto que $d\bar{w} \cdot \bar{w}$ es variable por los distintos puntos de la sección. Sólo se podrá reemplazar por la *velocidad* media \bar{w} deducida de la siguiente ecuación:

$$Q \cdot \bar{w} \cdot \beta = \int \bar{w} \cdot dQ \quad (13)$$

Donde:

W: velocidad media

β : coeficiente de Boussinesq

La que reemplazada en la (16) nos da:

$$\sum \bar{F}_e = \rho \cdot Q (W_f \cdot \beta_f - W_i - \beta_i)$$

En general, la experiencia prueba que para movimientos plenamente turbulentos:

$$\beta_f \cong \beta_i \cong 1$$

Por lo que:

$$\sum \bar{F}_e = \rho \cdot Q (W_f - W_i) \quad (14)$$

El vector $\sum F_e$ representa a todas las fuerzas exteriores (incluidas las que actúan sobre cualquier contorno que limite el escurrimiento) y está integrada por la reacción \mathbf{R} y el resto de las fuerzas que llamaremos $\sum F_e$, por lo que:

$$\sum \bar{F}_e = \bar{\mathbf{R}} + \sum \bar{F}_e \quad (15)$$

Como la acción, que denominaremos $\bar{\mathbf{A}}$ cumplimenta la ecuación (donde \mathbf{R} es la reacción):

$$\bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{R}} = 0 \quad (16)$$

Reemplazando la ecuación (15) en la (14) tenemos:

$$\bar{R} + \sum \bar{F}_e R = \rho \cdot Q \cdot (\bar{W}_f - \bar{W}_i) \quad (17)$$

Por lo tanto:

$$\bar{R} = \rho \cdot Q \cdot (\bar{W}_f - \bar{W}_i) - \sum \bar{F}_e$$

Recordando la (21), finalmente el vector acción será:

$$\bar{A} = \rho \cdot Q \cdot (\bar{W}_f - \bar{W}_i) - \sum \bar{F}_e$$

4.1 Ejemplo de aplicación, codo reductor

Determinaremos a continuación la acción ejercida en el codo reductor, esquematizado en la *Figura 14*, el que está referido a los ejes de coordenadas **x - y**.

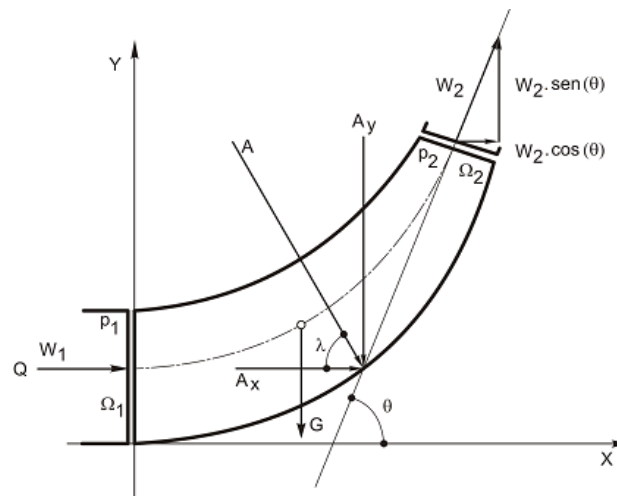


FIGURA 14 | Codo reductor

En el caso más general, el codo pasa de diámetro D_1 a D_2 y cambia la dirección, dando lugar al ángulo θ , que puede observarse en la *Figura 14*.

Procederemos a resolver el problema de forma analítica, aplicando la (22) y obteniendo sus proyecciones en los ejes **X** e **Y**.

Dentro de las fuerzas exteriores, consideraremos a la fuerza **G** debida al peso, y a las fuerzas debidas a la presión y despreciaremos a las fuerzas por frotamiento, pues estos accesorios son en general de pequeño desarrollo frente a la longitud de la conducción.



Las proyecciones de la (22) serán:

$$A_x = \rho Q (W_1 - W_2 \cos \theta) + \Omega_1 P_1 - \Omega_2 P_2$$

$$A_y = \rho Q (W_2 \sin \theta) + \Omega_2 P_2 \sin \theta - G$$

Las velocidades se calculan en función de la ecuación de continuidad, es decir:

$$Q = W_1 \Omega_1 = W_2 \Omega_2$$

Por lo tanto:

$$W_1 = \frac{Q}{\Omega_1}$$

$$W_2 = \frac{Q}{\Omega_2}$$

Conocida una de las presiones, es fácilmente deducible la restante, a partir del teorema de *Bernoulli*. En efecto, conocida por ejemplo **p₁**, tendremos:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{W_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{W_2^2}{2g}$$

Por lo tanto:

$$\frac{p_2}{\gamma} = (Z_1 - Z_2) + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2g}$$

Obviamente el módulo de la acción será:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

Y la dirección estará dada por:

$$\lambda = \text{Arctg} \frac{A_y}{A_x}$$

Evidentemente, el problema se resuelve como si encaráramos el equilibrio estático del codo, sujeto a las fuerzas de la ecuación (22), que reemplaza a la acción del medio circundante.

Evidentemente, el problema se resuelve como si encaráramos el equilibrio estático del codo, sujeto a las fuerzas de la ecuación (22), que reemplaza a la acción del medio circundante.

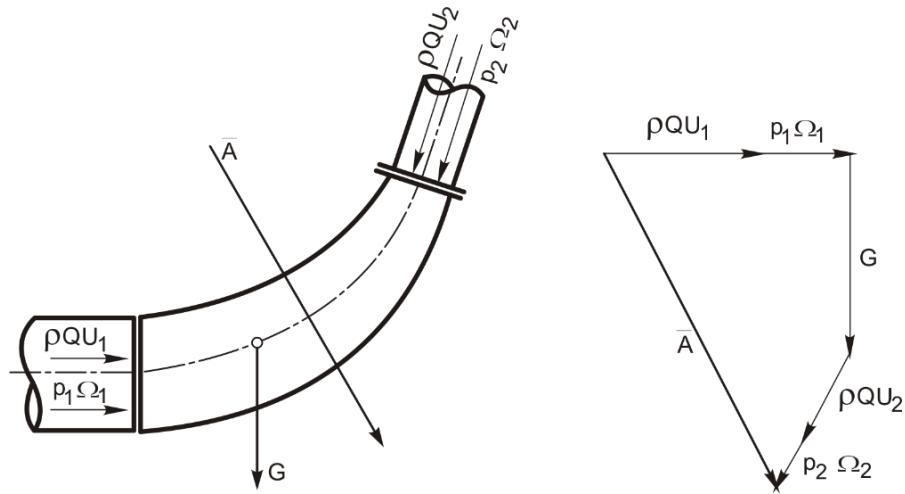


FIGURA 15 | Equilibrio estático del codo reductor y polígono de fuerzas

4.2 Casos particulares de "codo reductor"

Los casos planteados en las Figuras 16 y 17 son casos particulares de codos reductores. Para la curva, considerándola en un plano horizontal (es decir **G**, no actúa en el mismo plano).

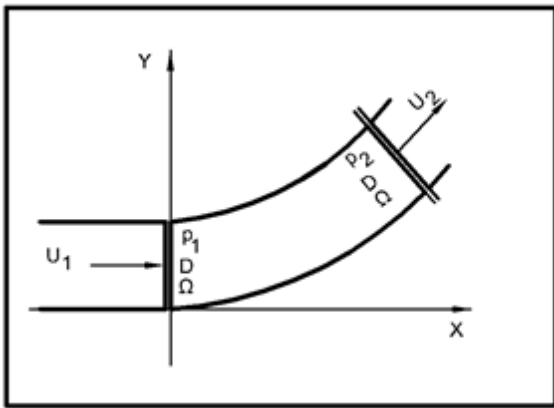


FIGURA 16 | Curva

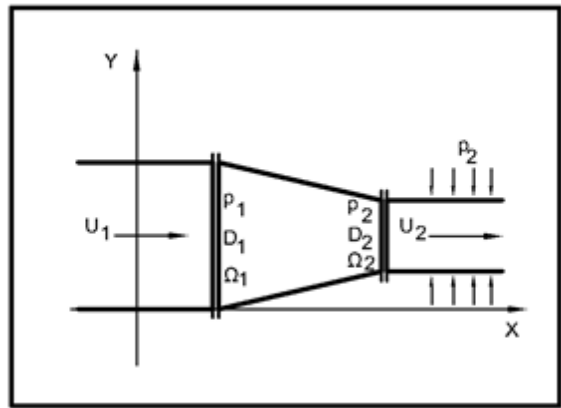


FIGURA 17 | Inyector

Tendremos:

$$A_x = \rho \cdot Q \cdot (U_1 - U_2 \cos\theta) + \Omega_1 P_1 - \Omega_2 P_2 \cdot \cos\theta$$

$$A_y = \rho \cdot Q \cdot (U_2 \sin\theta) - \Omega_2 P_2 \cdot \sin\theta$$



Pero:

$$U_1 = U_1 = U_1; \text{ y } \Omega_2 = \Omega_2 = \Omega_2$$

$$A_x = \rho \cdot Q \cdot U(1 - \cos\theta) + \Omega \cdot P_1 - \Omega \cdot P_2 \cdot \sin\theta$$

$$A_y = -\rho \cdot Q \cdot U(\sin\theta) - \Omega_2 \cdot P_2 \cdot \sin\theta$$

Por lo que:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\lambda = \arctan \frac{A_y}{A_x}$$

En el caso del inyector, calculamos la acción (necesaria para dimensionar los bulones de la brida que sujeta la cañería), con lo que:

$$A_x = \rho \cdot Q \cdot (U_1 - U_2) + p_1$$

CAPÍTULO 5:

TEORÍA DE LAS
TURBINAS PELTON

5.1 Acción sobre placa curva fija y aislada

En la *Figura 18* esquematizamos una placa curva fija y aislada, que recibe la acción del líquido que pasa por un inyector, luego de recorrer una tubería de presión que implica un salto relativamente grande y en consecuencia una transformación importante de energía potencial en cinética. Referimos la placa a un par de ejes coordenados $x - y$.

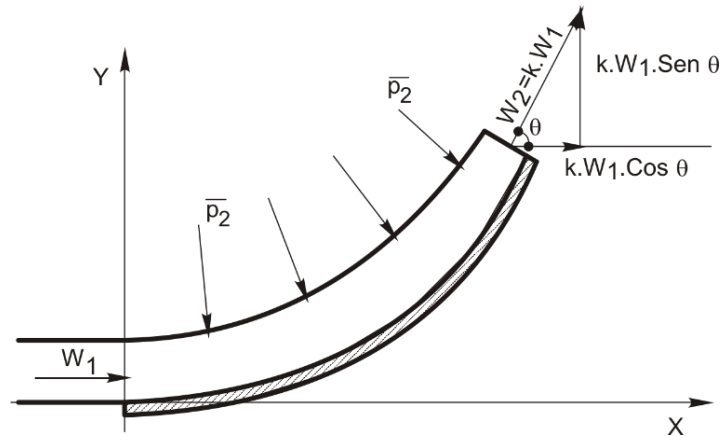


FIGURA 18 | Acción sobre una placa fija y aislada

El chorro incide en la placa con velocidad W_1 y luego de recorrer la placa, sale de la misma con velocidad W_2 , la que variará en función del grado de pulimiento de la superficie de la placa. Por lo que podemos establecer que ese grado de pulimiento podría evaluarse mediante un coeficiente K , tal que:

$$W_2 = K.W$$

Por otra parte, las pequeñas dimensiones relativas de las placas implican pérdidas por frotamiento despreciables, frente a los términos de energía cinética. Inclusive, las fuerzas debidas a la presión se equilibran entre sí, puesto que la presión atmosférica rodea todo el contorno; en consecuencia, las aplicaciones anteriores a este caso nos lleva a que:

$$A_x = \rho.Q.(W_{1x} - W_{2x}) = \rho.Q.W_1(1 - k.Cos\theta)$$

$$A_y = \rho.Q.(W_{1y} - W_{2y}) = \rho.Q.W_1 . sen\theta$$

El módulo de la acción y el ángulo serán:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\lambda = \text{arc tg } \frac{A_y}{A_x}$$

El valor máximo de A_x , lo obtendremos para el caso en que $k=1$ (pulimiento perfecto) y $\theta = 180^\circ$ (ver Figura 19). En efecto, en este caso tendremos las ecuaciones (18):

$$A_x = 2\rho QW_1$$

$$A_y = 0$$

(18)

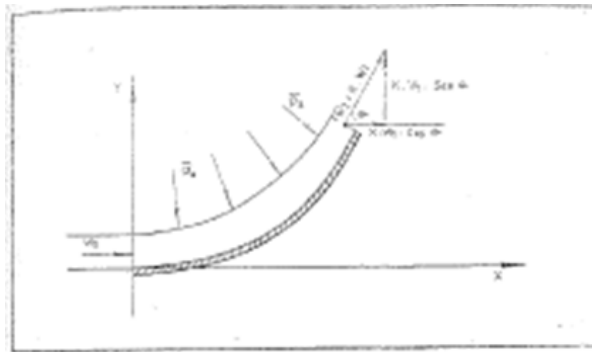


FIGURA 19 | Placa a 180°

5.2 Acción sobre placa curva aislada y móvil

En la Figura 20 esquematizamos una placa móvil, dotada de velocidad de arrastre según el eje x. La velocidad de chorro será C , por lo que la velocidad relativa de ingreso será:

$$\bar{C} = \bar{w} + \bar{u}$$

Para el mismo instante, la velocidad relativa de salida será:

$$W_2 = kW_1 = k(C_1 - u)$$

En la Figura 20 puede apreciarse claramente, que la parte rayada del gasto provisto por el inyector, no incide en la placa, en virtud de la velocidad de arrastre u .

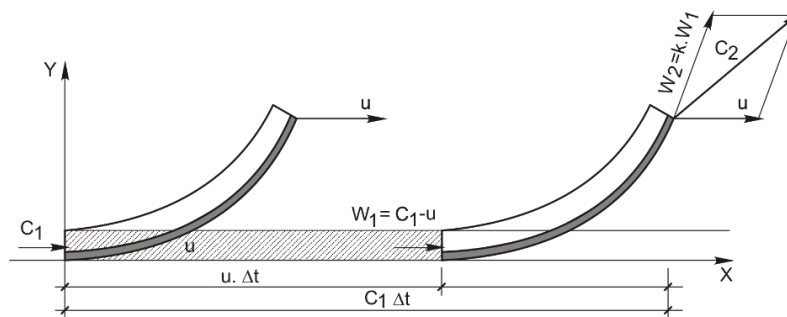


FIGURA 20 | Placa curva, aislada y móvil

Considerando el gasto reducido Q' , la aplicación de las anteriores nos lleva a:

$$A_x = \rho Q' W_1 (1 - K \cos \theta) = \rho Q' (C_1 - u) (1 - k \cos \theta)$$

$$A_y = \rho Q' W_1 \operatorname{sen} \theta = -\rho Q' K (C_1 - u) \operatorname{sen} \theta$$

(19)

La evaluación de Q' es inmediata si tenemos en cuenta que el volumen que no incide en la placa es:

$$\tau = \Omega C_1 \Delta t - \Omega u \Delta t = \Omega \Delta t (C_1 - u)$$

Como por otra parte tendremos:

$$Q' = \frac{Q_y}{C_1} Q (C_1' - u)$$

La que reemplazando en la (19) nos da:

$$A_x = \rho Q (C_1 - u) 2 / C_1 (1 - k \cos \theta)$$

$$A_y = \rho Q (C_1 - u) 2 / C_1 (1 - k \operatorname{sen} \theta)$$

5.3 Rueda Pelton

Si las placas están unidas a una rueda, la acción sobre las mismas hará que la rueda gire con una velocidad tangencial u . Si colocamos sobre la rueda un número de álabes tal que el gasto que no incide en una, incide en la siguiente, el gasto total Q será aprovechado y, en consecuencia, aplicado a toda la rueda, consecuentemente tendrán vigencia las expresiones (23).

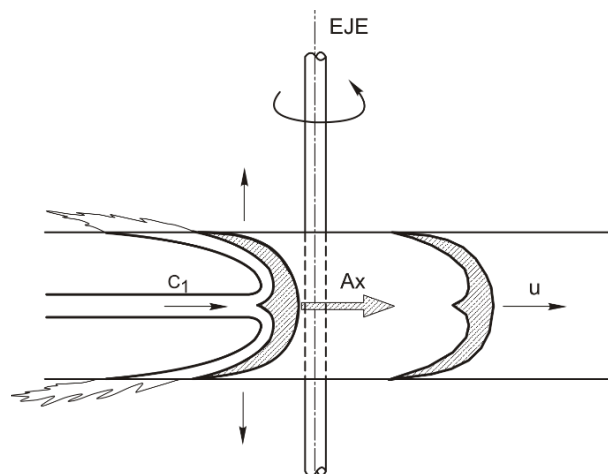


FIGURA 21 | Esquema de una parte de la rueda pelton

En la *Figura 21* se esquematiza una parte de la **rueda pelton**, en la que se representa el eje, dos álabes, y su forma, la que optimiza la acción del chorro proveniente del inyector.

Además los álabes tendrán la forma de la *Figura 21*, con la finalidad de aprovechar el máximo valor de la acción (es decir θ tendiendo a 180°) y además, para evitar los componentes A_y , que al anularse mutuamente, no introducirán un par y las consecuentes vibraciones en la rueda.

Por razones constructivas, (posibilidad de salida del líquido que no debe chocar con el chorro entrante), las placas no pueden llegar a $\theta = 180^\circ$, lo que introduciría pequeños componentes según y (los valores prácticos de θ son cercanos a 160°).

De allí que se adopte la *Figura 21* (considerando dos suerte de "cucharones" adosados, se puede obtener una imagen intuitiva) con el fin de que las componentes al eje y se anulen mutuamente. La expresión de la acción para toda rueda será entonces:

La expresión de la acción para toda rueda será entonces:

$$A_x = 2 \frac{A_x}{2} = \rho Q (C_1 - u)(1 - k \cos \theta)$$

$$A_y = 0$$

La potencia en el eje será:

$$N = A_x u = \rho Q (C_1 - u)(1 - k \cos \theta) u \quad (20)$$

La máxima potencia se obtendrá para los valores de u que anulen a la derivada primera, es decir:

$$\frac{dN}{du} = \rho Q (1 - k \cos \theta) \frac{d(C_1 - u)}{du} u = 0$$

$$\therefore \frac{d(C_1 - u)}{du} = 0 = C_1 - 2u$$

Por lo que:

$$u = \frac{C_1}{2}$$

El rendimiento de la rueda estará dado por el cociente entre la potencia a entregar y la del chorro. Esta última será:

$$\eta = \frac{\rho Q (1 - k \cos \theta) (C_1 - u) u}{\rho Q \frac{C_1}{2}} \quad (21)$$

En conclusión, tanto para obtener la máxima potencia, como el máximo rendimiento, la velocidad tangencial de la rueda debe ser la mitad de la velocidad del chorro incidente.

Obviamente, tanto el rendimiento como la potencia, serán nulos si:

$$u = 0 \quad \text{y} \quad u = C_1$$

Esta última, que se denomina “**velocidad de embalamiento de la máquina**”, cuyo rotor gira, en ese caso, pero sin generar potencia.

La cupla será el producto:

$$M = A \times r_g$$

Donde **M** es la cupla y **r_g** el radio de la rueda, es decir:

$$M = \rho Q (1 - k \cos \theta) (C_1 - u) r \quad (22)$$

Las expresiones (20), (21) y (22) pueden representarse en el cuadro de la *Figura 22*:

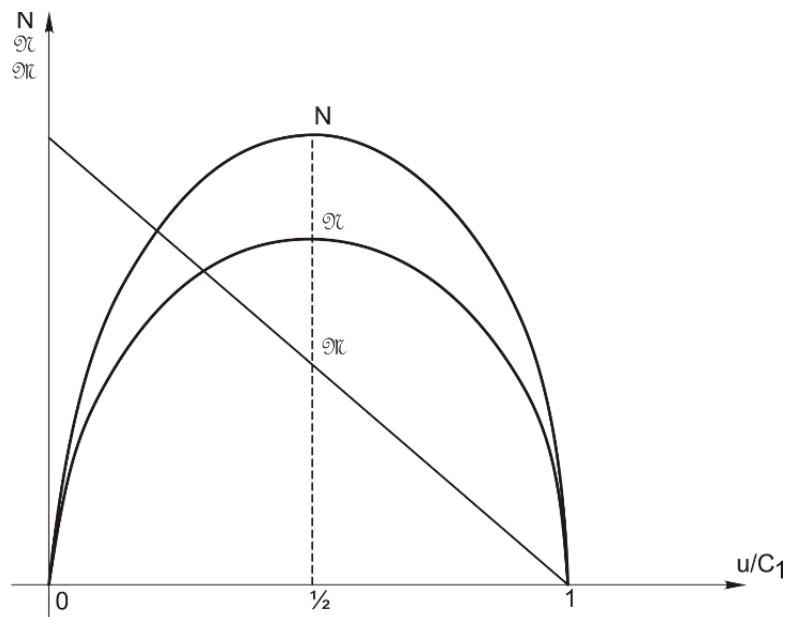


FIGURA 22 | Potencia, rendimiento y cupla de la rueda Pelton

CAPÍTULO 6:

ECUACIÓN DE EÜLER PARA LAS TURBOMÁQUINAS

6.1 Generalidades

Si el codo reductor del ejemplo **4.1** estuviese animado de una velocidad de arrastre, y colocado en sucesión sobre una rueda, podríamos imaginar, en una primera aproximación, el rotor de una máquina hidráulica a reacción.

Como lo que en definitiva importa determinar es la potencia, solo interesa considerar las componentes de la acción perpendicular al radio, es decir aquellas que producen momento con respecto al eje.

El rotor constituye un cuerpo de revolución, sobre cuyo contorno se disponen los álabes que forman los conductos (codos reductores). Consecuentemente las fuerzas provenientes de las diferencias de presión entre entrada y salida, darán resultantes que pasan por el eje de rotación, no dando, por lo tanto, momento alguno.

En la *Figura 23* representamos un corte meridiano en perspectiva y una proyección en planta de un rotor tipo Francis (ingreso radial), y se consideran los vectores velocidades al ingreso y la salida, En la perspectiva del corte meridiano, dibujamos también, la cámara espiral y elementos del distribuidor para un mejor entendimiento del proceso deductivo.

6.2 Deducción de la ecuación EÜLER

Los bordes de ingreso de las paletas constituyen, al rotar, una superficie de revolución de área:

$$\Omega_1 = \pi \cdot D_1 \cdot B$$

La componente meridiana de la velocidad será:

$$C_{m1} = \frac{Q}{\Omega_1} = \frac{Q}{\pi \cdot D_1 \cdot B}$$

Si consideramos una trayectoria absoluta, tal como la dibujada, y un filamento $d\omega$ que contiene a la trayectoria. Al rotar alrededor del eje, se engendra un tubo elemental de escurrimiento, de sección de ingreso $d\Omega$, que estará definida por:

$$d\Omega = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dB$$

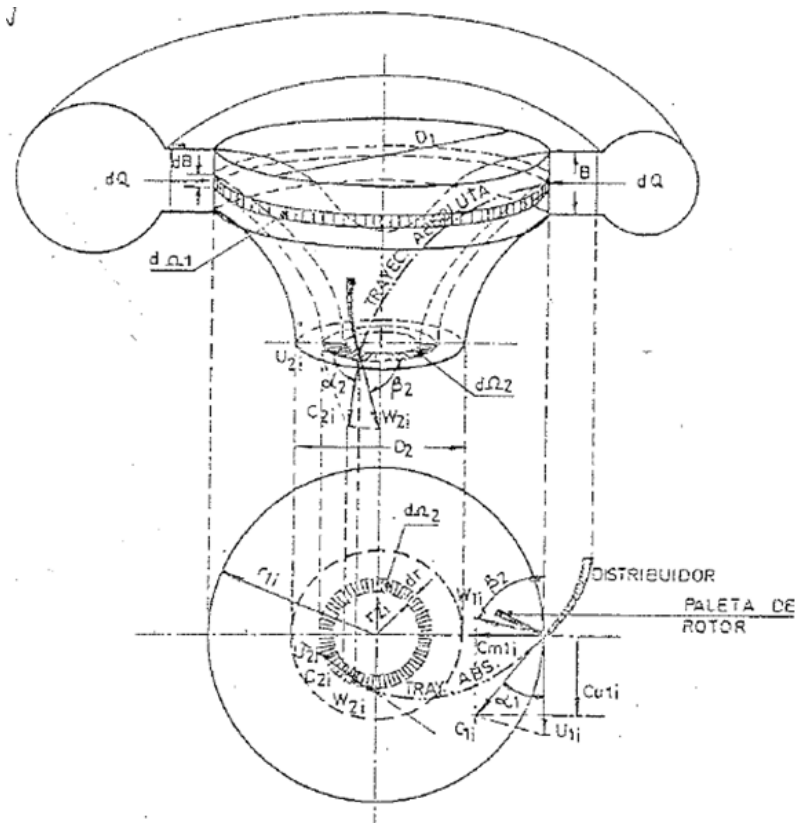


FIGURA 23 | Perspectiva y proyección en planta del rotor

Como el movimiento es permanente, escurre un gasto elemental dQ . La velocidad absoluta C_{1i} , tangente a la nombrada trayectoria, tiene componentes w_{1i} y u_{1i} (relativa y de arrastre respectivamente). Obviamente, para evitar choques que perturben el movimiento, el álabe debe ser siempre tangente a la velocidad relativa, lo que ocurre para el gasto nominal de la máquina.

Para gastos mayores o menores, este requisito no se cumple y aparecen componentes de velocidad relativa perpendiculares al álabe, las que originan pérdidas adicionales por turbulencias, con la consiguiente disminución del rendimiento.

En la salida tendremos la velocidad absoluta de salida C_{2i} con sus componentes w_{2i} y u_{2i} (relativa y de arrastre respectivamente). El subíndice i indica la variación de la velocidad a lo largo de B en el ingreso y a lo ancho de r_2 , a la salida.

Los componentes que dan momento son:

$$C_{u_{1i}} = C_{1i} \cdot \cos \alpha_{1i}$$

$$C_{u_{2i}} = C_{2i} \cdot \cos \alpha_{2i}$$

Las distancias al centro son r_{1i} y r_{2i} , también variables en el caso más general (al ser radial la máquina, tal como la de la *Figura 23*, en ese caso r_{1i} , sería constante.)

El momento diferencial originado por dQ será:

$$dM = \rho dQ [(Cu_1 r_1)_i - (Cu_2 r_2)_i]$$

Si $p = cte.$, el momento será:

$$M = \rho \int [(Cu_1 r_1)_i - (Cu_2 r_2)_i] dQ$$

Bajo la hipótesis de cumplimiento de la ley del torbellino potencial:

$$M = \rho Q (Cu_1 r_1 - Cu_2 r_2)$$

Al ser la potencia:

$$N = M\omega$$

Tendremos:

$$N = \rho Q (Cu_1 r_1 \omega - Cu_2 r_2 \omega)$$

Pero:

$$r_1 \omega = u_1$$

$$r_2 \omega = u_2$$

Por lo que:

$$N = \rho Q (Cu_1 u_1 - Cu_2 u_2)$$

(23)

Lo que en función de la altura útil H_u será:

$$\eta \gamma Q H_u = (Cu_1 u_1 - Cu_2 u_2)$$

Como $\gamma = \rho g$ resulta:

$$\eta g H_u = (Cu_1 u_1 - Cu_2 u_2)$$

(24)

La ecuación (24) es la ecuación de EÜLER, válida para las turbinas. Siguiendo un razonamiento análogo, se puede llegar a la expresión de EÜLER para las bombas:

$$g \frac{H_m}{\eta} = (C_{u2}u_2 - C_{u1}u_1) \tag{25}$$

Si se anulan los términos sustractivos de la (24) y (25) se obtendrán los mejores valores de H_u y H_m , lo que se logra con la “salida normal o ingreso normal”, respectivamente.

En efecto, al ser:

$$C_{u1} = C_1 \cos \alpha_1$$

$$C_{u2} = C_2 \cos \alpha_2$$

Diseñando las máquinas de tal manera que α_1 (turbinas) y α_2 (bombas) sean 90° , las proyecciones se anulan y también lo harán los términos sustractivos.

6.3 Campo de validez de la ecuación EÜLER

Al deducir la ecuación de las turbomáquinas hemos supuesto el cumplimiento de la ley del “**Torbellino potencial**”: $C_u \cdot r = \text{constante}$, por lo que hemos podido integrar, para las turbinas, la expresión:

$$M = \rho \int_r [(C_{u1}r_1)_i - (C_{u2}r_2)_i] dQ$$

Veremos la validez de esta afirmación, es decir la similitud entre la teoría del “**Torbellino Potencial**” y la realidad, analizando la *Figura 24*.

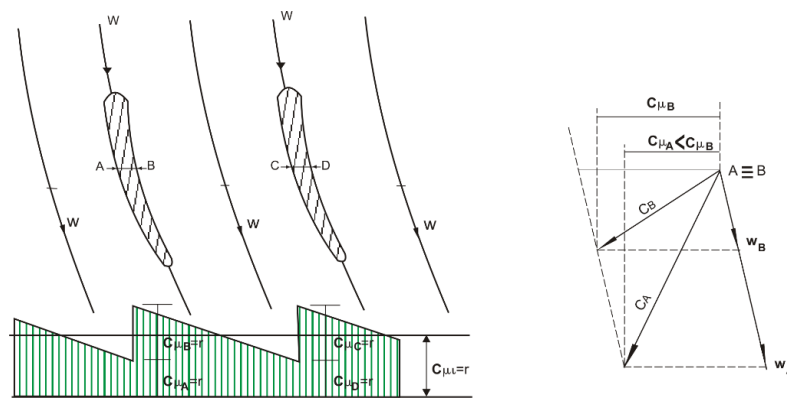


FIGURA 24 | Corte coaxial, diagrama $C_u r$ y polígono de velocidades

La presencia de los álabes altera la constancia ($C_u \cdot r = \text{constante}$). Pues para que haya movimiento (u diferente de 0), debe existir presión mayor en **B** y **D** que en **A** y **C**. Como u es constante, se obtienen componentes mayores de las velocidades en las caras anteriores que en el dorso, por lo que en la realidad ocurre que $C_u \cdot r \neq \text{constante}$.



Si el número de álabes tiende a infinito; obviamente el diagrama C_{ur} tiende a ser un rectángulo ($C_{ur} = \text{constante}$) y en ese caso sí se cumple la teoría del torbellino potencial. Por lo tanto, se estará más alejado de la misma, cuanto menor sea el número de álabes.

Para el diseño de rotores de pocos álabes (similares a las hélices de los buques) debemos entonces recurrir a la teoría de la sustentación, la que estudiaremos en el capítulo correspondiente, algo más adelante (se adelanta que la teoría de referencia es similar a la utilizada para el diseño de alas de avión y de palas de helicópteros).



CAPÍTULO 7:

NÚMEROS ESPECÍFICOS Y CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS EN FUNCIÓN DE LOS MISMOS

7.1 Números específicos

7.1.1 Generalidades

Los procesos hidráulicos que tienen lugar en conducciones a presión con máquinas intercaladas responden a los esquemas de las *Figuras 1 y 2*. Por otra parte, la ecuación de EÜLER, tanto para bombas como para turbinas, (30) y (31), expresadas en escalas y considerando $e_\eta=1$, serán:

$$e_g e_h = e_v^2$$

De donde:

$$e_v = e_g^2 e_H^{1/2}$$

Como por otro lado hemos estudiado en el capítulo de similitud hidráulica, que cuando predominan las fuerzas gravitatorias rige la ley de **Reech-Froude**:

$$e_v^2 = e_l e_g$$

Si las relaciones son para modelo y prototipo en el mismo lugar $e_g = 1$, por lo que:

$$e v^2 = e_L$$

$$e v = e_H^{1/2} \therefore$$

$$e v^2 = e_L$$

$$e v^2 = e_H$$

Finalmente resulta:

$$e_H = e_L$$

Es decir que la escala de energía cinética resulta igual a la escala de longitudes.

En otro orden de cosas, las velocidades intervinientes en máquinas se recuerda que son:

- La velocidad absoluta \bar{C}
- La velocidad relativa \bar{W}
- La velocidad de arrastre \bar{u}
- Las que están vinculadas por la expresión:

$$\bar{C} = \bar{w} + \bar{u}$$

Por lo que la expresión: $e_v = e_H^{1/2}$ puede ser extendida a las velocidades relativa, de arrastre y absoluta.

$$e_v = e_w = e_u = e_c = e_x^{1/2} = e_L^{1/2} \quad (26)$$

7.1.2 Relación entre n , D y H (primera relación de semejanza)

En las máquinas, la velocidad tangencial de arrastre será, en función del número de revoluciones por minuto n :

$$u = \frac{\pi D n}{60}$$

Por lo que las escalas serán:

$$e_u = \frac{U_p}{U_m} = e_d e_n$$

De donde:

$$e_n = e_u e_D^{-1}$$

De la (32) se puede igualar y tendremos:

$$e_n = e_x^{1/2} e_D^{-1}$$

La que para modelo y prototipo será:

$$\frac{n_p}{n_m} = \frac{D_m}{D_p} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} \quad (27)$$

Como toda máquina es semejante a sí misma, en caso de estar comparándose una misma máquina funcionando en diferentes condiciones, en ese caso:

$$\frac{D_m}{D_p} = 1$$

Para dos estados de funcionamiento caracterizados con los índices 1 y 2, se tiene que:

$$\frac{n_1}{n_2} = \left(\frac{H_1}{H_2} \right)^{1/2}$$

$$\therefore \frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \quad (28)$$

Es decir que la relación de energías unitarias es proporcional a la relación del número de revoluciones al cuadrado.

7.1.3 Relación entre Q , D y H (segunda relación de semejanza)

Siendo B la altura del distribuidor (ver Figura 25) el caudal es:

$$Q = \Omega \cdot C_m$$

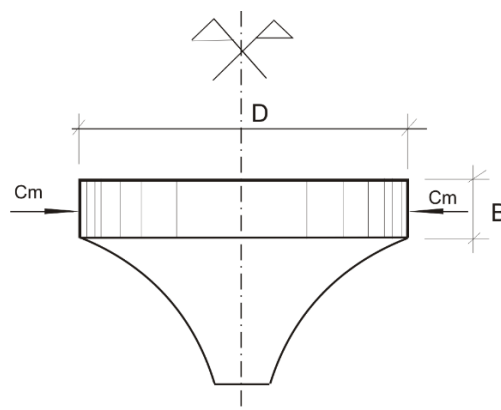


FIGURA 25 | Esquema de un rotor

Donde Ω es el área de ingreso dada por:

$$\Omega = \pi \cdot D \cdot B$$

Y C_m es la componente de la velocidad absoluta de ingreso, según un plano meridiano. El caudal será entonces:

$$Q = \pi D B C_m \quad (29)$$

Pero como en las máquinas semejantes la relación D/B es un valor constante (K), reemplazando en la (29):

$$Q = \pi D^2 K C_m \quad (30)$$

Pasando a escalas tendremos:

$$e_Q = e_D^2 e_{Cm} = e_D^2 e_H^{1/2}$$

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{D_p}{D_m}\right) \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{1/2} \quad (31)$$

Lo que para dos estados de una misma máquina será:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{1/2}$$

Recordando la (28) resulta:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right) \quad (32)$$

7.1.4 Relación entre n_r , D y H (tercera relación de semejanza)

La potencia entregada por una turbina es:

$$N = \eta_r QH$$

Pasando a las escalas tendremos:

$$e_N = e_\eta e_r e_Q e_H \quad (33)$$

Considerando el mismo líquido para modelo y prototipo, tendremos:

$$e_\gamma = 1$$

Por otra parte, en primera aproximación podemos afirmar que:

$$e_\eta = 1$$

En efecto, en realidad siempre los rendimientos son mayores en los prototipos que en los modelos, puesto que en estos no se pueden alcanzar los mismos grados de pulimiento relativo que en los primeros. Diversos autores dan fórmulas empíricas, basadas en numerosas experiencias reales, que permiten obtener el rendimiento en el prototipo, conociendo el rendimiento en el modelo. Merecen citarse las siguientes expresiones:

a) *Fórmula de Spannhake:*

$$\eta_p = (1 - \eta_m) \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^{1/4} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{1/10}$$

a) *Fórmula de Moody:*

$$\eta_p = (1 - \eta_m) \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^{1/4} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{1/10}$$

a) *Fórmula de Camerer:*

$$\eta_p = (1 - \eta_m) \frac{1.4 + \frac{1}{\sqrt{D_p}}}{1.4 + \frac{1}{\sqrt{D_m}}}$$

Considerando entonces $e_N e_H = 1$, la (31) será:

$$e_N = e_Q e_H$$

Escribiendo para prototipo y modelo, tendremos:

$$\frac{N_p}{N_m} = \frac{Q_p}{Q_m} \frac{H_p}{H_m}$$

Reemplazando:

$$\frac{Q_p}{Q_m}$$

De la (37) obtenemos:

$$\frac{N_p}{N_m} = \left(\frac{Q_p}{Q_m} \right)^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)$$

Y finalmente:

$$\frac{N_p}{N_m} = \left(\frac{Q_p}{Q_m} \right)^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2}$$

(34)

La que escrita para dos estados de funcionamiento de una misma máquina será:

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{H_1}{H_2} \right)^{3/2}$$

Recordando la (15):

$$\frac{N_1}{N_2} = \left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \right]^{3/2}$$

Finalmente se tiene:

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^3 \quad (35)$$

Nota: Nótese que la (41) implica que en el caso de buques o de aviones a turbohélice, al estar la velocidad de desplazamiento directamente vinculada con el número de revoluciones, para duplicar la velocidad, se requiere ocho veces más potencia, por lo que el gasto económico que implica limita las velocidades máximas. Obviamente, cuando la economía pasa a ser de importancia secundaria, como en el caso de los usos militares, las embarcaciones podrán alcanzar altas velocidades a costa de enormes consumos de combustible.

7.1.5 Número específico en función del gasto o caudal

Despejando (D_p / D_m) de la (31) se tiene que :

$$\frac{D_p}{D_m} = \left(\frac{Q_p}{Q_m} \right)^{1/2} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/4}$$

Reemplazando su inversa en la (32):

$$\frac{n_p}{n_m} = \left(\frac{Q_p}{Q_m} \right)^{1/2} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/4} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2}$$

Es decir:

$$\frac{n_p}{n_m} = \left(\frac{Q_p}{Q_m} \right)^{1/2} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/4}$$

Escribiendo los subíndices ordenadamente:

$$\frac{n_p Q_p^{1/2}}{H_p^{3/4}} = \frac{n_m Q_m^{1/2}}{H_m^{3/4}} = \text{constante} = n_{sq}$$

Obtendremos así una relación de semejanza que definiremos como “**número específico en función del gasto o caudal**” y que implica un valor constante para máquinas geométrica y cinemáticamente semejantes. Finalmente y en general será:

$$n_{sq} = \frac{n Q^{1/2}}{H^{3/4}}$$

7.1.6 Número específico en función de la potencia

Despejando:

$$\frac{D_p}{D_m}$$

De la (34) tendremos:

$$\frac{D_p}{D_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^{1/2} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{3/4}$$

Reemplazando su inversa en la (35):

$$\frac{n_p}{n_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^{1/2} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{3/4} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2}$$

Es decir:

$$\frac{n_p}{n_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^{1/2} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2}$$

Escribiendo los símbolos ordenadamente:

$$\frac{n_p N_p^{1/2}}{H_p^{5/4}} = \frac{n_m N_m^{1/2}}{H_m^{5/4}} = \text{constante} = n_s$$

Obtendremos así otra relación de semejanza, que definiremos como “**número específico en función de la potencia**” y que implica un valor constante para máquinas geométrica y cinemáticamente semejantes, y que finalmente es:

$$n_s = \frac{n N^{1/2}}{H^{5/4}}$$

(36)

7.1.7 Relación entre n_s y n_{sq}

La potencia en **HP** para una turbina será:

$$N = \frac{\gamma Q H}{75} = \frac{1000}{75} Q H$$



El número específico en función de la potencia es:

$$ns = \frac{n N^{1/2}}{H^{5/4}}$$

Reemplazando el valor de **N**:

$$ns = \frac{n}{H^{5/4}} \left(n \cdot \frac{1000}{75} QH \right)^{1/2} = \left(\frac{1000}{75} n \right)^{1/2} \frac{nQ^{1/2} H^{1/2}}{H^{5/4}}$$

Y finalmente adoptando $\eta = 0,9$

$$ns \cong 3,46 \frac{nQ^{1/2}}{H^{3/4}}$$

Es decir que:

$$ns \cong 3,46 nsq \quad (37)$$

7.1.8 Imposición de la similitud dinámica

Estudiaremos a continuación qué ocurre al imponer la similitud dinámica, considerando regímenes plenamente turbulentos, es decir en aquellos procesos, donde la importancia de las fuerzas de gravedad es considerablemente mayor que las debidas a los efectos viscosos. En este caso, nuestro modelo estará regido por la condición de igualdad del número de Froude:

$$F_m = F_p = \frac{V^2}{gL}$$

Es decir que:

$$\frac{V_p^2 - M_m^2}{g_p L_p} = \frac{V_m^2}{g_m L_m}$$

Como:

$$e_g = \frac{g_p}{g_m} = 1$$

Como:

$$e_L = \frac{L_p}{L_m} = \left(\frac{V_p}{V_m} \right)^2 = e_v^2$$

Pero en 4.1.1 demostramos que $e_L = e_H$, por lo que reemplazando en la (31):

$$e_Q = \frac{Q_p}{Q_m} = e_L^2 e^{1/2} = e_L^{5/2}$$

Por lo que:

$$Q_m = \frac{Q_p}{e_Q} = \frac{Q_p}{e_L^{5/2}}$$

De la (27) resulta que:

$$e_Q = \frac{np}{nm} = e_L^{-1} \cdot e_L^{1/2} = e_L^{-1/2} \quad (38)$$

Por lo que:

$$nm = \frac{np}{e_L^{1/2}} = np \cdot e_L^{1/2} = np \cdot \sqrt{e_L}$$

Por otra parte como $e_H = \frac{Hp}{Hm} = e_L$, tendremos que $Hm = \frac{Hp}{e_L}$ plantearemos ahora el número específico en función del gasto para el modelo, por lo que:

$$nsqm = \frac{nm * Q_m^{1/2}}{Hm^{3/4}} = \frac{nm * e_L^{1/2}}{(Hp / e_L)^{3/4}} * \left(\frac{Q_p}{e_L^{5/2}} \right)^{1/2}$$

$$\therefore nsqm = \frac{np * Q_p^{1/2}}{Hm^{3/4}} * \frac{e_L^{1/2}}{e_L^{5/4}} * e_L^{3/4}$$

Es decir que:

$$n_{sqm} = v n_{sqp} \quad (39)$$

Concluimos entonces que, al imponer la condición de **similitud dinámica**, el **número específico** no se altera, por lo que, al existir similares condiciones de escurrimiento entre modelo y prototipo, además de la semejanza cinemática, se cumplimenta la similitud dinámica, pero recordando que no se pueden poner todas las fuerzas a escala (solo se puede tener una semejanza dinámica incompleta).

A idéntico resultado llegaríamos imponiendo, por ejemplo, la condición de número de Reynolds iguales, es decir, considerando influencia predominante de la viscosidad. En efecto en ese caso:

$$R_{em} = R_{ep}$$

Es decir que:

$$\frac{V_m \cdot L_m}{\nu_m} = \frac{V_p \cdot L_p}{\nu_p}$$

Adoptando $V_m = V_p$:

$$\frac{L_p}{L_m} = e_L = \frac{V_m}{V_p} = e_v^{-1} = \frac{1}{e_v}$$

De donde:

$$e_v = e_L^{-1}$$

Pero por otra parte de 4-1-1 sabemos que:

$$e_v = e_H^{1/2}$$

Igualando surge que:

$$e_H^{1/2} = e_L^{-1}$$

$$\therefore e_H^{1/2} = e_L^{-2} = \frac{H_p}{H_m} \quad (40)$$

Por lo que:

$$H_{km} = \frac{H_p}{e_L^{-2}} \quad (41)$$

Haciendo los reemplazos correspondientes tendremos:

$$e_Q = e_L^2 e_H^{1/2} = e_L^2 e_L^{-1} = e_L$$

$$e_Q = e_L = \frac{Q_p}{Q_m}$$

Finalmente:

$$Q_m = \frac{Q_p}{e_L} \quad (42)$$

Siguiendo con el razonamiento, tendremos:

$$e_n = e_L^{-1} * e_H^{1/2} = e_L^{-1} * e_L^{-1} = e_L^{-2} = \frac{np}{nm}$$

$$\therefore nm = \frac{np}{e_L^{-2}}$$

Planteando ahora el valor de n_{sqm} , tendremos:

$$n_{sqm} = \frac{nm Q_m^{1/2}}{H_m^{3/4}} = \frac{np}{e_L^{1/2}} \frac{Q_p^{1/2} (e_L^{-2})^{3/4}}{e_L^{1/2} H_p^{3/4}} = \frac{np Q_p^{1/2}}{H_p^{3/4}} \frac{e_L^{-3/4}}{e_L^{-2} e_L^{1/2}}$$

Pero obviamente:

$$\frac{e_L^{-3/2}}{e_L^{-2} e_L^{1/2}} = \frac{e_L^{-3/2}}{e_L^{-4/2} e_L^{1/2}} = \frac{e_L^{-3/2}}{e_L^{-3/2}} = 1$$

Por lo que finalmente:

$$n_{sqm} = \frac{nm Q_m^{1/2}}{H_m^{3/4}} = \frac{np Q_p^{1/2}}{H_p^{3/4}} = n_{sqp}$$

$$\therefore n_{qsm} = n_{sqp}$$

Nota: No es posible tener igualdad del número de Reynolds, pues el modelo debería tener saltos enormes, no logrables en un laboratorio. Tampoco es lógico buscar la igualdad de este número cuando tenemos turbulencias tan altas, que dan valores de magnitud 106 para este número.

7.2 Evolución del rodete en función del número específico

7.2.1 Generalidades

En la *Figura 26* consideramos al rotor de la máquina (en este caso una bomba), en la que se esquematizan dos álabes de todo el conjunto. Primero lo suponemos justamente en el plano del dibujo, por lo que se apreciará su verdadera proyección, y el segundo lo consideramos perpendicular al plano del dibujo, por lo que solo se apreciará la forma como la indicada en la *Figura 26*. Entre ambas existirán varios álabes que omitimos para mayor claridad de la interpretación.

Para simplificar el dibujo, al álabe perpendicular lo representaremos con una traza (obtenida con el corte debido a un cilindro o coaxial).

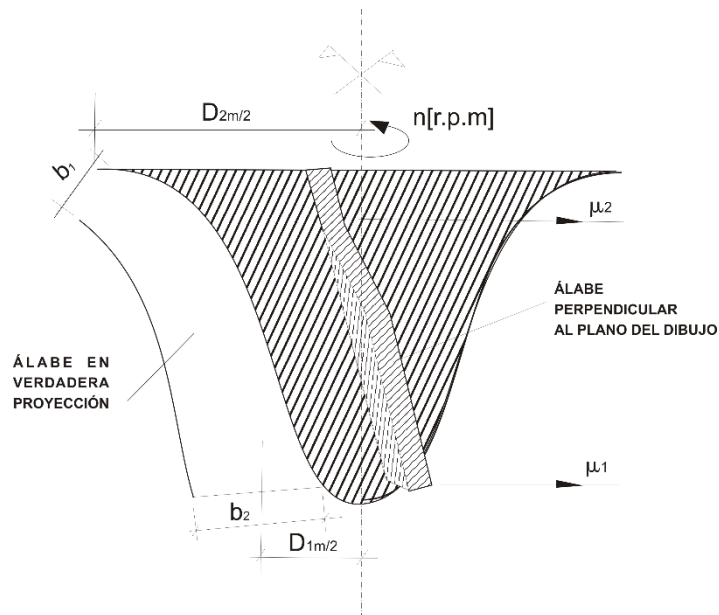


FIGURA 26 | Rotor y álabes de una bomba genérica

Aplicamos al álabe los vectores velocidad indicados en la Figura 27, para la sección de entrada de una bomba:

$$Q = \pi \cdot D_{1m} \cdot b_1 \cdot CM_1 = \pi \cdot D_{1m} \cdot b_1 \cdot u_1 \cdot \text{tg}\beta_1$$

Como:

$$U_1 = \frac{\pi \cdot D_{1m} \cdot n}{60}$$

$$\therefore Q = \frac{\pi^2}{60} \cdot D_{1m} \cdot b_1 \cdot n \cdot \text{tg}\beta_1 \quad \therefore Q^{1/2} = \frac{\pi}{60^{1/2}} \cdot D_{1m} \cdot b_1^{1/2} \cdot n^{1/2} \cdot \text{tg}^{1/2}\beta_1$$

La ecuación fundamental, para $\alpha=90^\circ$ (para eliminar el término sustractivo) es:

$$g = \frac{H}{\eta} = u_2 C_2$$

de la Figura 27:

$$\text{tg}\beta_2 = \frac{C_{m2}}{u_2 - C_{u2}}$$

$$\therefore (u_2 - C_{u2})\text{tg}\beta_2 = C_{u2} = \frac{C_{m2}}{\text{tg}\beta_2} + C_{u2}$$

$$\therefore C_{u,2}^2 = u_2 \left(u_2 - \frac{C_{m2}}{\text{tg}\beta_2} \right)$$

Y reemplazando en la expresión de EÜLER:

$$g \frac{H}{\eta} = u_2 C_{u2} = u_2 \left(u_2 - \frac{C_{m2}}{\operatorname{tg}\beta_2} \right)$$

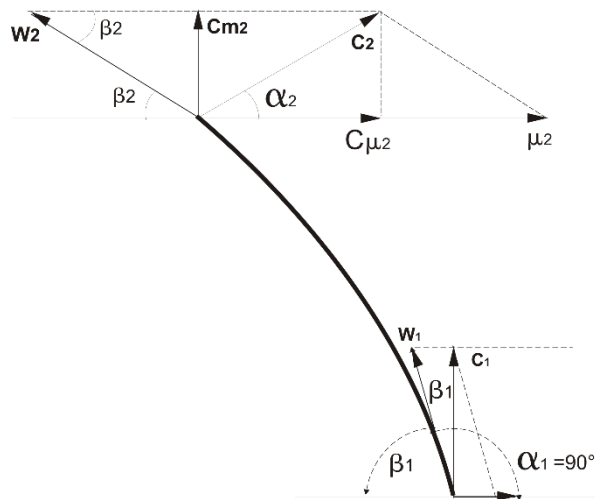


FIGURA 27 | Trazo del álabe y vectores de velocidad

Por lo que $g \frac{H}{\eta} = u_2^2 \left(1 - \frac{C_{m2}}{u_2 \operatorname{tg}\beta_2} \right)$; pero $C_{m2} = \left(1 - \frac{q}{\pi D_{2m} b_2} \right)$ y $u_2 = \left(1 - \frac{\pi D_{2m} n}{60} \right)$

$$C_{m2} = \frac{\pi^2 D_{1m}^2 b_1 n \operatorname{tg}\beta_1}{60 \pi D_{2m} b_2} = \frac{\pi D_{1m}^2 b_1 60 u_2 \operatorname{tg}\beta_1}{60 \pi D_{2m} b_2} = \frac{D_{1m}^2 b_1 u_2 \operatorname{tg}\beta_1}{D_{2m}^2 b_2}$$

Pasando u_2 al primer miembro y dividiendo miembro a miembro, por $\operatorname{tg}\beta_2$

$$\frac{C_{m2}}{u_2 \operatorname{tg}\beta_2} = \frac{D_{1m}^2 b_1 \operatorname{tg}\beta_1}{D_{2m}^2 b_2 \operatorname{tg}\beta_2}$$

Reemplazando en la expresión de EÜLER:

$$g = \frac{\eta}{g} \frac{\pi D_{1m} \cdot n}{60} \left(1 - \frac{D_{1m}^2 b_1 \operatorname{tg}\beta_1}{D_{2m}^2 b_2 \operatorname{tg}\beta_2} \right) \quad (43)$$

Como:

$$n_{sq} = \frac{n Q^{1/2}}{H^{3/4}}$$

Reemplazado por los valores hallados tendremos:

$$n_{sq} = \left(\frac{g}{\eta} \right)^{3/4} \frac{60}{\pi^{1/2}} \frac{\frac{D_{1m}}{D_{2m}} * \left(\frac{b_1}{b_2} \right)^2 \operatorname{tg}^{1/2} \beta_1}{\left[1 - \left(\frac{D_{1m}}{D_{2m}} \right)^2 \frac{b_1 \operatorname{tg} * \beta_1}{b_2 \operatorname{tg} * \beta_2} \right]^{3/4}} \quad (44)$$

La (44) es el valor de n_{sq} expresado en características geométricas del rodete y de los triángulos de velocidades β_1 y β_2 .

- η, g y π son constantes
- $\frac{b_1}{b_2}$ pesan poco en la (44)
- $\frac{D_{1m}}{D_{2m}}$ tienen un papel preponderante

Es posible demostrar, en forma análoga, que en el caso de las turbinas: n_s también varía fundamentalmente con D_{1m}/D_{2m} .

Todo lo expuesto nos permite clasificar a las turbomáquinas en función del número específico, o en última instancia en función de la relación D_{1m}/D_{2m} .

7.2.2 Clasificación de las turbomáquinas en función del número específico

7.2.2.1 Clasificación de las turbobombas

Se remite a lector al Capítulo 10 referido expresamente a las **Bombas Centrífugas**.

7.2.2.2 Clasificación de las turbinas

Para permitir la selección, utilizamos el proceso y las formulas del *Prof. Ing. Mari*, (Profesor de "Mecánica de Fluidos" de la FIUBA, en los setenta del siglo pasado) que nos dice lo siguiente:

- a) Corresponde a turbina Pelton si se cumple que:

$$\left\{ \begin{array}{l} n \leq \frac{82 H^{1/3}}{Q^{1/2}} \\ \frac{H}{Q} > 80 \end{array} \right. \quad (45)$$

- b) Al corresponder turbinas de reacción, la expresión

$$n \leq c \frac{H^{1/6}}{Q^{1/2}} \quad (46)$$

Con:

$$c = 800 + 0,5 (H - 20) \quad (47)$$

Nos permiten seleccionar turbinas **Francis** cuando n es menor que el valor hallado y **Kaplan** o **Hélice**, cuando es mayor.

La *Figura (29)* implica la clasificación de las turbinas a la vez que posibilita la selección de la máquina más adecuada a las condiciones de salto y gasto o caudal generados por el aprovechamiento, siguiendo el procedimiento de selección del *Prof. Ing. Mari*.

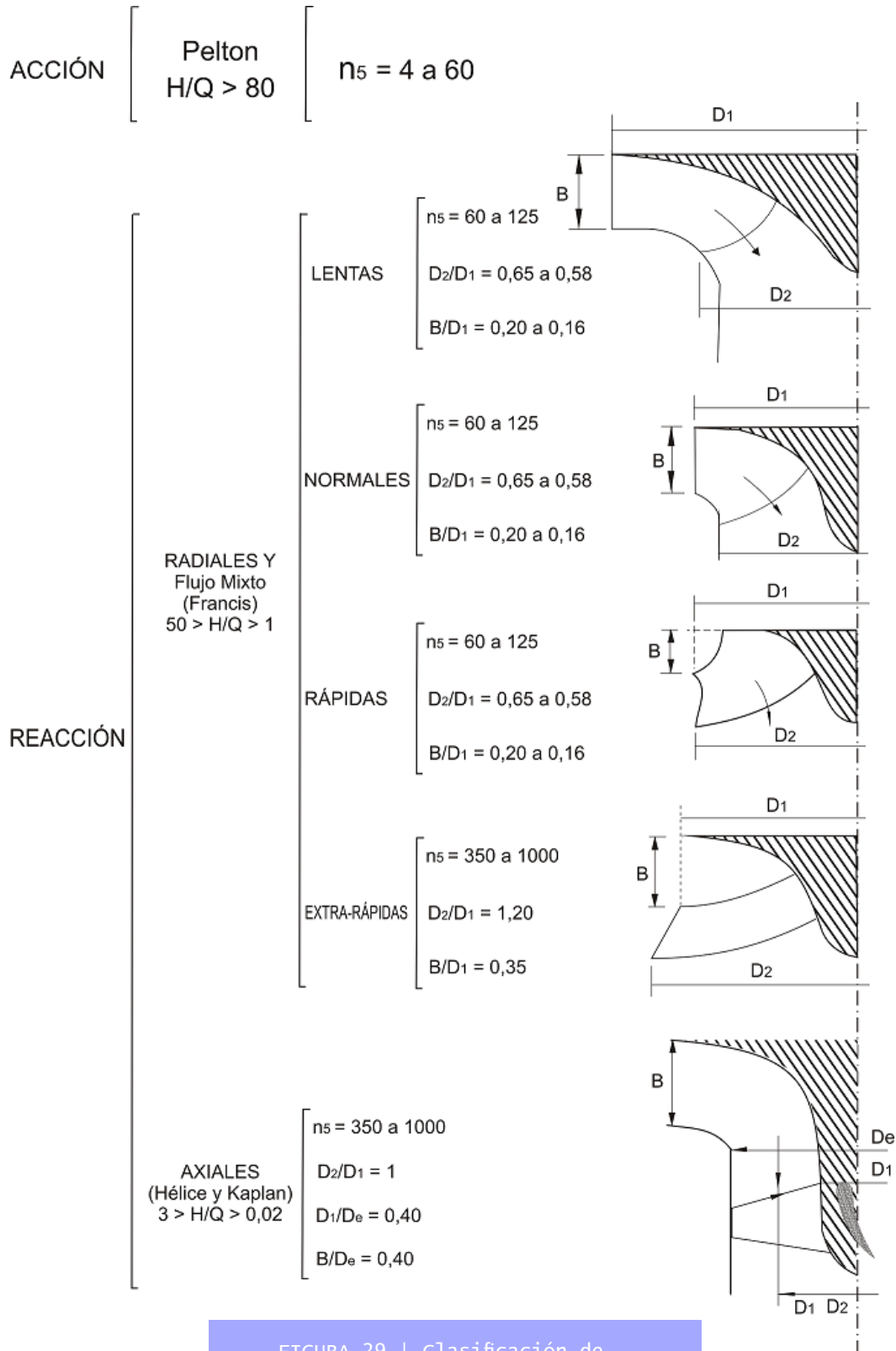


FIGURA 29 | Clasificación de las turbinas en función de n_s

7.3 Las turbinas Pelton y el número específico

Podría preguntarse por qué se clasifica a las **turbinas Pelton** con el **número específico** en función de **N**, dado que éste fue deducido para las características de los otros tipos de máquinas. La respuesta es la siguiente:

Para el máximo η y máxima potencia:

$$u = \frac{1}{2} C1$$

$$C1 = \varphi \sqrt{2gH_u}$$

Donde φ es el rendimiento, por lo que:

$$u = \frac{1}{2} \varphi \sqrt{2gH_u}$$

Pero:

$$u = \frac{\pi D n}{60}$$

$$\varphi 1 = \frac{1}{2} \varphi$$

Por lo que:

$$\frac{\pi D n}{60} = \varphi 1 \sqrt{2gH_u}$$

$$\therefore n = \frac{60\varphi 1 \sqrt{2gH_u}}{\pi D} \quad (48)$$

Si **d** es el diámetro del chorro, y tenemos **i** inyectores o toberas:

$$Q = i\Omega ch C1 = i \frac{\pi d^2}{4} \varphi \sqrt{2gH_u} \quad (49)$$

Siendo:

$$N = \eta \frac{\gamma Q H_u}{75} [\text{HP}] = \eta \frac{\gamma H_u}{75} i \frac{\pi d^2}{4} \varphi \sqrt{2gH^{1/2}} = \eta \frac{\gamma}{75} i \frac{\pi d^2}{4} \varphi \sqrt{2gH^{3/2}} \quad (50)$$

Como:

$$ns = \frac{n\sqrt{N}}{Hu^{5/4}} = \frac{60\phi_1}{\pi D} \sqrt{2gH_u} \sqrt{\frac{\eta\gamma}{75}} \sqrt{i} \sqrt{\frac{\pi}{4}} \phi d \sqrt{2g} \frac{H_u^{3/4}}{H_u^{1/4}}$$

$$\therefore ns = \left[60\phi_2\phi^{1/2} \sqrt{2g} \sqrt[4]{2g} \sqrt{\frac{\eta\gamma}{75}} \frac{i}{\pi} \sqrt{\frac{\pi}{4}} \right] \sqrt{i} \frac{d}{D} \quad (51)$$

El término entre corchetes tiene valores constantes, entre los que hay que considerar:

$$\phi \cong 0,97$$

y

$$0,47 < \phi_1 < 0,48$$

$$0,85 < \eta < 0,9$$

$$\therefore 244 \frac{d}{D} \sqrt{i} < ns < 252 \frac{d}{D} \sqrt{i} \quad (52)$$

El número específico es muy aproximadamente función de las dimensiones de la rueda y de i , por lo que sirve para expresar la semejanza también para ruedas **Pelton**.

CAPÍTULO 8:

RESISTENCIA Y SUSTENTACIÓN

8.1 Generalidades

La experiencia muestra que, si queremos mover un cuerpo en el entorno de un fluido real en reposo, es necesario impulsarlo para que la resistencia al avance que el fluido origina sea vencida.

Tal es el caso de las embarcaciones (tanto de superficie como submarinas) y de aviones. Aún más en el caso de estos últimos, todos intuimos que la sustentación generada en las alas está íntimamente ligada con el aire a través del que se mueve. De la misma manera desde un punto de vista de las aplicaciones hidráulicas, es necesario dotar a fluidos de energía suficiente, para mantener el movimiento con contornos fijos (casos de canales y conductos cerrados a presión y alrededor de obstáculos fijos al paso de la corriente por orificios, vertederos, pilas de puente, obras de arte en general, de máquinas hidráulicas, etc.)

En el presente capítulo estudiaremos las fuerzas que tienen los cuerpos sumergidos en una corriente fluida en la que el campo de velocidades, anterior a la perturbación originada por el cuerpo, es uniforme y posteriormente es perturbado por el mismo.

En la *Figura 30* esquematizamos un cuerpo de forma arbitraria, (en nuestro caso un cilindro), relacionado, a un sistema de coordenadas **y-x**, e inmersos en una corriente y permanente uniforme, bidimensional con sentido de escurrimiento coincidente con el **eje x**. A las componentes según los ejes de la fuerza resultante de fluidos (**E**) las llamaremos:

- a) Componente según el **eje x**: **R "RESISTENCIA"**
- b) Componente según el **eje y**: **S "SUSTENTACIÓN"**

Aclaremos que desde el punto de vista de la mecánica de fluidos el avance de un cuerpo en un fluido en reposo o el escurrimiento de fluidos encerrados en contornos fijos o alrededor de cuerpos, es el mismo problema y consecuentemente ambos presentan idéntica formulación.

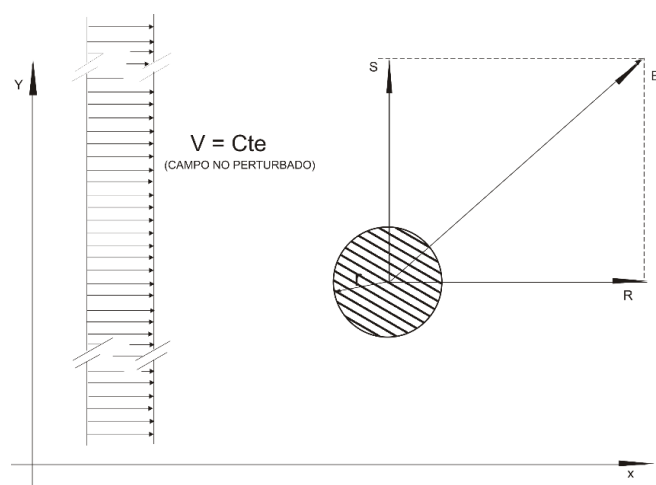


FIGURA 30 | Fuerzas de resistencia y sustentación

Tal aseveración se fundamenta en el **“principio de acción y reacción”**, del que se desprende que las fuerzas que un cuerpo en movimiento ejerce sobre el fluido, son iguales y opuestas a las que el fluido ejerce sobre el mismo.

Una manifestación de este problema en la hidráulica, la constituye la resistencia al avance de la corriente, y en especial el caso de los accesorios en conducciones a presión, capítulo que toma el característico nombre de **“Pérdidas localizadas”** y el que estudia desde una concepción fundamentalmente empírica. En cambio, la ingeniería naval y aerodinámica y el diseño de máquinas hidráulicas exige un tratamiento más amplio.

Los conceptos fundamentales de este tratamiento, parte integrante del basamento teórico de nuestra disciplina, es justamente lo que pretendemos desarrollar en este capítulo.

8.2 Resistencia y sustentación - tratamiento teórico del tema

8.2.1 Teorema de Kutta - Joukowski

8.2.1.1 Fundamentos e hipótesis

Nos proponemos estudiar las componentes de sustentación (**S**) y de resistencia (**R**) a partir de las hipótesis que definen al escurrimiento del fluido perfecto o con potencial de velocidades.

La deducción llevada a cabo por el científico alemán **KUTTA**. Y posteriormente, y en forma independiente, por el padre de la teoría de los perfiles alares, el científico ruso **JOUKOWSKY**.

Se fundamenta en la aplicación de la teoría de la acción de una corriente fluida, evaluada sobre una curva arbitraria que contiene al cuerpo (o más propiamente al perfil bidimensional del mismo) y sobre el que se procede a evaluar las magnitudes de **S** y **R**. En la consideración de la acción, se desprecian las fuerzas debidas a la gravedad; es decir el peso de las porciones fluidas consideradas, por ser el mismo despreciable frente a las fuerzas intervinientes en la conformación de **S** y **R**. Consideraremos que el fluido es perfecto o escurre con potencial de velocidades, por lo que no existirán esfuerzos tangenciales debido a la viscosidad. Consecuentemente, a la hipótesis de **“fuerzas debidas a la gravedad despreciables”**, deben agregarse aquellas, propias del escurrimiento con potencial de velocidades.

En resumen, las hipótesis básicas para la deducción a encarar son:

- Escurrimiento con potencial de velocidades en todos los puntos
- Fluidos incomprensibles ($\rho = \text{cte}$)
- Movimiento permanente o estacionario
- Movimiento bidimensional (para la aplicación tridimensional se repite el análisis en todos los planos perpendiculares al del dibujo)
- No se consideran los pesos de las masas fluidas en movimiento en las cercanías del cuerpo (despreciables frente al resto de las fuerzas intervinientes)

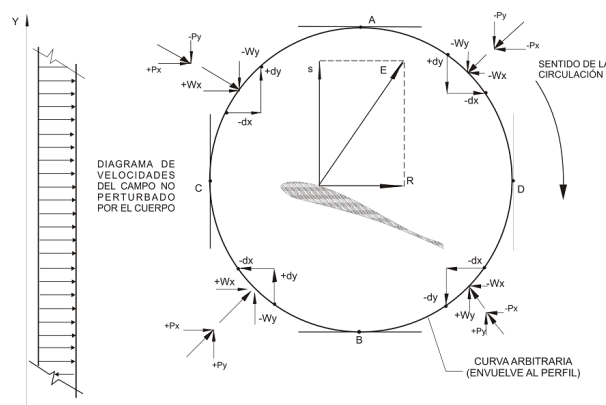


FIGURA 31a | Variables intervinientes

En la *Figura 31a*, se esquematiza el perfil bidimensional del cuerpo sobre el que actuará el empuje E de componentes S y R . Se ha adoptado un perfil de forma alar, por la implicancia que tendrá en nuestras consideraciones futuras, pero hacemos la salvedad de que la forma puede ser cualquiera, dando así total generalidad a la deducción.

Se ha trazado una curva, también arbitraria (en la *Figura 31a* un círculo), que debe cumplir una única condición, que es la de contener al cuerpo en estudio.

Se ha referido el sistema a un par de ejes coordenados x - y y se ha trazado el diagrama de velocidades que constituye el fluido en movimiento, el que presenta como particularidad esencial su constancia previa a la perturbación que el perfil del cuerpo habrá de ocasionar al escurrimiento.

Se adopta un sentido de circulación positivo en concordancia con un giro dextrógiro.

8.2.1.2 Análisis de las componentes de las velocidades

a) Zona no perturbada

La velocidad W_∞ (no perturbada por el perfil) deriva de la ecuación potencial de velocidades, tal que:

$$W_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} W_\infty$$

$$W_y = \frac{\partial \phi}{\partial x} 0$$

Se deduce fácilmente que la **función potencial** será:

$$\phi = W_\infty x \quad (53)$$

b) Zona perturbada por el perfil

Llamando en este caso ϕ^* a la función potencial, tendremos:

$$W_x = \frac{\partial \phi^*}{\partial x} W_\infty + W_x^* \quad (54)$$

$$W_y = \frac{\partial \phi^*}{\partial x} W_\infty + W_y^*$$

En las anteriores obviamente tendremos, que:

$$\phi = \phi^* + \phi'$$

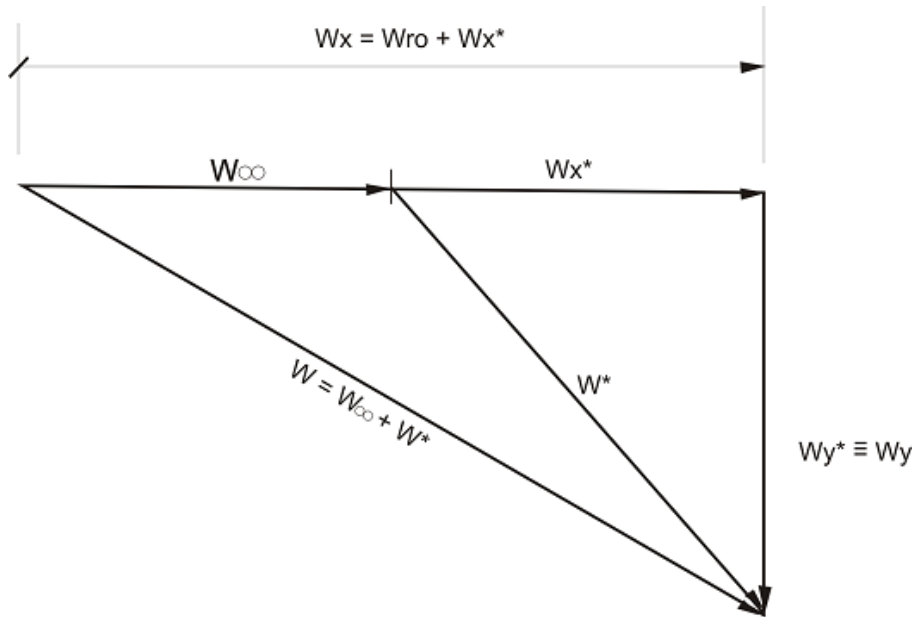


FIGURA 31b | Componentes de la velocidad en la zona perturbada por el perfil

Donde ϕ' será una función de las coordenadas $x - y$, por lo que:

$$\phi^* = W_\infty + f(x, y) \tag{55}$$

Por su parte W_x^* y W_y^* serán las componentes respectivas según x e y de las perturbaciones originadas por el perfil (Figura 31b).

A continuación, desarrollaremos algunas funciones de las componentes de velocidad, de utilidad posterior y teniendo en cuenta que se desprecian los cuadrados y productos de las componentes de la perturbación.

Los cuadrados serán:

$$W_y = (W_\infty + W_x^*) = W_\infty^2 + 2 W_\infty W_x^* + W_x^{*2} = W_\infty^2 + 2 W_\infty W_x^*$$

$$W_x^2 = W_y^{*2} \cong 0$$

$$W_y^{*2} = W_y^2 \cong 0$$

Por otra parte:

$$W_x W_y = W_x W_y^* = (W_\infty + W_x^*) W_y^* = (W_\infty W_y^* + W_x^* W_y^*)$$

$$W_x W_y = W_\infty W_y^*$$

8.2.1.3 Acciones por unidad de profundidad provenientes de la cantidad de movimiento y del medio circundante

Se aplicará el teorema de la “Acción dinámica” en la forma siguiente:

$$\bar{A} = \rho [\int_e \bar{w}dq - \int_s \bar{w}dq] + \Sigma \bar{f}e \tag{56}$$

En la que $dq = \bar{w} dl$ es el **gasto o caudal elemental**, por unidad de profundidad o ancho y cuyas componentes son $w_x dx$ $w_y dy$, tal como se desprende de la *Figura 32*. Se aplicará “**el teorema de la acción**”.

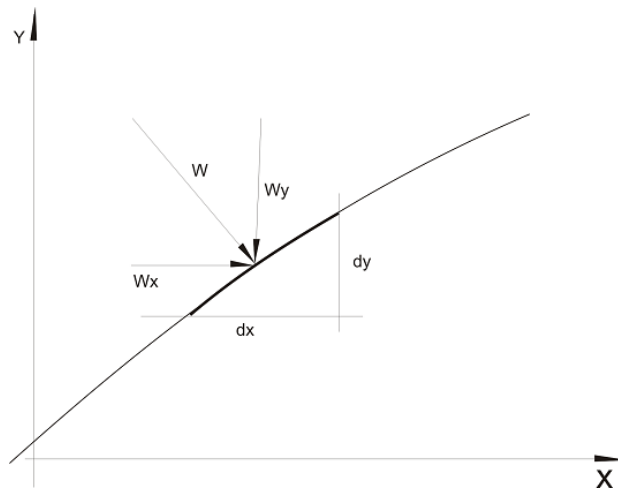


FIGURA 32 | Velocidad entrante

Al circuitar la curva, se ponen de manifiesto las acciones debidas a los caudales entrantes al recinto, cerrado por la misma curva, tal como se aprecia en la *Figura 32*.

8.2.1.3.1 Signos de las magnitudes intervinientes

a) De las componentes de $d\bar{L}$

Adoptamos **circulación dextrógira**, por lo que los signos, para cada cuadrante, según se desprende de la *Figura 32*, serán: .

| Primer cuadrante | Segundo cuadrante | Tercer cuadrante | Cuarto cuadrante |
|------------------|-------------------|------------------|------------------|
| +dx | +dx | -dx | -dx |
| +dy | -dy | -dy | +dy |

b) De las componentes de las velocidades

Los signos de las velocidades se obtienen de considerar el sentido entrante, hacia el interior del recinto, encerrado por la curva, tal como indica el teorema de la cantidad de movimiento. En efecto, recordamos que la expresión del mismo, para la acción, el signo menos que afecta a las velocidades salientes, equivale a cambiar el sentido de “**saliente**” a “**entrante**”.

De la *Figura 31-a*, se deducen en cada caso los signos respectivos.

c) Acción del campo de presiones

Para evaluar la acción $\sum \mathbf{f} \mathbf{e}$, se consideran las componentes \mathbf{P}_x y \mathbf{P}_y las presiones (se recuerda que $\mathbf{p} = \mathbf{p}_x = \mathbf{p}_y$). Las que dan lugar a acciones o fuerzas al distribuir la presión p en cada elemento $d\mathbf{L}$, de componentes $d\mathbf{y}$ y $d\mathbf{x}$. Los signos se obtienen de su referencia a los sentidos positivos de los ejes coordenados y de considerar la circuitación dextrógiro.

8.2.1.4 Acciones según el eje x

8.2.1.4.1 Acciones según el eje x debidas al campo de velocidades

a) Acción "entrante" entre B y A

La designaremos con el símbolo A_{wx} , caracterizando con los subíndices e y s, las características de "entrante" o "saliente". La acción "entrante" según x entre B y A, y considerando los cuadrantes BC y CA, será:

$$A_{wxe} = \rho \int_B^C (-W_y dx + W_x dy) W_x + \rho \int_B^A (-W_y dx + W_x dy) W_x =$$

$$A_{wxs} = \rho \int_B^A (-W_y dx + W_x dy) W_x$$

b) Acción "saliente" entre B y A

$$A_{wxs} = \rho \int_D^A (-W_y dx + W_x dy) W_x + \rho \int_B^D (-W_y dx + W_x dy) W_x$$

$$= \rho \int_B^A (-W_y dx + W_x dy) W_x$$

Pero:

$$A_{wx} = \rho \int_B^A (-W_y dx + W_x dy) W_x = - \rho \int_A^B (-W_y dx + W_x dy) W_x$$

$$\therefore A_{wxs} = - \rho \int_A^B (-W_y dx + W_x dy) W_x$$

c) Acción resultante

La acción debida al balance entre el gasto o caudal entrante y saliente es:

$$A_{wx} = A_{wxe} - A_{wxs}$$

$$A_{wx} = \rho \int_B^A (-W_y dx + W_x dy) W_x - [- \rho \int_A^B (-W_y dx + W_x dy) W_x]$$

$$= \rho \int_B^A (-W_y dx + W_x dy) W_x + \rho \int_A^B (-W_y dx + W_x dy) W_x$$

Y finalmente:

$$A_{wx} = \rho \oint (-W_y dx + W_x dy) W_x \quad (57)$$

A continuación, procedemos a reemplazar en la anterior los valores de W_x y W_y en función de sus componentes, dadas por las ecuaciones (54) y (55). Operando en la (57) tendremos:

$$\begin{aligned} A_{wx} &= \rho \oint (-W_y W_x dx + W_x^2 dy) \\ &= \rho \oint [-W_y^* (W_\infty + W_x^*) dx + (W_\infty + W_x^*)^2 dy] \\ &= \rho \oint [-W_y^* W_\infty dx - W_y^* W_x^* dx + W_\infty^2 dy + 2W_\infty W_x^* dy] \end{aligned}$$

Recordemos que:

$$W_x^{*2} \cong 0$$

$$W_x^* W_y^{*2} \cong 0$$

$$W_\infty = \text{cte}$$

Tendremos por lo tanto:

$$A_{wx} = 2\rho \oint W_\infty W_x^* dy - \rho \oint W_\infty W_y^* dx \quad (58)$$

8.2.1.4.2 Acciones según el eje x, debido al campo de presiones

Nos proponemos desarrollar el término $\sum \overline{f_e}$, debido a la acción del medio circundante, es decir al campo de presiones únicamente.

Se recuerda que hemos despreciado el peso de las porciones fluidas en movimiento, y al ser el escurrimiento con potencial de velocidades, los esfuerzos tangenciales resultan nulos.

Aplicando el teorema de Bernoulli y despreciando los efectos de las diferencias de cotas z, tendremos en todos los puntos que:

$$p + \rho \frac{W^2}{2} = K \quad (59)$$

$$\therefore p = K - \rho \frac{W^2}{2} \quad (60)$$

Reemplazando la (54) en la (60):

$$p = K - \rho \frac{W_\infty^2}{2} - \rho W_\infty W_{x^*} = P_x = P_y \quad (61)$$

La componente $\sum \overline{f_e}_x$ será:

$$\sum \overline{f_e}_x = \int_A^B P_x dy + \int_B^A (-P_x) * (-dy) = \oint P_x dy$$

Reemplazando el valor de p_x por la (61):

$$\sum \overline{f_e}_x = K \oint dy - \rho \frac{W_\infty^2}{2} \oint dy - \rho W_\infty \oint W_{x^*} dy$$

Como $\oint dy = 0$; finalmente:

$$\sum \overline{f_e}_x = - W_{x^*} \rho W_\infty^2 \oint dy \quad (62)$$

8.2.1.5 Cálculo de la fuerza de resistencia

Es la componente según x de la fuerza opuesta a la acción y la designamos con la letra R ; obviamente será:

$$R = A_{wx} + \sum \overline{f_e}_x$$

$$R = 2\rho W_\infty \oint W_{x^*} dy - W_\infty \oint W_{y^*} dx - \rho W_\infty \oint W_{x^*} dy$$

Finalmente:

$$R = \rho W_\infty \oint (W_{x^*} dy - W_{y^*} dx) \quad (63)$$

Analizaremos el contenido del paréntesis. Para ello planteamos la **ecuación de continuidad** y tendremos:

$$\overline{W} d\overline{L} = W_x dy - W_y dx = (W_\infty + W_{y^*}) dy - W_{y^*} dx$$

Obviamente, al ser por hipótesis $\rho = \text{cte.}$ (Fluido incompresible); el balance entre el gasto caudal por unidad de ancho o profundidad, entrante y saliente de la superficie limitada por la curva será:

$$\oint \bar{W} d\bar{L} = \oint [(W_{\infty} + W_{x^*}) dy - W_{y^*} dx] = 0$$

Es decir que:

$$W_{\infty} \oint dy + \oint W_x dy - \oint W_y dx = 0$$

Recordando que:

$$\oint dy = 0$$

Tendremos:

$$\oint (W_x dy - W_x dy) = 0$$

Reemplazando la (59) en la (58) obtendremos:

$$R = 0$$

(64)

En resumen, aplicando la teoría del escurrimiento con potencial de velocidades, alrededor de un cuerpo arbitrario, la resistencia ofrecida por éste es nula. En otras palabras, el fluido escurrirá alrededor del cuerpo, o lo que es equivalente, el cuerpo se moverá a través del fluido en reposo, sin que éste ejerza resistencia al movimiento.

Este es el resultado lógico de esperar con el escurrimiento del hipotético fluido perfecto, puesto que en el ignoramos una de propiedades más importantes, de los fluidos reales; la viscosidad. Más adelante veremos las implicancias que esta suposición acarrea.

8.2.1.6 Acciones según el eje y

Con un tratamiento similar al efectuado con las componentes determinaremos las acciones según el eje **Y**.

8.2.1.6.1 Acciones según el eje y debidas a las velocidades

La designaremos con el símbolo A_{wy} ; agregando los subíndices para calificar la cualidad de "entrante" o "saliente".

a) Acción "entrante" entre **D** y **C**

$$A_{wy} = \rho \int_D^B (-W_y dx + W_x dy) W_y + \rho \int_B^C (-W_y dx + W_x dy)$$

$$A_{wy} = \rho \int_D^C (-W_y dx + W_x dy) W_y$$

b) Acción "**entrante**" entre **C** y **D**

$$A_{wy} = \rho \int_D^A (-W_y * dx + W_x dy) W_y + \rho \int_A^C (-W_y dx + W_y dx)$$

$$A_{wy} = \rho \int_D^C (-W_y * dx + W_x dy) W_y = \rho \int_C^D (-W_y dx + W_y dx)$$

c) Acción **resultante**

El balance entre las acciones **entrantes** y **salientes** será:

$$A_{wy} = A_{wye} - A_{wys}$$

$$= \rho \int_D^C (-W_y * dx + W_x dy) W_y - [- \rho \int_C^D (-W_y dx + W_y dx) W_y]$$

$$\therefore A_{wy} = \rho \oint (-W_y dx + W_y dx) W_y \quad (65)$$

Reemplazando las (54) y (55) tendremos:

$$A_{wy} = \rho \oint [(W^\infty + W_x^*) W_y^* dy - W_x^{*2} dx]$$

$$= \rho W^\infty \oint W_y^* dy + \rho \oint W_x^* W_y^* dy - \rho \oint W_y^* dx$$

Recordando que:

$$W_x^{*2} \cong 0$$

y

$$W_x^* W_y^* \cong 0$$

Finalmente:

$$A_{wy} = \rho W^\infty \oint W_x^* dy \quad (66)$$

8.2.1.6.2 Acciones según el eje y debidas al campo de presiones

Procediendo en forma análoga al ítem 4-2, tendremos:

$$\Sigma \overline{f e}_y = \int_D^C P_y (-dx) + \int (-P_y)(dx) = -\oint P_y dx \quad (67)$$

Reemplazando la (61) en la (57):

$$\Sigma \overline{f e}_y = -\left[K \oint dx - \rho \frac{W^\infty{}^2}{2} \oint dx - \rho \oint W^\infty W_x^* dx \right]$$

Recordando que:

$$\oint dx = 0$$

Tendremos:

$$\Sigma \overline{f e}_y = +(\rho \oint W^\infty W_x^* dx) = \rho W^\infty \oint W_x^* dx \quad (68)$$

8.2.1.7 Cálculo de la fuerza de sustentación

Designamos así, a la componente según **Y**, de la opuesta de la acción del fluido sobre el perfil. Obviamente es perpendicular al sentido de \mathbf{W}_x , es decir del escurrimiento. Adoptamos para su designación el **símbolo S**:

$$S = A w_y + \Sigma \overline{f e}_y$$

$$S = \rho W^\infty \oint W_x^* dy + \rho W^\infty \oint W_x^* dx$$

$$S = \rho W^\infty \oint (W_y^* dy + W_x^* dx) \quad (69)$$

Analizaremos la integral considerando que la circulación del campo de velocidades será:

$$\Gamma = \oint \overline{W} d\overline{L} = \oint (W_x dx + W_y dy) =$$

$$= \oint [(W^\infty + W_x^*) dx + W_y^* dy]$$

$$= W^\infty \oint dx + \oint W_x^* dx + \oint W_y^* dy$$

Como:

$$\oint dx = 0$$

Tenemos:

$$\Gamma = \oint (W_x dx + W_y dy) \quad (70)$$

Lo que reemplazando en la (67) nos lleva a:

$$S = \rho W^\infty \Gamma \quad (71)$$

Lo que podemos enunciar así:

Si una corriente bidimensional e irrotacional, de masa específica constante y velocidad no perturbada W^∞ , rodea a una curva cerrada sobre la que existe una circulación del campo de velocidades de magnitud Γ , se origina una fuerza, por unidad de ancho o profundidad que denominaremos "**sustentación**" (dado su sentido perpendicular al del escurrimiento) y cuya magnitud está dada por la expresión (67).

El rasgo sobresaliente de este teorema es que no hace referencia al origen de la circulación ni a la forma del cuerpo sólido que recibe la acción del fluido. En los conceptos expuestos es fácil observar que éste podría tener una forma cualquiera pero, obviamente las características y magnitudes de Γ estarán íntimamente relacionadas con la forma del cuerpo de referencia y consecuentemente existirán formas para los que los valores de S serán máximos.

Tal es el caso de los perfiles alares, vitales para la sustentación de los aviones y para el diseño de los álabes de **turbinas Kaplan** y **Hélice**. Cuando estudiemos el escurrimiento alrededor de perfiles con fluidos reales podremos apreciar con más precisión este concepto.

8.2.2 Aplicaciones al caso de cilindro

Realizaremos el estudio de las deducciones 2-1; aplicada a un **cilindro**. Las motivaciones de la aplicación al mismo se irán deduciendo al avanzar el texto.

8.2.2.1 Escurrimiento uniforme alrededor del cilindro

En la *Figura 33* esquematizaremos la configuración de líneas de corriente características del movimiento bidimensional uniforme de un fluido ideal alrededor de un cilindro (recordemos que puede obtenerse analíticamente sumando movimientos potenciales simples - en éste caso "un doblete y un movimiento uniforme").

Nota: ver libro "Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria", FIUBA-EUDEBA, TOMO 2- capítulo 14-7-3, con una Breve referencia al Método de los Potenciales Simples).

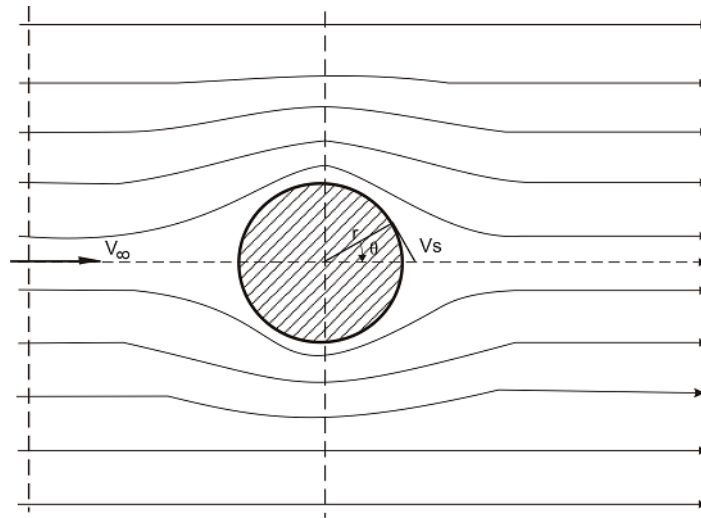


FIGURA 33 | Escorrimento uniforme alrededor de un cilindro

Llamado v_s a la velocidad tangencial al cilindro (variable con el ángulo θ), de la teoría del escurrimento con potencial se deduce que:

$$V_s = 2V_\infty \cdot \text{sen}\theta \quad (72)$$

Nota: La deducción de la (66), que escribimos sin demostrar para simplificar la exposición, puede encontrarse en el libro "Hidráulica" de Balloffet, Gotelli y Meoli – Tomo I- Cap. IV- pág. 275 a 279.

Aplicando **Bernoulli** entre la zona no perturbada y el contorno del cilindro y considerando despreciables las diferencias de las cotas topográficas z , tendremos:

$$p_o + \rho \frac{V_\infty^2}{2} = p_s + \rho \frac{V_s^2}{2} \quad (73)$$

Reemplazamos la (70) en la anterior y despejando p_s :

$$p_s = p_o + \frac{V_\infty^2 - V_s^2}{2} = p_o + \frac{V_\infty^2 - V_s^2 - 4V_\infty^2 \text{sen}^2\theta}{2}$$

$$p_s = p_o + \rho \frac{V_\infty^2}{2} (1 - 4 \text{sen}^2\theta) \quad (74)$$

Finalmente, obtenemos la **expresión adimensional**:

$$\frac{p_s - p_o}{\rho \cdot \frac{V_\infty^2}{2}} = 1 - 4 \text{sen}^2\theta \quad (75)$$

Representando gráficamente la expresión anterior, tenemos los diagramas de presiones relativas (en función de θ) de la *Figura 43*.

En la misma puede apreciarse la simetría de los diagramas con respecto al eje de simetría del círculo, lo que indica que tanto la componente **S** como la componente **R** son nulas.

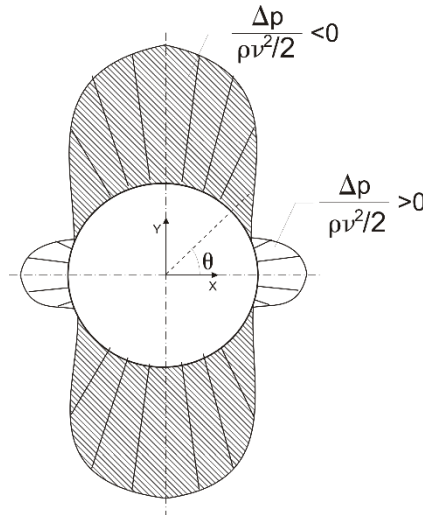


FIGURA 34 | Diagrama de presiones

8.2.2.2 Enunciado de la paradoja de D'Alambert

De lo expuesto en 8-2-1-1, se deduce que un cilindro se movería en un fluido ideal sin experimentar resistencia alguna.

La formulación de la teoría hidrodinámica se basó en el “**fluido ideal**”, el que se considera con viscosidad nula, puesto que el aire y el agua, los fluidos de mayor interés en la técnica, poseen una viscosidad relativamente baja. (El agua en turbulencia plena se comporta como con viscosidad muy baja, despreciable.)

Por ello se pensó en un principio que podrían asimilarse al concepto idealizado de viscosidad nula, enunciado previamente.

La experiencia demuestra que estos fluidos reales ofrecen una gran resistencia al avance de formas romas (no fluidodinámicas), contradiciendo así las deducciones de la teoría.

D'Alambert enunció esta paradoja y la explicación de la misma a partir de los trabajos de Prandtl, dieron cuerpo a la moderna fluidodinámica y a la compatibilización de los predicamentos de la teoría y de las determinaciones empíricas de la práctica.

8.2.2.3 Aplicación de un torbellino potencial al movimiento en torno a un cilindro

El teorema de **Kutta – Joukowski** prevé en éste caso la aparición de una fuerza de sustentación por unidad de ancho, de valor dado por la ecuación (69).

En las *Figuras 35a* y *35b*, se esquematizan los campos de velocidad uniforme y correspondiente al torbellino potencial, cuya intensidad está dada precisamente por el valor de la circulación Γ . En la *35c* se representa el campo que se obtiene de la superposición de ambos.

Realizando un planteo similar al de 8-2-1-1, tendremos:

a) Velocidad debida al **campo uniforme**:

$$V_{su} = 2V_{\infty} \cdot \text{sen}\theta$$

b) Velocidad debida al **torbellino potencial**:

$$2\pi r V_{st} = \Gamma \text{ (con } \Gamma \text{ constante)}$$

Por lo que:

$$V_{st} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (76)$$

c) Velocidad **resultante**:

$$V_s = 2V_{\infty} \cdot \text{sen}\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (77)$$

Planteando **Bernoulli** entre **zona no perturbada** y **perímetro del cilindro** tendremos:

$$p_{\infty} + \rho \frac{V_{\infty}^2}{2} = P_s + \rho \frac{V_s^2}{2}$$

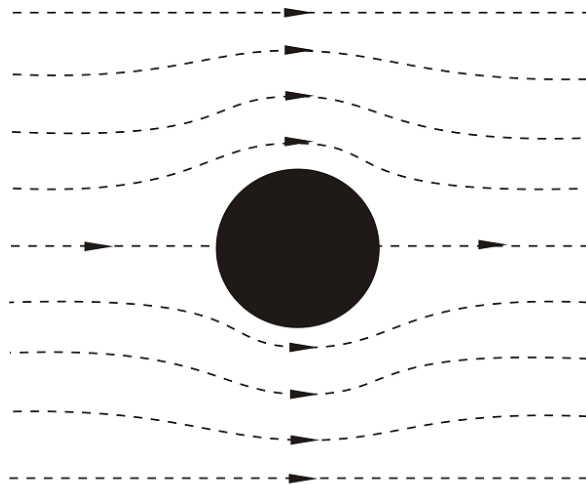


FIGURA 35a | velocidad uniforme

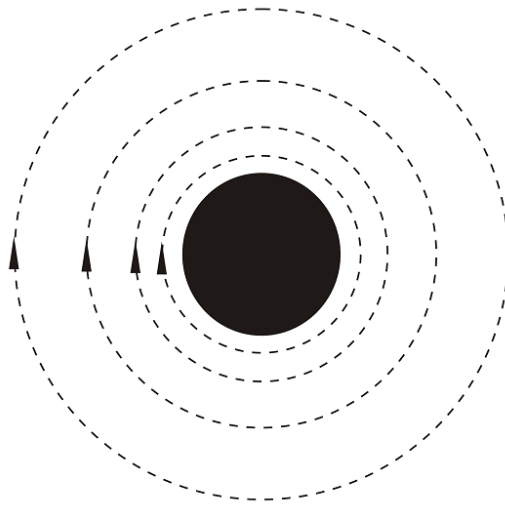


FIGURA 35b | Torbellino potencial

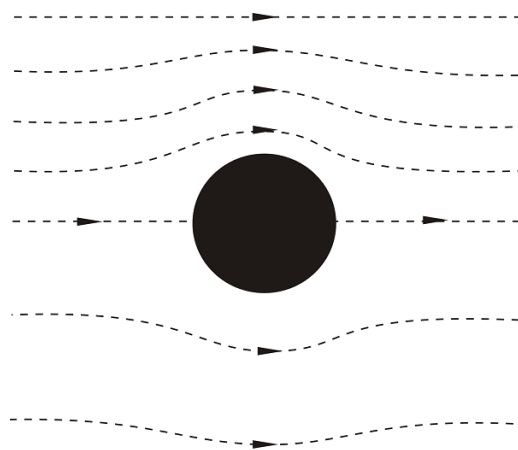


FIGURA 35c | Superposición de escurrimiento uniforme con un torbellino potencial

$$\therefore P_s = p_\infty + \rho \frac{V_\infty^2}{2} - \rho \frac{V_s^2}{2}$$

$$P_s = p_\infty + \frac{\rho}{2} \left[V_\infty^2 - \left(2V_\infty \cdot \text{sen}\theta + \frac{\Gamma}{2\pi r} \right)^2 \right] \tag{78}$$

De la (76) se deduce que la sustentación por unidad de ancho será:

$$S = \rho \int_{-\pi}^{\pi} p \cdot r \cdot \text{sen}\theta \cdot d\theta$$

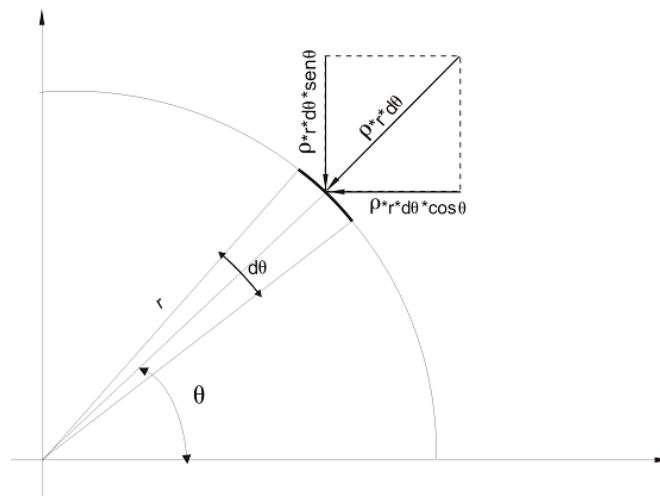


FIGURA 36 | Empuje sobre un elemento del perímetro de un cilindro

$$S = \rho \Gamma V$$

Este enfoque debido a Claudio Mataix, si bien por ser referido al cilindro pierde algo de generalidad, nos permite sin embargo, el encare del problema desde un punto de vista más intuitivo.

En la *Figura 36* se aprecia claramente que aparece una disimetría en el eje de las *y*, con mayores velocidades en la parte superior del cilindro que en la inferior y consecuentemente mayores presiones, lo que da lugar a la componente de sustentación *S* y consecuentemente a un modelo de diseño puramente teórico.

8.2.2.4 Conclusiones parciales - Efecto Magnus - Velas Flettner

Nota: Ya en la edición de 1988, se hizo referencia a las "velas Flettner".

La aplicación de la teoría al cilindro implica dos conceptos fundamentales:

- La **fuerza de resistencia nula**, lo que está en oposición con la realidad, la que demuestra la existencia de gran resistencia al avance de formas romas.
- La justificación teórica de una **fuerza de sustentación**, al considerar una circulación adicional, al movimiento uniforme alrededor del cilindro.

Este hecho significa un gran triunfo de la teoría y por lo pronto permite explicar un fenómeno real, el denominado "**Efecto Magnus**", o simplemente "**Efecto**", de conocimiento intuitivo entre los deportistas.

Las circunstancias, o la adición de un torbellino potencial se logra en la práctica haciendo rotar al cilindro (o a una esfera). En éste caso la viscosidad del fluido real posibilita la circulación. En efecto, al ser nula la velocidad relativa en el perímetro (Principio de Newton – Meyer), las distintas capas concéntricas de fluidos se deslizarán entre sí, en forma atenuada con la distancia y siguiendo una ley del tipo:

$$V\Gamma = \text{cte.}$$

(79)

La expresión (79), vimos en el breve desarrollo del tema “**movimientos potenciales simples**”, corresponde al “torbellino potencial”.

En otro orden de cosas, digamos que el “**Efecto Magnus**” posibilitaría la navegación con la fuerza motriz del movimiento de otra forma distinta de la conocida y considerada hasta hace poco como curiosidad científica. En efecto, haciendo girar un cilindro de grandes proporciones, existirán fuerzas perpendiculares a la dirección del viento, que impulsarán a la embarcación que lo tenga.

El famoso investigador oceanográfico, **Jaques Costeau**, utilizó una nave experimental basada en éste sistema denominado de “**Velas Flettner**”. El buque fue el histórico “Alcione”, que poseía dos “velas Flettner” (dos cilindros giratorios altos y de gran diámetro, que giraban a baja velocidad, impulsados por el viento”). El mismo viento, posibilitaba el giro del cilindro y a la vez una componente de impulso importante, perpendicular a la dirección del viento, responsable de la propulsión.

En esencia, el **Rotor Flettner** es un sistema de impulsión eólica para naves, inventado a inicios del siglo XX por el alemán Anton Flettner, haciendo uso práctico del efecto Magnus. Ha sido propuesto para concretar sistemas de propulsión compuestos por grandes cilindros verticales capaces de rotar y de producir un empuje hacia adelante, cuando la presión del aire es lateral.

En resumen, la presión del aire hace girar al cilindro llamado rotor y al mismo tiempo hace avanzar la nave de modo perpendicular al aire en movimiento.

La eficacia de este método es diez veces mayor que la de un velamen tradicional; ésto es; un m² de un rotor ofrece una potencia equiparable a 10 m² de tela de una vela tradicional. En 1924, Flettner, hizo transformar un velero, en un barco propulsado por dos cilindros montados verticalmente (velas Flettner) sobre la cubierta y con capacidad de girar por la acción del viento.

El esquema que sigue, ilustra convenientemente, sobre el uso del efecto Magnus para obtener una componente perpendicular a la dirección del viento, y posibilitar así, la propulsión.

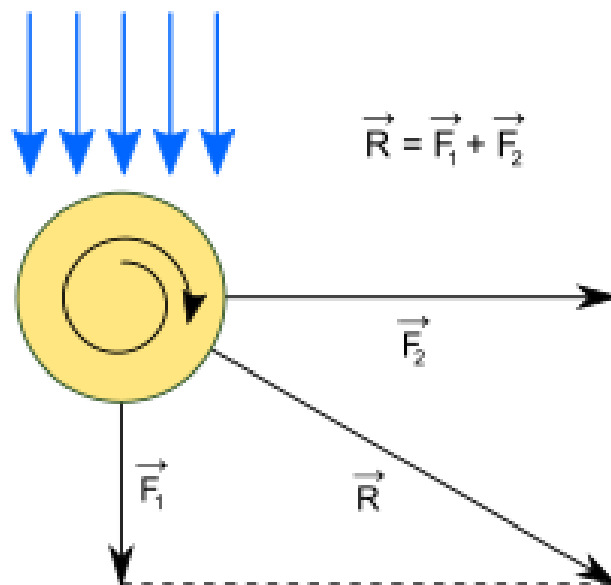


FIGURA 37 | Diagrama con polígono de fuerzas que actúan para impulsar a un barco con “rotor Flettner”.

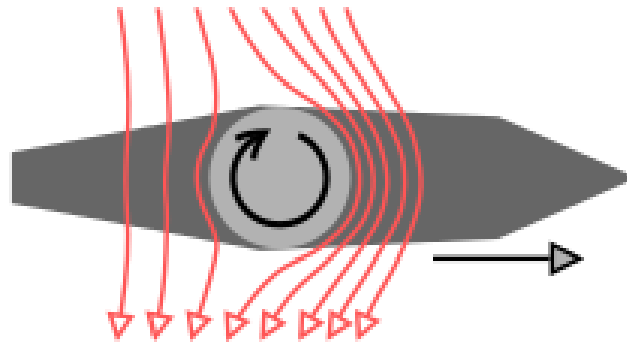


FIGURA 38 | El efecto Magnus impulsando al barco a rotor Flettner.

Es oportuno hacer a continuación una breve reseña de los barcos más famosos, construidos con **propulsión Flettner**:

- El **Baden-Baden** fue construido bajo las directivas de Flettner en Alemania. Efectuó su primer viaje en mayo de 1924, equipado con dos rotores y un pequeño motor auxiliar Diesel. Atravesó el Océano Atlántico y arribó a Nueva York el 9 de mayo de 1926.



FIGURA 38 | El "Alcyone" de Jaques Costeau

- El **Barbara** lo construyeron en Alemania y lo pusieron en servicio en 1926. Poseía tres rotores. Con un viento muy leve alcanzaba 4 nudos, llegando a 9 nudos, con viento de popa.



FIGURA 39 | El "Barbara" en el Puerto de Barcelona

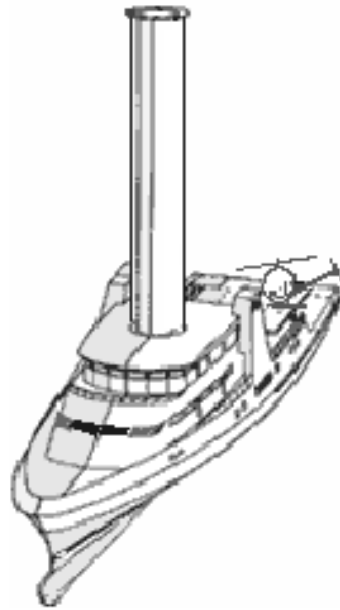


FIGURA 40 | El "Calipso 2", proyecto no concretado de Costeau

- El Uni-kat Flensburg, carguero de 130 m de eslora, utiliza un muy moderno sistema Flettner, que ha sido desarrollado en el Instituto de Física y Química de la Universidad de Flensburg (en Alemania).



FIGURA 41 | Carguero Unikat Flensburg

8.3 Resistencia y sustentación: tratamiento experimental del tema

8.3.1 Resistencia peculiar o resistencia al avance

Prandtl, quien dispuso por vez primera de sofisticados instrumentos de medición, que posibilitaron el estudio del flujo en las cercanías de los contornos, corroboró el principio de **Newton – Meyer**, a la vez que propuso el concepto de "**capa límite**". Se recuerda que esta capa representa la distancia δ en que tiene lugar la transición entre la velocidad nula del fluido en contacto con el contorno y la velocidad establecida por el escurrimiento, en zonas no perturbadas por el mismo.

Nota: ver libro de Luis Pérez Farrás, "Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria", Tomo 1, Capítulo 6).

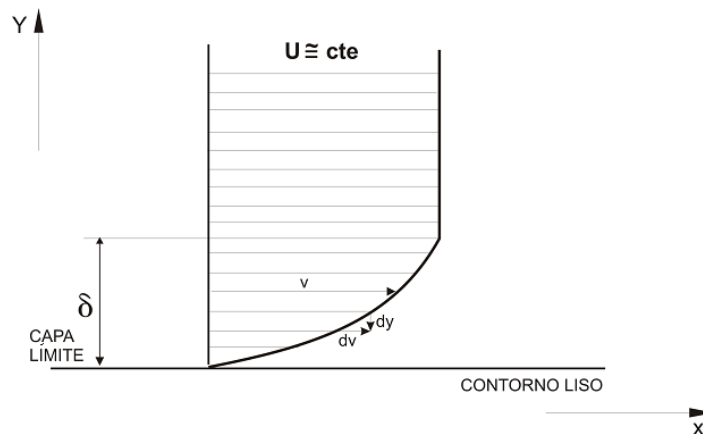


FIGURA 42 | Capa límite

En la *Figura 42* se esquematiza el concepto enunciado y se representa una ampliación de lo que acontece en la delgada película que hemos definido como **“capa límite”**.

Si bien los valores de μ para el agua y aire son bajos, como la transición de velocidades se realiza en un espesor sumamente pequeño, el resultado es que los valores del gradiente dv/dz , son muy elevados. Obviamente esto significa elevados valores de las tensiones tangenciales. En efecto, de acuerdo a la expresión de Newton:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

Estos esfuerzos tangenciales entre capas, constituyen la **“Resistencia al avance”** o **“Resistencia Pelicular”**, la que obviamente queda localizada en la fina película que constituye la capa laminar. La denominación **“resistencia al avance”** es más utilizada en aerodinámica o ingeniería naval, es decir en los casos en que los contornos avanzan en medios fluidos.

Para el caso más común a las aplicaciones de la Hidráulica (donde los contornos son fijos y el fluido es el que escurre), se reserva la denominación de **“resistencia por frotamiento”**,

Nota: ver en el libro *“Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria”*, también de mi autoría y al que remito al interesado.

Obviamente, una parte del valor de “resistencia” que aparece cuando de fluidos reales se trata, es debida a éste concepto.

Fácil es inferir que al depender del concepto de viscosidad, la resistencia no podía en forma alguna ser valorada por la teoría del Fluido perfecto, la que en el plano de la viscosidad postulo la nulidad de la misma. Como los efectos de la viscosidad no se hacen sentir más que en las proximidades del contorno (capa límite), los fundamentos de la teoría son válidos en el resto del escurrimiento, exceptuando las inmediatas cercanías a los contornos.

8.3.2 Resistencia de forma

8.3.2.1 Separación de la capa límite

Estudiaremos con la ayuda de la *Figura 43*, lo que ocurre en los contornos divergentes. En este caso se estudian dos secciones separadas; es fácil deducir que al aumentar la sección de escurrimiento, disminuye la velocidad U_1 a U_2 y aumenta la presión, consecuentemente, de p_1 a p_2 , dando lugar a un gradiente de presiones con sentido contrario al del escurrimiento.

Planteando Bernoulli en las dos secciones tendremos:

$$P_1 + \rho \frac{U_1^2}{2} = P_2 + \rho \frac{U_2^2}{2}$$

$$\therefore P_2 - P_1 = \Delta P = \frac{\rho}{2} (U_1^2 - U_2^2)$$

$$\Delta P = \rho/2 \Delta U^2 \quad (80)$$

La (77) ilustra cabalmente sobre la transformación de energía que tiene lugar, en zonas alejadas del contorno.

Analizaremos lo que ocurre en la capa límite, para lo que consideramos en la **1er** Sección una partícula a la distancia y_1 , en la que su velocidad es $U_1 = U_1 - U_2$. Al ser variable entre U_1 y la velocidad nula en el contorno, siempre existirá un filamento de corriente, a la hipotética distancia y_1 , donde se cumpla esta condición. Es evidente que esta partícula, en particular, transformará toda la energía cinética en energía de presión, por lo que la velocidad al llegar a la **2da** sección será nula (punto A).

Los filamentos por debajo de y_1 , tienen aún menor energía cinética lo que él Δp (+) en la segunda sección se transforma en velocidad contraria la del escurrimiento, tal como puede observarse en el esquema de la *Figura 43*.

Este proceso, se denomina "**separación de la capa límite**" y se caracteriza por la aparición de estelas con velocidad contraria al escurrimiento, que originan vórtices característicos y que constituyen zonas de baja presión en el campo del escurrimiento.

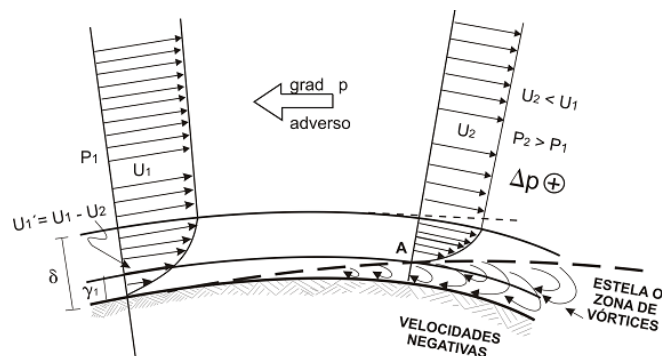


FIGURA 43 | Separación de la Capa límite

8.3.2.2 Concepto de resistencia de forma

Consideremos el caso del cilindro (forma roma, es decir no fluidodinámica) en la *Figura 44* en la que se esquematiza el proceso. En el frente superior del cilindro, la capa límite resulta despreciable, puesto que su desarrollo es impedido por la propia corriente o más propiamente, mientras el gradiente acelerador de la misma se mantenga por la convergencia entre contorno y corriente (es decir previamente a la separación de la capa límite).

En la parte positiva, a partir del eje donde comienza la **divergencia** entre contorno y corriente, comienza también a desarrollarse una capa cada vez de más espesor, hasta que finalmente tiene lugar la separación, dando lugar a que por tener un $\Delta p(-)$, contrario al sentido del avance, configura una resistencia adicional a la originada por el frotamiento y es inherente a la forma.

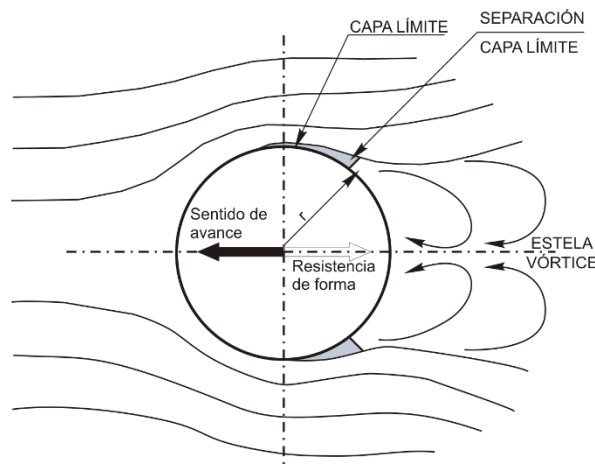


FIGURA 44 | Resistencia de forma

8.3.3 Explicación de la paradoja D'Alambert

Los dos conceptos estudiados precedentemente constituyen la explicación de la **paradoja de D'Alambert**. El primero referido a la resistencia producida en el contorno por los intensos gradientes de velocidades existentes en él, el segundo debido a la forma del objeto. En éste caso es evidente que cuanto menor sea la zona de estela, menor será la resistencia de forma. De aquí el concepto de **formas aerodinámicas** como aquellas que llevan a un mínimo la zona de estelas que producen.

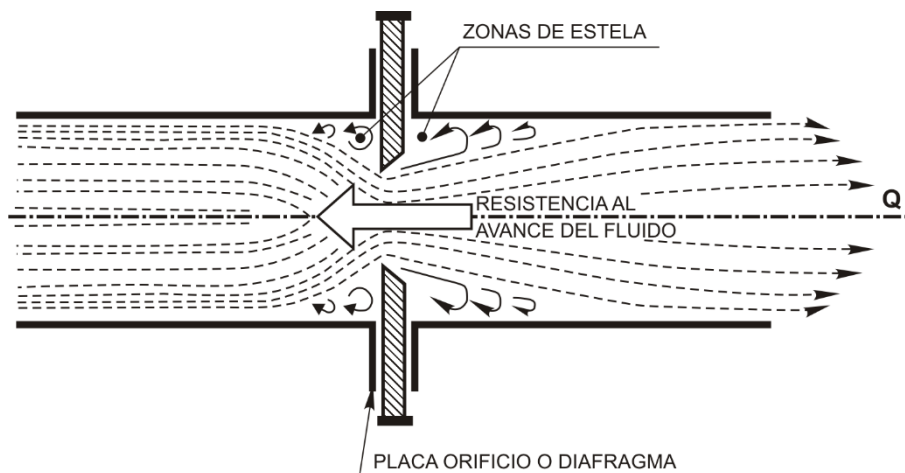


FIGURA 45 | Placa, orificio o diafragma

En contraposición, las formas “romas” (cilindro, planos perpendiculares al escurrimiento, etc.), generan amplias estelas y consecuentemente grandes “resistencias al avance”.

Merece destacarse el hecho de que nuestra materia, donde estudiamos los escurrimientos de fluidos a través de contornos fijos, el tema ha sido estudiado con una metodología netamente empírica, con la denominación de “pérdidas localizadas”.

En éste caso, los accesorios y obras de arte necesarios para el funcionamiento, dan lugar a zonas de estela “localizadas en las cercanías del accesorio”, que se traduce en una resistencia adicional al escurrimiento, tal como se indica en la *Figura 45*, donde se esquematiza la perturbación originada por un diafragma o placa orificio.

8.3.4 Evaluación teórico - experimental de las fuerzas de resistencia y sustentación

Encontraremos las expresiones de **S** y **R** utilizando el método de Raleigh del análisis dimensional. El método de referencia es de gran utilidad para el investigador, quien con el cabal conocimiento de las variables intervinientes en el fenómeno a estudiar, dispone así de un valioso método que posibilita relacionar a las variables entre sí y disminuye a un mínimo el número de variables a investigar.

En el caso de las fuerzas que nos ocupan **S** y **R**, considerando un perfil alar, tendremos (ver *Figura 46*):

$$S = f(V_{\infty}, l, \Omega, \rho, \mu) \quad (81)$$

$$R = f(V_{\infty}, l, \Omega, \rho, \mu) \quad (82)$$

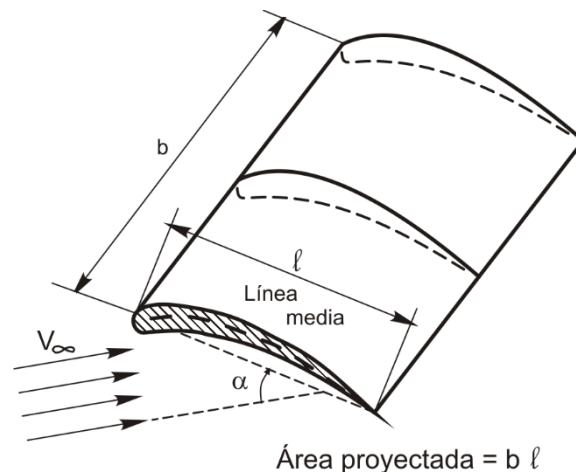


FIGURA 46 | variables del Perfil Alar

En la que:

V_{∞} : velocidad no perturbada por el perfil
 l : longitud
 Ω : superficie proyectada del perfil
 α : ángulo de ataque formado por la cuerda del perfil y la dirección V_{∞}

A continuación desarrollaremos la expresión de la fuerza de “**resistencia**”. Considerando que la fuerza de sustentación conduce a una expresión análoga.

La (82) puede escribirse así:

$$\frac{R}{\Omega} = CV_{\infty} l \rho \mu \quad (83)$$

$$H_m = \frac{P_2 - P_1}{\gamma}$$

En la (83) tendremos que **C** es un **coeficiente de proporcionalidad** a determinar experimentalmente, dependiente de la forma y de **K**, **m**, **n** y **s**, exponentes a evaluar, en las ecuaciones dimensionales que se deducen a continuación.

Para nuestro análisis consideraremos como dimensiones fundamentales a la masa **M**, la longitud **L**, y el tiempo **T**. Las dimensiones de **[R / Ω]** serán:

$$\left[\frac{R}{\Omega} \right] = \frac{M}{L \cdot T^2} = ML^{-1}T^{-2}$$

El resto de las variables intervinientes tendrán las siguientes ecuaciones de dimensión:

Nota: se destaca que el corchete implica la “Ecuación de dimensión”. Se remite al interesado al libro “Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria”, FIUBA- EUDEBA, TOMO 1, Cap. 1.

$$[V] = LT^{-1}$$

$$[l] = L$$

$$[\rho] = ML^{-3}$$

$$[\mu] = ML^{-1}T^{-1}$$

Como la (83) debe ser dimensionalmente homogénea, tendremos:

$$ML^{-1}T^{-2} = L^R T^{-K} L^{-m} M^{-3n} T^{-s}$$

$$ML^{-1}T^{-2} = M^{n-s} L^{k+m-3n} T^{-R-s}$$

(84)



Y como el primer miembro debe ser dimensionalmente igual al segundo

$$\begin{cases} n + s = 1 \\ k + m - 3n + s = -1 \\ -k - s = -2 \end{cases}$$

Sistema de ecuaciones, que en función de **S**, será:

$$\begin{cases} n = 1 - s \\ k = 2 - s \\ (2 - s) + n - 3(1 - s) - s = -1 \end{cases}$$

La 3ra. de las ecuaciones queda:

$$\begin{aligned} 2 - s + n - 3 + 3s - s &= -1 \\ \therefore m + s &= 0 & m &= -s \end{aligned}$$

(85)

Las ecuaciones en función de **S** serán:

$$\begin{cases} n = 1 - s \\ k = 2 - s \\ m = -s \end{cases}$$

Las que reemplazadas en (81) dan:

$$\frac{R}{\Omega} = C \cdot V^{\infty(2-s)} \cdot l^{-s} \cdot \rho^{(1-s)} \cdot \mu^s$$

Multiplicando y dividiendo por 2, y agrupando en función del exponente **S**, tendremos:

$$\frac{R}{\Omega} = C \rho \frac{V^2_{\infty}}{2} 2 \left(\frac{V_{\infty} l \rho}{\mu} \right)^{-s}$$

El término entre paréntesis es el número de Reynolds, por lo que el paréntesis queda elevado a la **-s**, y multiplicando por 2, es una función del mismo que denominaremos **f(Re)**. La expresión nos queda, consecuentemente:

$$R = f(\text{Re}) C \Omega \rho \frac{V^2_{\infty}}{2}$$

Haciendo $C_D = C_f(\text{Re})$; en la que:

$$f(\text{Re}) = 2 \left(\frac{V^\infty \cdot l \cdot \rho}{\mu} \right)^s$$

Finalmente tendremos la fórmula de resistencia que sigue:

$$R = C_L \Omega \frac{V^2_\infty}{2} \quad (86)$$

De las expresiones (81) y (82) se desprende que el estudio de las fuerzas de resistencia y de sustentación sobre los cuerpos que se mueven en el fluido en el que están sumergidos, es un problema de semejanza con predominio de la viscosidad. El análisis dimensional posibilitó así la obtención de una ecuación de la que solo hay que investigar la variable C .

Nótese que el problema original consta de cinco variables y la investigación, por separado de cada una de las mismas, dejando constante a las demás, introduciría un sinnúmero de determinaciones y dificultaría la investigación en grado sumo.

Es de destacar que las ecuaciones (81) y (82) son completamente generales, puesto que; se ha elegido el perfil alar porque nos interesa en particular, pero para la deducción se podría haber seleccionado una forma cualquiera, caracterizada por su sección y alguna longitud determinante del cuerpo arbitrario.

Por ejemplo, el estudio de la sedimentación de partículas discretas (del que se valen los ingenieros sanitarios en el diseño de sus unidades sedimentación) tiene similar formulación, solo cambia la característica del coeficiente C_D a investigar.

Por otra parte señalamos que la ecuación de resistencia es análoga a la de **Darcy-Weisbach** en la que C_D juega el papel que en la primera cumplen.

$$f \cdot \frac{1}{D} \quad \text{y} \quad \rho \frac{V^2_\infty}{2} \quad \text{equivalente a} \quad \frac{V^2_\infty}{2}$$

Escribimos a continuación las dos ecuaciones para su comparación.

$$\frac{D}{\Omega} = C_D \rho \frac{V^2_\infty}{2}$$

$$j = f \frac{1}{D} \frac{U_2}{2g}$$

8.3.5 Técnicas de medición de fuerzas de resistencia y sustentación

8.3.5.1 Escurrecimiento uniforme alrededor del cilindro

En los mismos, se determinan los valores de C_D y C_L siguiendo el procedimiento que sigue:

- a) Se construye un modelo del ala con una cierta escala;
- b) Se ensaya el modelo con la condición $R_{ep} = R_{em}$

Es decir número de Reynolds en modelo y prototipo iguales, considerando así, la similitud de las fuerzas viscosas, determinantes en el fenómeno de acuerdo a la (83) y la (84).

- c) Se mide con balanza aerodinámica la fuerza **S** o **R** para cada V_{∞}
- d) Se mide V_{∞} con un tubo de **Pitot-Prandtl**.
- e) Se mide presión y temperatura (**p** y **T**) en cada determinación.
- f) Se determina **p** aplicando la ecuación de los gases perfectos

$$\frac{P}{\rho} = R^* \cdot T \frac{V_{\infty}^2}{2}$$

Donde **R*** es la cte. para el aire.

- g) Con los valores medidos y calculados se traza la función:

$$C_D = \frac{\frac{R}{\Omega}}{\frac{\rho \cdot V_{\infty}^2}{2}}$$

La expresión anterior si satisface, permite el dimensionado del prototipo.

8.3.5.2 Laboratorios navales

Se complica el problema porque a las resistencias al avance y de forma se suma aquí la deformación por olas, tal como se aprecia en la *Figura 47*. Por otra parte, aquí tienen importancia similar las **fuerzas de la viscosidad**, como así también, las debidas a la **gravedad**.

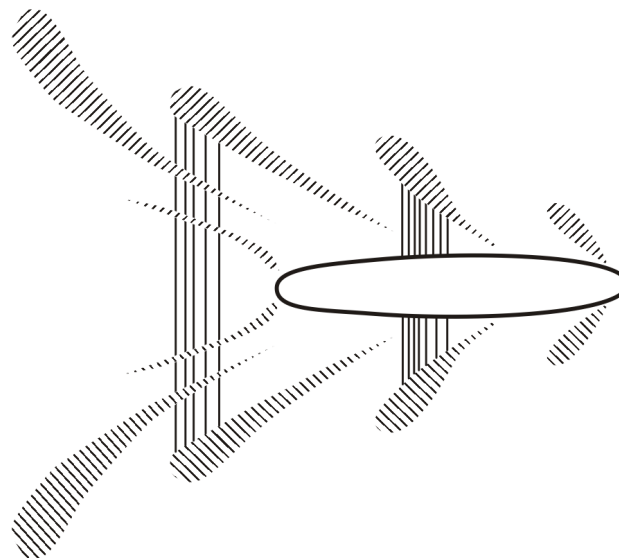


FIGURA 47 | Tren de ondas asociado a una embarcación.

Como la igualdad simultánea de los números de **Reynolds** y **Froude** resulta imposible para el modelo y prototipo, se procede así:

- a) Se construye un modelo a escala
- b) Se arrastra el modelo con el carro del canal de experiencias y se mide con la balanza del mismo el valor de resistencia total **R**
- c) Se calcula la resistencia **R_{μm}**, debida a la viscosidad en el modelo, utilizando, por ejemplo, las ecuaciones de **Von Karman**;
- d) Se calcula la diferencia, la que será igual a la resistencia por formación de olas en el modelo (**R_{g_m}**).

Es decir:

$$Rg_m = R_m - R\mu_m$$

En la que Rg_m se obtiene por diferencia, R_m se obtiene por ensayo con condición de igual número de **Froude**, entre modelo y prototipo y $R\mu_m$ se calcula con alguna fórmula de resistencia.

- e) Se calcula la resistencia por formación de olas en el prototipo Rg_p , utilizando la **ley de Froude**.
- c) Por el mismo método de d) se calcula la resistencia debida a la viscosidad en el prototipo $R\mu_p$.
- d) La resistencia total del barco será la suma de ambas.

$$R_p = Rg_p + R\mu_p$$

En donde R_p es obtenida por suma, Rg_p por la **ley de Froude** y finalmente $R\mu_p$ por cálculo, mediante fórmulas de resistencia.

8.3.6 Relación de los coeficientes de sustentación y de resistencia para los perfiles alares

En donde R_p es obtenida por suma, Rg_p por la **ley de Froude** y finalmente $R\mu_p$ por cálculo, mediante fórmulas de resistencia.

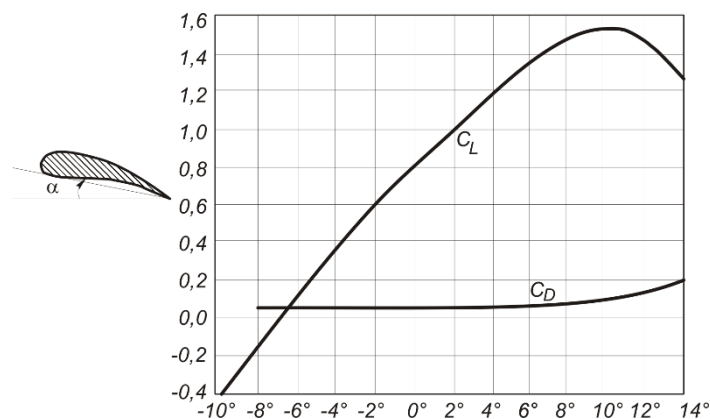


FIGURA 48 | Gráfico de C_L y C_D , relacionándolos con el ángulo de ataque α

Precisamente en la *Figura 48* se presenta el gráfico $C_L - C_D$; en función de α . A esta altura de los desarrollos, es oportuno definir a un perfil como aerodinámico (o con más propiedad "fluidodinámico"), cuando el escurrimiento alrededor de él provoca considerables fuerzas de sustentación, y relativamente bajas fuerzas de resistencia, para pequeños valores de α .

Analizando el diagrama, deduciremos que el coeficiente de sustentación vale cero para un ángulo de ataque negativo y aumenta linealmente hasta ciertos valores de α a partir del cual la curva se aplana para inmediatamente caer en forma precipitada.

La parte recta de la curva se denomina "**zona de trabajo del perfil alar**". Una zona de trabajo típica está dada por valores desde $\alpha = -3^\circ$ hasta $\alpha = 12^\circ$.

El valor de α correspondiente a C_L máximo se denomina "**incidencia crítica**", al ser α superior decimos que el ala entra en "**colapso**".

El valor C_D no tiene variación lineal y su aumento, a partir de α crítico crece rápidamente. El valor máximo de la relación $\frac{C_L}{C_D}$ se alcanza para pequeños valores positivos de α .

La creciente resistencia de C_D con α tiene su explicación, en la cada vez más elevada resistencia de forma, generada por la mayor zona de estela que se va produciendo.

En las Figuras 49a y 49b se han esquematizando casos límites con valores relativamente grandes de α negativo o positivo.



FIGURA 49a | Perfil alar con $-\alpha$ relativamente grande

FIGURA 49b | Perfil alar con $+\alpha$ relativamente grande

Nota: es de destacar que la Figura 49b, ilustra como las aves, o los aviones, generan el “colapso” del perfil alar, maximizando la resistencia de forma, para el proceso de aterrizaje.

8.4 Compatibilización de los tratamientos teóricos y experimentales

8.4.1 Conceptos generales

El mérito de asociar el concepto de “sustentación” con el concepto matemático de “circulación” le correspondió al británico **Lancaster** quien además intuyó que el efecto Magnus y el problema de la sustentación del perfil alar, responde al mismo concepto, tal como demostraron **Kutta** y **Joukowski**, con toda generalidad, con su teorema.

En el caso de los perfiles aerodinámicos, la forma es tal que, al ser impulsados a través del aire, generan una fuerte circulación sin causar gran resistencia al avance. Justamente ésta es la propiedad que hace posible la sustentación con perfiles alares fijos, es decir, sin usar cilindros rotatorios, como en el caso del efecto Magnus.

Ahora bien, el **teorema de Kutta-Joukowski** nos indica que para que exista sustentación se requiere una circulación “dextrógira alrededor” del perfil, pero no como se genera la misma.

Es más, recordaremos que la deducción se plantea a partir del fluido ideal o perfecto, y en el mismo no existe ningún proceso por medio del cual se pueda generar una circulación, o por el cual se puede cambiar una circulación una vez establecida.

Nuevamente Lancaster y luego (perfeccionados los conceptos), Prandtl fueron quienes permitieron compatibilizar la realidad y la teoría.

8.4.2 Escorrimento del fluido alrededor de un perfil alar bidimensional (envergadura infinita)

8.4.2.1 El vórtice inicial

Analizaremos lo que ocurre con un fluido real escurriendo alrededor de un perfil alar. Al comenzar el movimiento, y por breves instantes, la configuración de las líneas de corriente es, de acuerdo a la experiencia, la que se indica en la *Figura 50*.

El movimiento, hasta aquí, es esencialmente un **escurrimento uniforme potencial**, puesto que las consecuencias debidas a la viscosidad, todavía no se han manifestado debido a las bajas velocidades.

La mayor velocidad del tramo inferior, implica una tendencia a destacarse del dorso del perfil.

En las *Figuras 51a* y *51b*, se muestra que al aumentar la velocidad se genera una discontinuidad que lleva a la formación de un vórtice que llamamos vórtice inicial y cuya existencia ha sido plenamente probada por la experimentación, tal como puede observarse en la *Figura 50c*, dibujada sobre la base de una fotografía publicada en el libro de *Mecánica de Fluidos* de Mossey, Pag. 401.

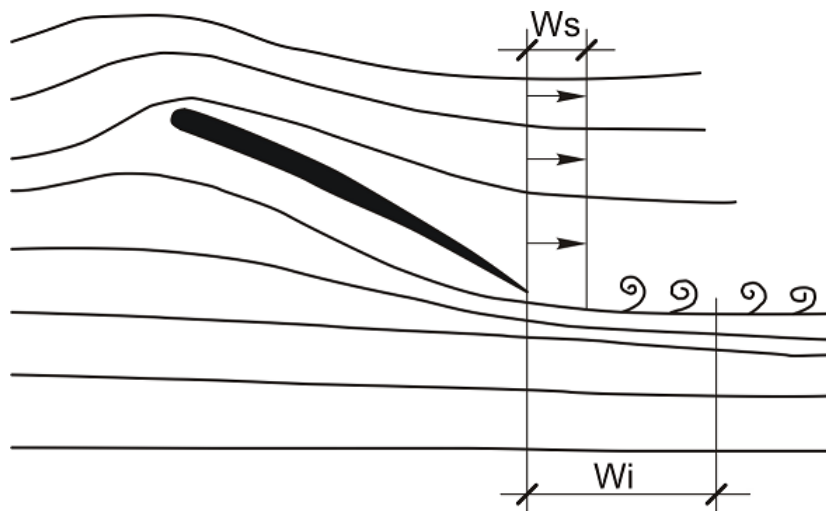


FIGURA 50 | Escorrimento de los primeros instantes

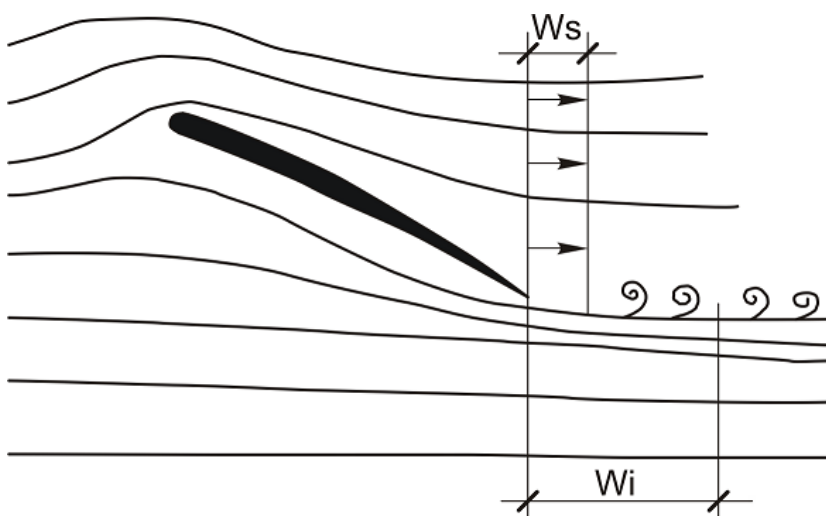


FIGURA 51a | Discontinuidad del diagrama de velocidades

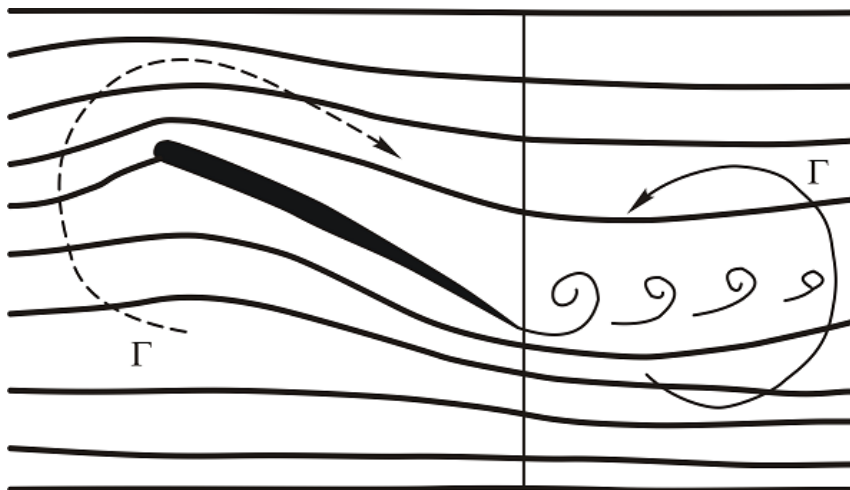


FIGURA 51b | Generación del vórtice inicial

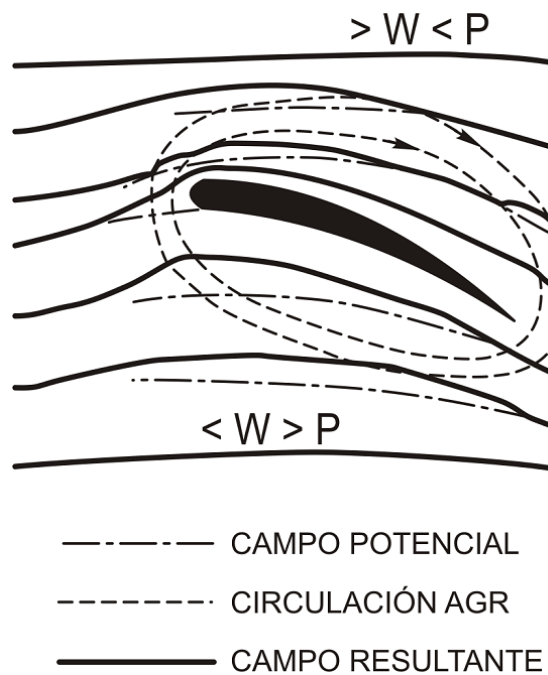


FIGURA 51c | Vórtice inicial

Ahora bien, las determinaciones experimentales demuestran que los perfiles alares, en virtud de su forma, originan para las condiciones de régimen, un escurrimiento como el de la *Figura 52*.

Nuestro problema, para compatibilizar teoría y práctica, es encontrar una superposición de movimientos potenciales simples que brinden una configuración parecida a la anterior (obviamente y necesariamente aparecen diferencias en la delgada zona de estela).

El **teorema de Thompson**, cuyo enunciado transcribimos a continuación es el elemento que posibilitará la enunciada compatibilización.

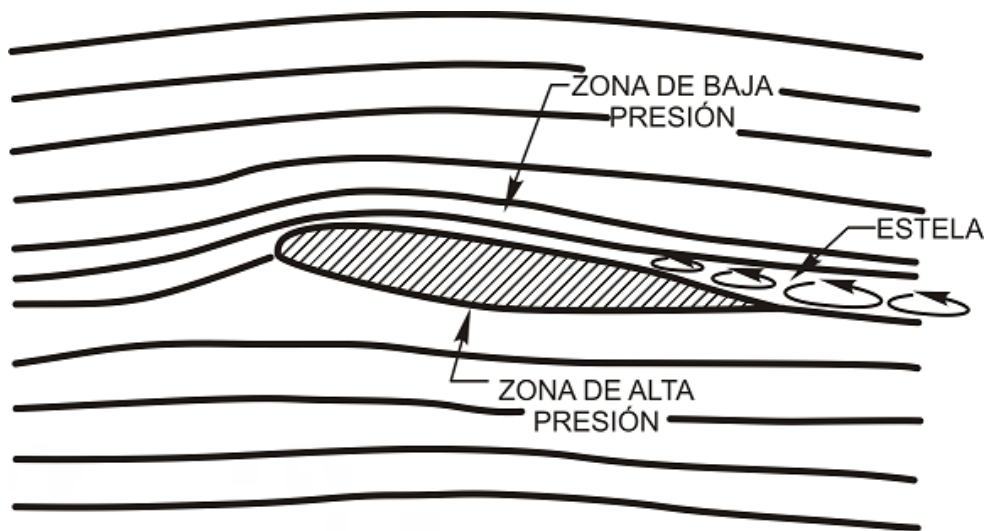


FIGURA 52 | Escorrimento Real alrededor de un perfil

8.4.2.2 Enunciado del teorema de Thomson

Nos limitaremos solo al enunciado, omitiendo su deducción que es del resorte de la hidrodinámica clásica, en la que no pretendemos ahondar, y que dice así:

“Con un fluido ideal, es decir sin fricción, la circulación alrededor del perfil debe ser nula.”

8.4.2.3 Consecuencia del teorema de Thomson

Volviendo a la *Figura 51b*, siempre tratando de explicar el fenómeno de la sustentación, por vía de la **teoría del escurrimento con potencial de velocidades**, resulta que para que la circulación sea nula debe aparecer una **“contra circulación”**, obviamente de sentido dextrógiro, que equilibre a la circulación originada por el vórtice inicial.

En la *Figura 52* se esquematizan las consecuencias. Es decir, la aparición de una circulación dextrógiro, la que implicará la superposición de un campo de velocidades al del escurrimento uniforme, el resultado es una red de corriente sensiblemente igual a la real.

Como consecuencia de lo expuesto se deduce que el modelo matemático a utilizar, para encontrar la configuración de las líneas de corriente en los fenómenos de sustentación, es el de sumar al escurrimento uniforme, una circulación de intensidad adecuada.

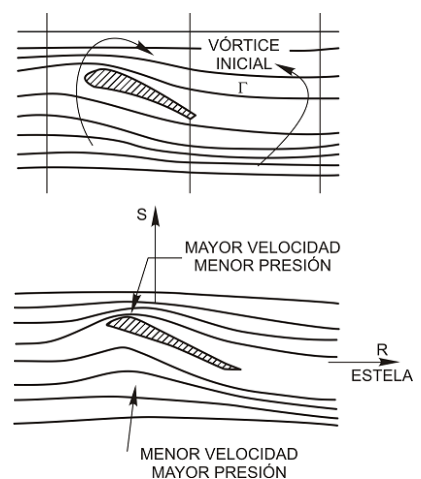


FIGURA 53 | Circulación y movimiento resultante

8.4.2.4 Flujo del fluido real alrededor de superficies aerodinámicas de envergadura finita

Hasta ahora hemos estudiado el problema bidimensional es decir suponiendo la longitud del perfil alar o envergadura del mismo infinita. Al ser esta finita, en los extremos tiene lugar un movimiento en dirección de la envergadura de consecuencias muy importantes.

Se ha analizado que existe una discontinuidad en el diagrama de velocidades (origen del vórtice inicial), la existencia de la misma en los extremos, en el lado inferior. En el lado superior, tiene lugar un flujo desde los extremos hacia el centro (Figura 54). Como consecuencia aparece una discontinuidad en el sentido de la envergadura, y en correspondencia con los extremos. Se generan consecuentemente, los llamados **“vórtices de salida”**, que son dos vórtices concentrados, suma de todos los vórtices que se generan en el sentido de la envergadura y que se desprenden, según demuestra la experiencia, en los extremos del ala.

En el caso de un aeroplano, la presión reducida en el núcleo de los vórtices de salida del perfil alar, se acompaña de una reducción de temperatura. Bajo determinadas condiciones de humedad y temperatura ambiental, la humedad atmosférica se condensa para formar estelas de vapor visibles a veces por varios kilómetros.

En el caso de los barcos estos vórtices de salida en las aspas de las hélices, provocan estelas de burbujas espirales aguas abajo.

8.4.2.5 Modelo mecánico del escurrimiento alrededor de superficies aerodinámicas de envergadura finita

Transcribimos a continuación un párrafo del libro *“Mecánica de Fluidos de Mossey”*, pág. 403, en el que se ilustra sobre el particular:

“... la formación de los vórtices de extremo no viola el teorema de Thompson, porque éstos son de magnitudes iguales y opuestas y la circulación neta permanece con valor cero. De hecho la existencia de los mismos mantiene la propiedad de un vórtice, sintetizada en que éste no pueda terminar en fluido, sino sólo en un límite sólido”.

La circulación alrededor de la superficie aerodinámica que produce la sustentación, es equivalente a un vórtice cuyo eje se encuentra a lo largo de la envergadura. No existe límite sólido en los extremos de la superficie aerodinámica y por eso la circulación no puede terminar ahí. Ésta continúa en los vórtices de extremo. Éstos vórtices, a su vez, se conectan con el vórtice de inicio corriente abajo, de manera que existe un anillo de vórtice completo. Por supuesto, en un fluido real, el vórtice de inicio y los extremos de corriente debajo de los vórtices de extremo se extinguen por la acción viscosa y solo persiste la circulación alrededor de la superficie aerodinámica y de los extremos anteriores de los vórtices de extremo.

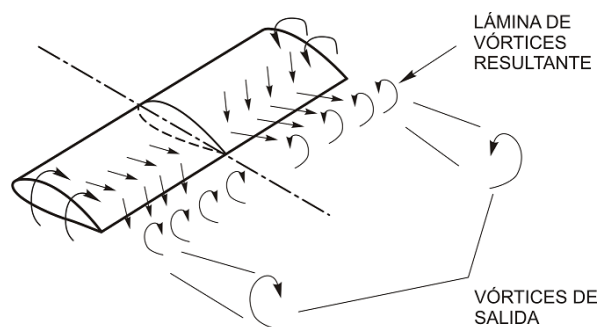


FIGURA 54a | Patrón de flujo en un ala de Envergadura finita

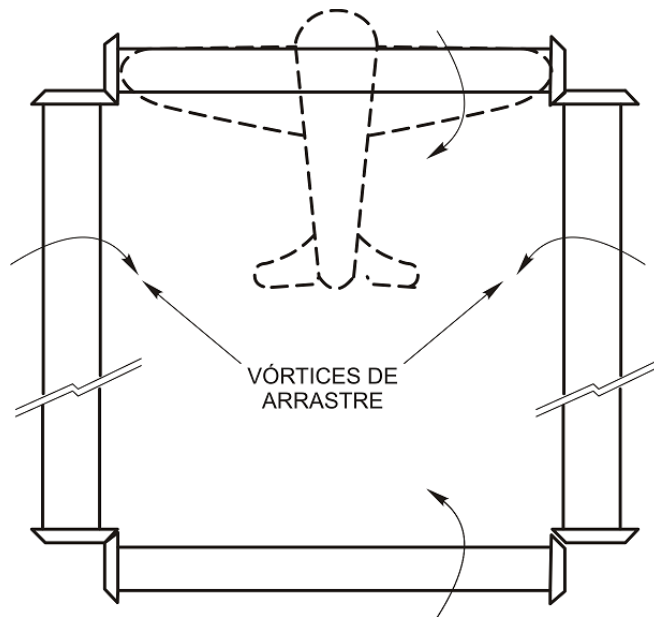


FIGURA 54b | Modelo mecánico de Sutton

Sutton, en su libro *“La Ciencia del Vuelo”* nos brinda una excelente analogía mecánica, reemplazando vórtices por rodillos engranados. La misma nos brinda una imagen teórica ideal de un anillo de tornillos (Figura 54b).

8.4.2.6 La resistencia inducida

El patrón de flujo, perturbado del por los extremos del ala, inducen una componente de velocidad dirigida hacia abajo V_i . Al componerse con la velocidad U del fluido que se aproxima, se altera el ángulo efectivo de ataque que pade a ser α_0 .

Tal como puede apreciarse en la *Figura 55* considerando el **teorema de Kutta – Joukowski**, tendremos: L_0 admite componentes S y R según las direcciones perpendicular y paralela a U respectivamente. En particular R “significa resistencia adicional, denominada **“Resistencia Inducida”**”, que debe sumarse a las resistencias pelicular y de forma.

$$L_0 = SV_0R$$

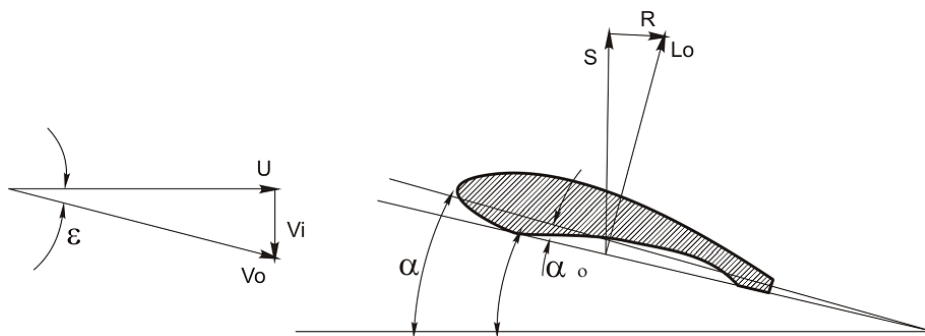


FIGURA 55 | Resistencia inducida

8.4.3 Diseño teórico de perfiles alares y sus alcances

Nos proponemos hacer una breve reseña de los métodos analíticos de diseño de perfiles aerodinámicos, siempre con miras a compatibilizar el esfuerzo que esto significa con los resultados prácticos. El objetivo es el de orientar sobre una metodología de trabajo que no aparece claramente expuesta en la bibliografía de base de la Mecánica de fluidos y de la Hidráulica General.

8.4.3.1 La representación conforme

El estudio de escurrimiento con potencial de velocidad nos ha mostrado que es posible el trazado de la red de escurrimiento con métodos analíticos, solo para algunas configuraciones bidimensionales de geometría relativamente sencillas. En especial el estudio de los movimientos potenciales simples en base a la superposición de los mismos, nos permiten resolver ciertos problemas de la práctica.

En particular, el **efecto Magnus** puede ser evaluado por vía analítica trazando la red de escurrimiento; por superposición de un escurrimiento uniforme alrededor del cilindro, con un torbellino potencial.

Recordemos que a su vez el movimiento uniforme de referencia puede obtenerse mediante la superposición de un doblete con un escurrimiento uniforme no perturbado de malla cuadrada (*ver Escurrimientos con Potencial de velocidades, Libro "Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria", EUDEBA 2019, Capítulo 14*).

Deducimos que aún para la explicación del efecto Magnus, la consideración de líneas de corriente se puede obtener por vía analítica, laboriosamente, aun considerando la geometría simple del cilindro.

Para el caso de **perfiles aerodinámicos**, la complejidad analítica sería un escollo insalvable de no recurrir en nuestro auxilio el método de la "Representación conforme", el que en esencia posibilita la solución del segundo problema, resolviendo el primero.

En forma muy resumida, el método se fundamenta en lo siguiente: supongamos que existe una función de variable compleja $\omega = \omega(z)$ para la que existe derivada en todos los puntos del **plano z**. Esta función hace corresponder a cada punto del recinto z , con otro del **plano ω** , cuyas coordenadas son la parte real e imaginaria de ω . Es decir si:

$$z = x + iy$$

A cada par de valores x - y la función $\omega = \omega(z)$ le hace corresponder otro par ξ y η que son las componentes real e imaginaria de ω , en efecto:

$$\omega = \xi + i\eta$$

En estas condiciones es factible el análisis del **plano ω** de ejes

$$\xi = 0 \quad \eta = 0$$

A partir de la existencia de la derivada de la función puede demostrarse que toda figura contenida en él tiene su homóloga en el **plano ω** , que es aproximadamente semejante. Esta semejanza es total a medida que las figuras homólogas tiendan a dimensiones infinitesimales.

Nota: para el desarrollo total del tema, remitimos al interesado al libro *Hidráulica*, de Balloffet, Gotelli y Meoli, en pág. 290 y siguientes. En el presente texto, nos limitamos a resumir las propiedades del método como sigue:

- a) Para **Figuras no infinitésimas**, no existe proporcionalidad lineal pero sí existe isogonalidad. Es decir los ángulos se mantienen constantes en las Figuras de ambos planos.
- b) Los puntos homólogos derivan de la misma función potencial.
- c) La circulación alrededor de la curva en el plano $x - y$ es la misma que la correspondiente a la Figura homóloga en el plano $\xi - \eta$.

A título de comentario, digamos que un método de “**Representación Conforme**” de gran utilidad, es el **Mercator**, donde la esfera terrestre es proyectada al plano, sin que se perturben los ángulos intersección de paralelos y meridianos, pero donde se deforman las longitudes a medida que nos acercamos a los polos.

Este método nos permite en resumen trazar analíticamente el perfil teórico más adecuado desde el punto de vista aerodinámico a partir de la representación conforme aplicada a un círculo.

Además en base a las propiedades apuntadas más arriba, conocida la red de escurrimiento alrededor del cilindro (más sencilla y conocida), es factible determinar la red de escurrimiento alrededor del perfil aerodinámico obtenido.

Procediendo de ésta manera, Joukowsky fue el primero en encarar el diseño racional (o teórico) de perfiles alares, habiendo obtenido los perfiles que llevan su nombre y a los que haremos breve referencia a continuación.

8.4.3.2 Los perfiles Joukowsky

8.4.3.2.1 Perfil Joukowsky simétrico

Aplicando los conceptos anteriores a una circunferencia con centro en el **eje x** pero excéntrica con respecto al **punto 0**, se obtiene el perfil buscado. En las Figuras 56 y 57 se esquematiza el proceso que puede encontrarse desarrollado completamente en el Tomo I del libro “Hidráulica” de Balloffet – Gotelli y Meolli pág. 295.

El perfil es útil para pilas de puente y pilares sostenes de las compuertas, o rejas, o para toda estructura fija inmersa en una corriente líquida. Su propiedad adicional es que, además de sostener las estructuras, presentan una forma fluido dinámica, la que minimiza la perturbación que los perfiles necesariamente provocan en la corriente del cauce natural.

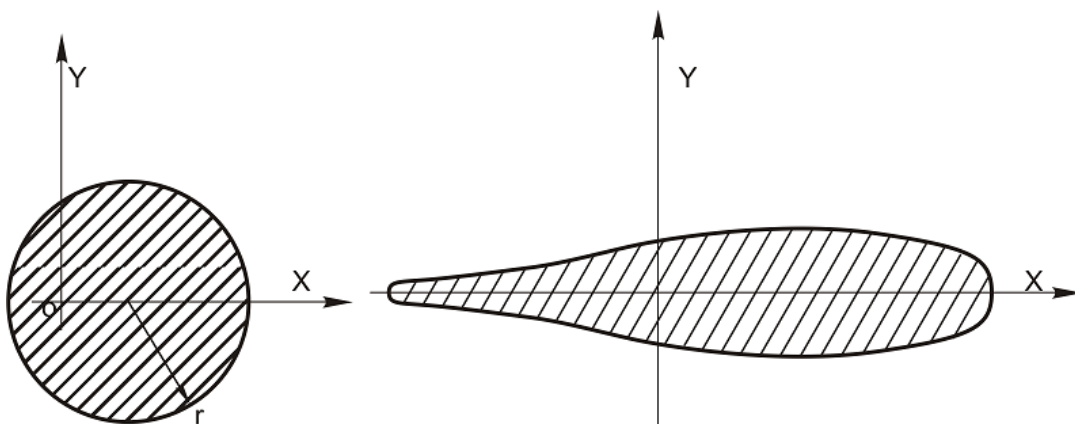


FIGURA 56 | Transformación conforme del círculo a perfil Joukowsky simétrico

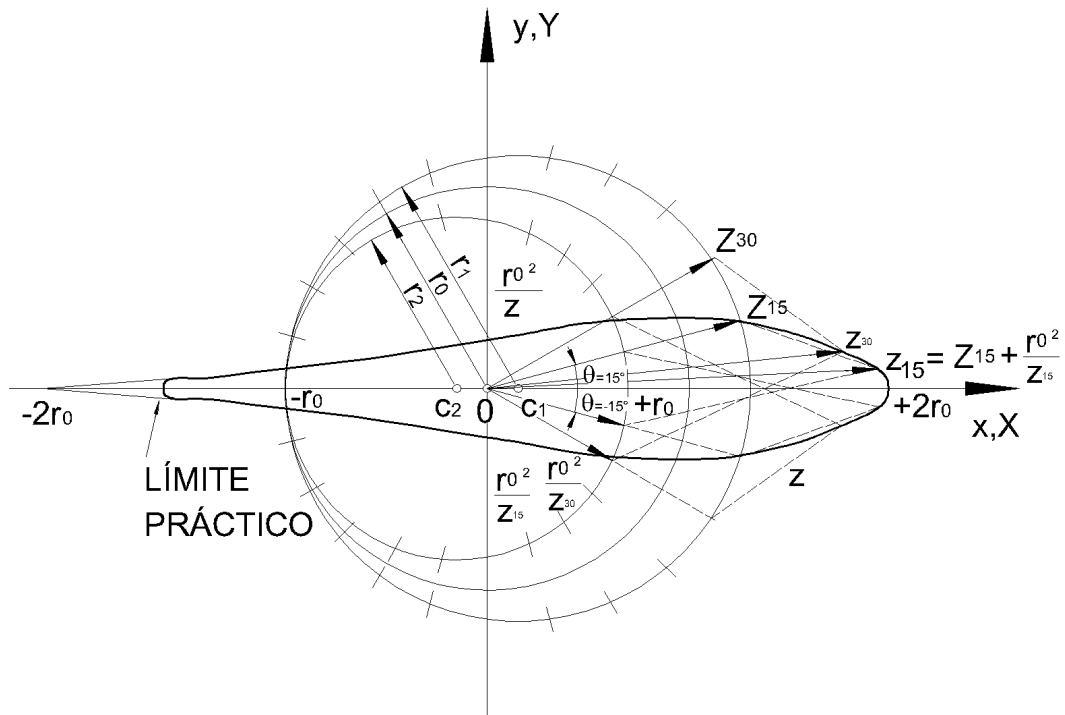


FIGURA 57 | Construcción del perfil Joukowski simétrico

Nota: las figuras previas y las que siguen, se incorporan a título ilustrativo. El desarrollo y la metodología del trazado, pueden encontrarse en las sucesivas y numerosas ediciones del Manual de Hidráulica, del Prof. Ing. Dante Dalmati, de los centros de Estudiantes de la FI de La Plata y de la FI UBA.

8.4.3.2.2 Perfil Joukowski asimétrico

Se obtiene aplicando el método de representación conforme a la circunferencia excéntrica, con centro no coincidente con ninguno de los ejes, tal como esquematiza en las Figuras 58 y 59:

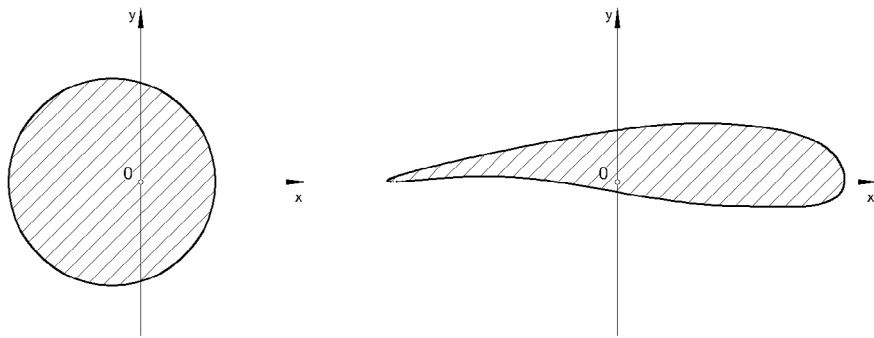


FIGURA 58 | Transformación conforme del círculo a perfil Joukowski. asimétrico

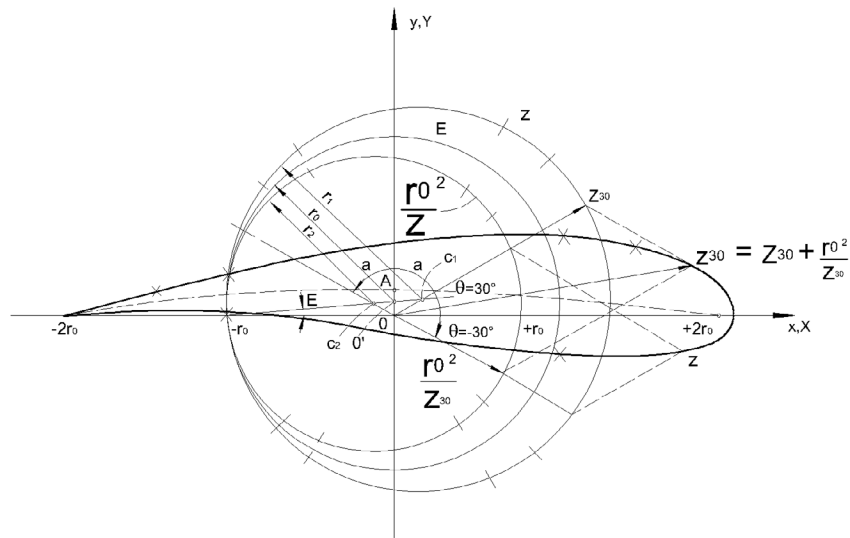


FIGURA 59 | Construcción del perfil Joukowski asimétrico

8.4.3.3 Aproximación entre teoría y experimentación

Las aproximaciones de la teoría, en el caso de la fuerza de sustentación pueden ser consideradas asombrosamente exactas, si tenemos en cuenta que se han hecho a partir del fluido ideal, es decir ignorando una propiedad tan importante de los fluidos reales como es la viscosidad, la que como vimos tiene una importancia capital, en la determinación de la fuerza de resistencia.

La Figura 60 que sigue, indica que las redes de corriente obtenidas por teoría o a partir de mediciones de túneles de viento, son prácticamente coincidentes, con diferencias menores al 2%.

Nota: las determinaciones fueron realizadas por Tanner en un perfil y han sido publicados, hace unos tres decenios, en el Tomo 2, pág. 454 y siguientes del "Modern Developments in Fluid Dynamics", del "Panel de Mecánica de Fluidos"; perteneciente al comité de Investigaciones Aerodinámicas de Gran Bretaña.

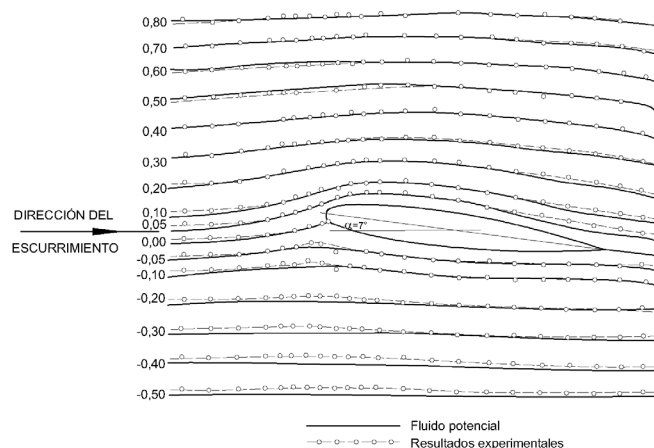


FIGURA 60 | Redes de corriente según la teoría y la experimentación

Nota: se destaca que desde un comienzo, se diseñaron los perfiles alares de planeadores, con el criterio racional de Joukowski.

8.5 Rotores Kaplan y hélices en general

La diferencia entre un ala de avión y los álabes de una hélice se encuentra en que, mientras la primera tiene solo movimiento de traslación, la segunda, además, presenta movimiento de rotación.

En la *Figura 61* esquematizamos una turbina del tipo hélice, es decir tipo axial, puesto que en ese sentido ingresa el gasto a la máquina.

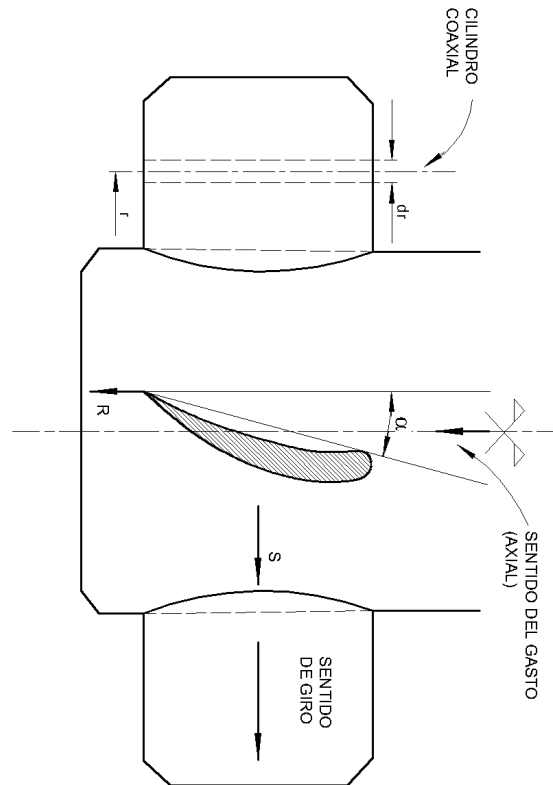


FIGURA 61 | Esquema de turbina hélice

Se ha dispuesto el dibujo de manera que un álabes quede justamente perpendicular al plano del papel, con la idea de destacar así su perfil, esencialmente similar al perfil alar estudiado. Si se realiza un corte, con un cilindro coaxial de **radio r** , se obtiene el perfil precisamente para ese radio.

La sustentación implica, en teoría, una acción constante para todo valor del radio y el momento o cupla se obtendrá integrando el valor de la sustentación, multiplicada por el radio de referencia, a lo largo de la envergadura del álabes.

Obviamente para el diseño de los álabes, toda la teoría esbozada precedentemente es válida.

Merece destacarse el uso de las hélices como mecanismo de sustentación de los helicópteros, en ese caso el perfil se dispone de forma tal, que la sustentación tiene el mismo sentido del eje de la misma, como se ilustra en la *Figura 62*.

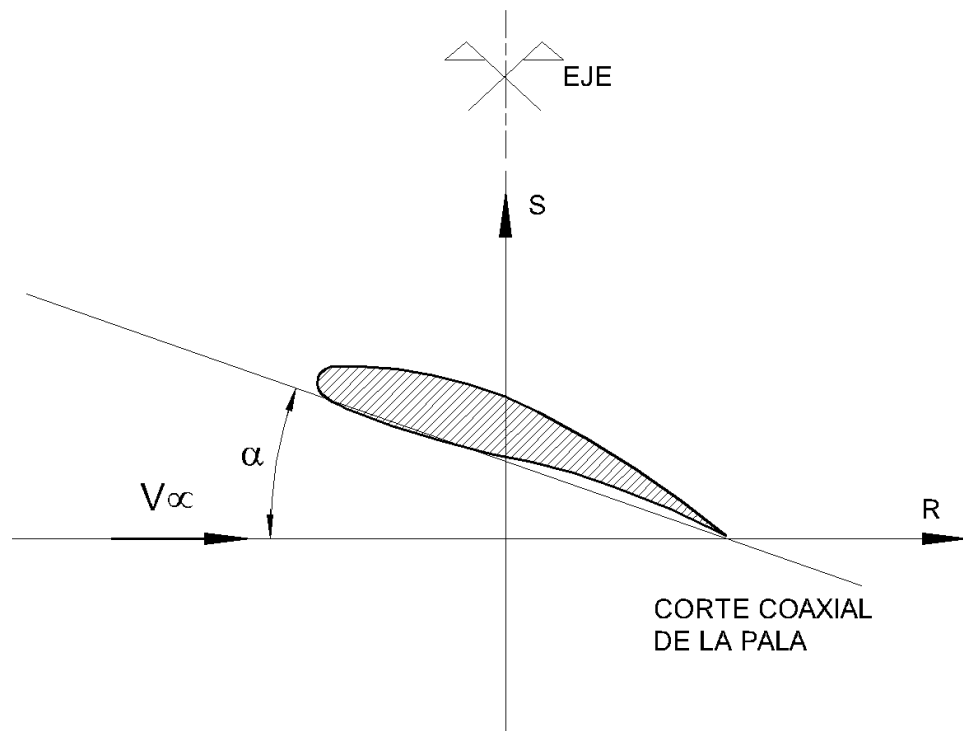
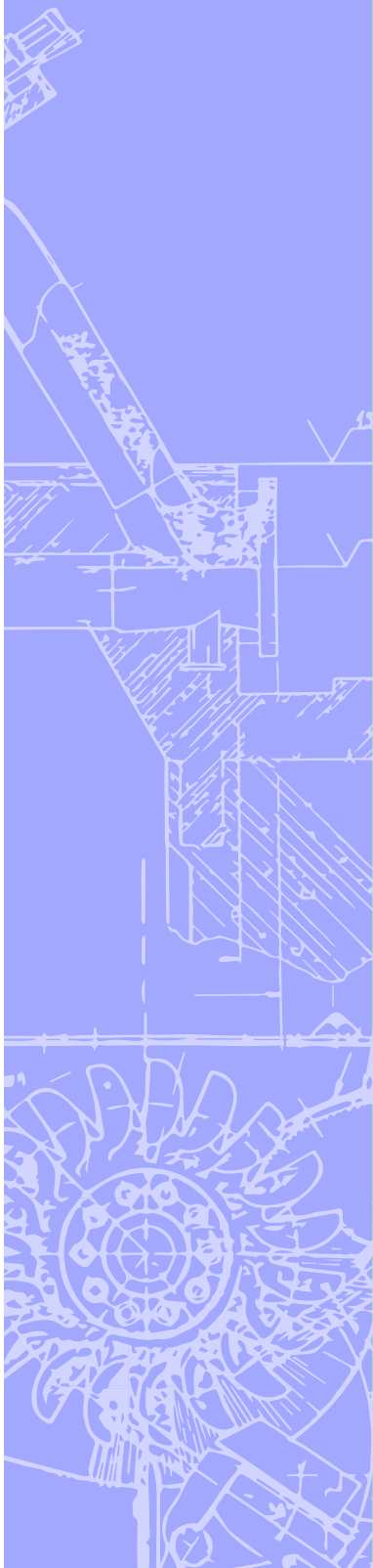


FIGURA 62 | Palas para sustentación de helicópteros

CAPÍTULO 9:

TUBO DE ASPIRACIÓN EN TURBINAS



9.1 Generalidades

En un comienzo las turbinas se instalaban “sumergidas” o bajo el nivel de carga.

Las reparaciones suponían entonces, grandes dificultades que se solucionan elevando la máquina sobre dicho nivel y completando la descarga a través del tubo de aspiración.

Este tubo resultó finalmente de gran utilidad, puesto que a la ventaja que supone desde el punto de vista del mantenimiento, se suma el hecho que ayuda a mejorar considerablemente el rendimiento de la instalación, al lograr un aumento considerable, en la altura útil H_u .

9.2 Análisis de una instalación de turbina con tubo de aspiración de diámetro constante

En el esquema de la Figura observamos una turbina que opera entre dos niveles, el del embalse y el del canal de fuga.

En el primero, consideramos una velocidad de llegada C_a (generalmente despreciable) y en el segundo, una velocidad de fuga C_{fu} .

Para el estudio utilizaremos el **Teorema de Bernoulli**, pero dado que la instalación prácticamente se resuelve en un plano vertical, referiremos nuestros valores de energía unitarias sobre un eje vertical.

De adoptar el criterio normalmente utilizado, el esquema resultaría muy confuso por la superposición de valores.

Como es fácil deducir, las energías unitarias de posición, quedarán en el sistema coordenado, representados por una recta a 45° .

Para el análisis, seguiremos dos caminos independientes, siguiendo el recorrido de la tubería de presión, el primero, y siguiendo el camino inverso del agua en la tubería de aspiración, el segundo.

9.2.1 Análisis de la tubería de presión

El nivel energético en el embalse (o nivel energético inicial) está representado por la expresión:

$$E_i = H_4 + H_3 + H_S + Z + H_a + \frac{\overline{P_a}}{\gamma} + \frac{C_a^2}{2g}$$

En la que los valores H , son los indicados en la Figura que sigue, haciendo la aclaración que en particular H_S , que es la “**altura de aspiración**”, se mide desde el “**punto más alto del álabe en la sección de salida**”, hasta el nivel de la descarga.

Al ingresar en la tubería de presión, tendremos una “**pérdida de energía**” J_e y a partir de esta sección, la pérdida de energía por frotamiento seguirá una ley lineal hasta alcanzar la sección de ingreso a los álabes. Tenemos así trazada la “**línea de energía**” de la tubería de presión.

Para obtener la piezométrica, restamos el valor de $\frac{C_{a2}^2}{2g}$ hasta llegar a la embocadura de la cañería de presión, donde la velocidad se eleva hasta C_t y el término de energía cinética correspondiente, hasta $\frac{C_t^2}{2g}$.

Al llegar a la sección de ingreso a los álabes, la velocidad aumentará de C_{ta} , siguiendo una ley compleja que aproximadamente representamos en el esquema.

Finalmente, el nivel energético en el plano que pasa por **N** (punto medio de la sección de ingreso), será:

$$E_N = H_3 + H_4 + H_5 + Z + \frac{\bar{P}_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} \quad (87)$$

Si analizamos la *Figura 70*, observaremos que E_N difiere de E_i , justamente en las pérdidas de energía que tienen lugar en la tubería de presión, puesto que:

$$E_i = E_N + \Sigma J_a \quad (88)$$

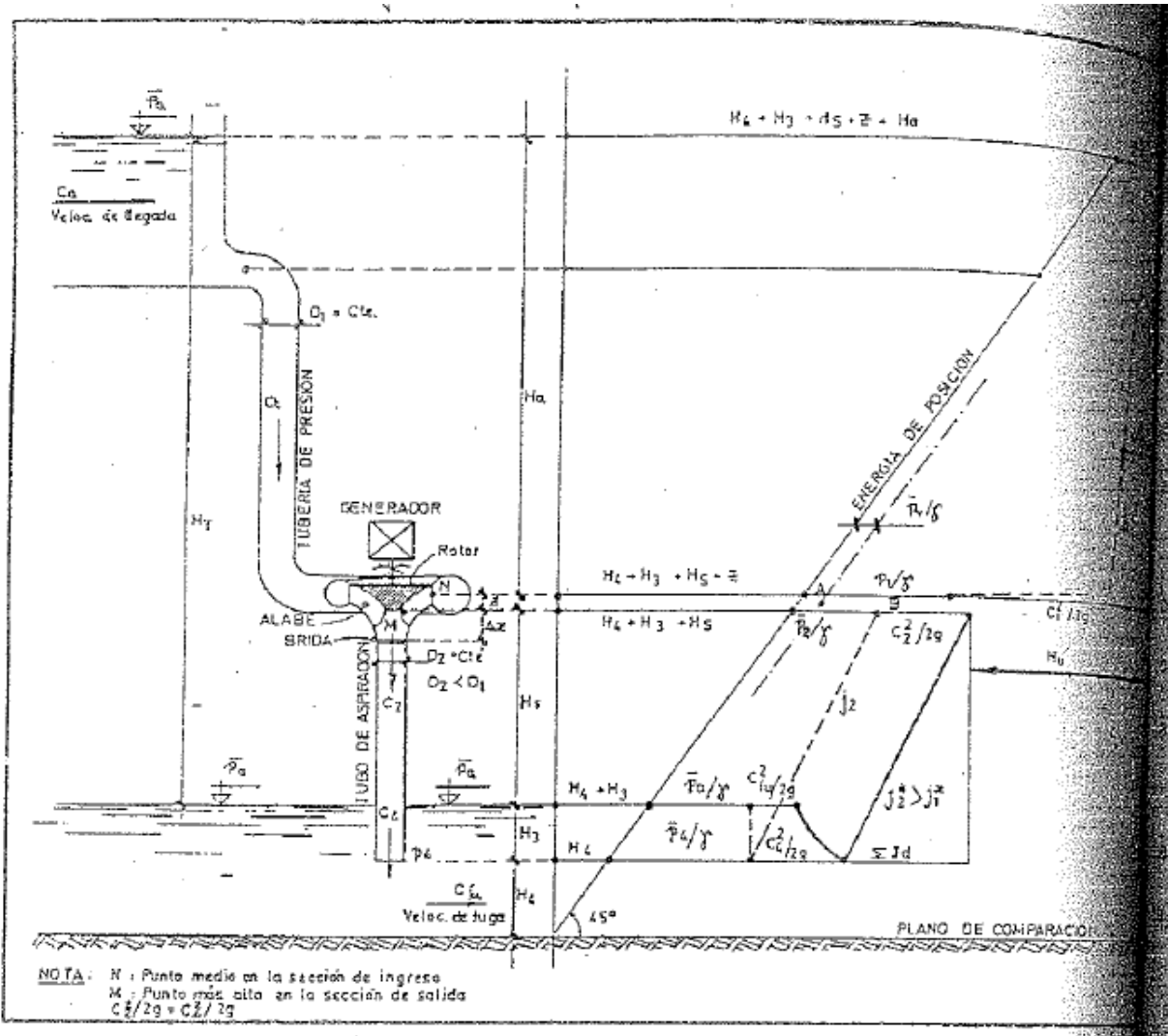


FIGURA 70 | Instalación de una turbina con tubo de aspiración de Diámetro constante

9.2.2 Análisis de la tubería de aspiración

El nivel energético en el canal de fuga será:

$$E_f = H_3 + H_4 + \frac{\bar{P}_a}{\gamma} + \frac{C_{fu}^2}{2g} \quad (89)$$

En la sección de descarga del tubo de aspiración, para que ésta pueda tener lugar, resulta evidente que debe cumplirse que:

$$H_3 + H_4 + \frac{\bar{P}_a}{\gamma} = H_4 + \frac{\bar{P}_4}{\gamma}$$

Con lo que la piezométrica resulta entonces un segmento vertical. En cambio, para obtener el punto correspondiente de la línea de energía, debemos sumar $\frac{C_4^2}{2g}$ que, será obviamente mayor que $\frac{C_{fu}^2}{2g}$.

A partir de ésta sección, siguiendo siempre el recorrido inverso del agua, en la sección de la brida de unión entre la máquina y la tubería de succión o aspiración, deberá disponerse de una energía unitaria mayor, que permita la “**pérdida de energía**” por frotamiento en la aspiración ΣJ_a .

La línea de energía será una recta, de pendiente determinada (mayor que la correspondiente a la tubería de presión, por ser $D_2 < D_1$).

La energía a la altura del plano M será entonces:

$$E_M = H_3 + H_4 + H_S + \frac{\bar{P}_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} \quad (90)$$

Como en la práctica es imposible medir presiones a la altura del **plano M**, se hacen las lecturas a la altura de la brida, y por ser z y Δz despreciables frente a las demás alturas, podemos suponer:

$$E_m \cong E_{\text{brida}}$$

Obviamente $\frac{\bar{P}_2}{\gamma}$, se obtiene trazando la piezométrica del tubo de aspiración, descontando el término $\frac{C_2^2}{2g}$, de la línea de energía ya trazada.

La diferencia entre (87) y (90) es la energía útil unitaria, es decir:

$$H_u = E_N - E_M \quad (91)$$

La (91) representa la energía unitaria que puedo obtener con la instalación proyectada y el salto disponible:

$$H_T = H_a + H_s + z$$

Si trazamos una paralela a la recta a 45° que representa la energía de posición, distanciada de ésta en $\frac{\bar{P}_v}{\gamma}$, es decir la presión de vaporización del agua en **m.c.d.a.**, (del orden de 2 cm) observamos que el **punto B** de la piezométrica, está suficientemente alejado del punto A, el que indicaría el comienzo del fenómeno de cavitación y el consecuente deterioro del rotor.

9.3 Análisis de una instalación de turbina con tubo de aspiración de diámetro creciente

En la *Figura 71* se esquematiza la misma instalación de la *Figura 70* con la salvedad de que, en este caso, el tubo de aspiración es de diámetro variable y creciente en el sentido del escurrimiento.

El análisis realizado para la tubería de presión **2-1** sigue siendo válido, solo difiere el análisis para la tubería de aspiración. En ese caso resultaría $\frac{C_4^2}{2g}$ sensiblemente menor que en el caso anterior, también será ΣJ_d .

Como resultado tendremos un nivel energético en la brida:

$$E_{\text{brida}} \cong E_M = H_3 = H_4 = H_s + \frac{\bar{P}_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g}$$

Que resultará menor que el caso anterior, por lo que la altura útil H_u será mayor que en el caso anterior.

La piezométrica se obtendrá descontando en cada sección el término variable a lo largo de aspiración, $\frac{C_2^2}{2g}$, tal como se esquematizó en la Figura previa.

Nótese que en este caso, el **segmento AB** se ha reducido, pudiendo en el límite coincidir la piezométrica con el punto de origen de la cavitación. Obviamente debe cumplirse la condición:

$$\frac{\bar{P}_2}{\gamma} \geq \frac{\bar{P}_v}{\gamma}$$

En el caso que, $\frac{\bar{P}_2}{\gamma} \geq \frac{\bar{P}_v}{\gamma}$ el valor de H_s , será la "**altura de aspiración límite**", que simbolizamos como H_{lim}

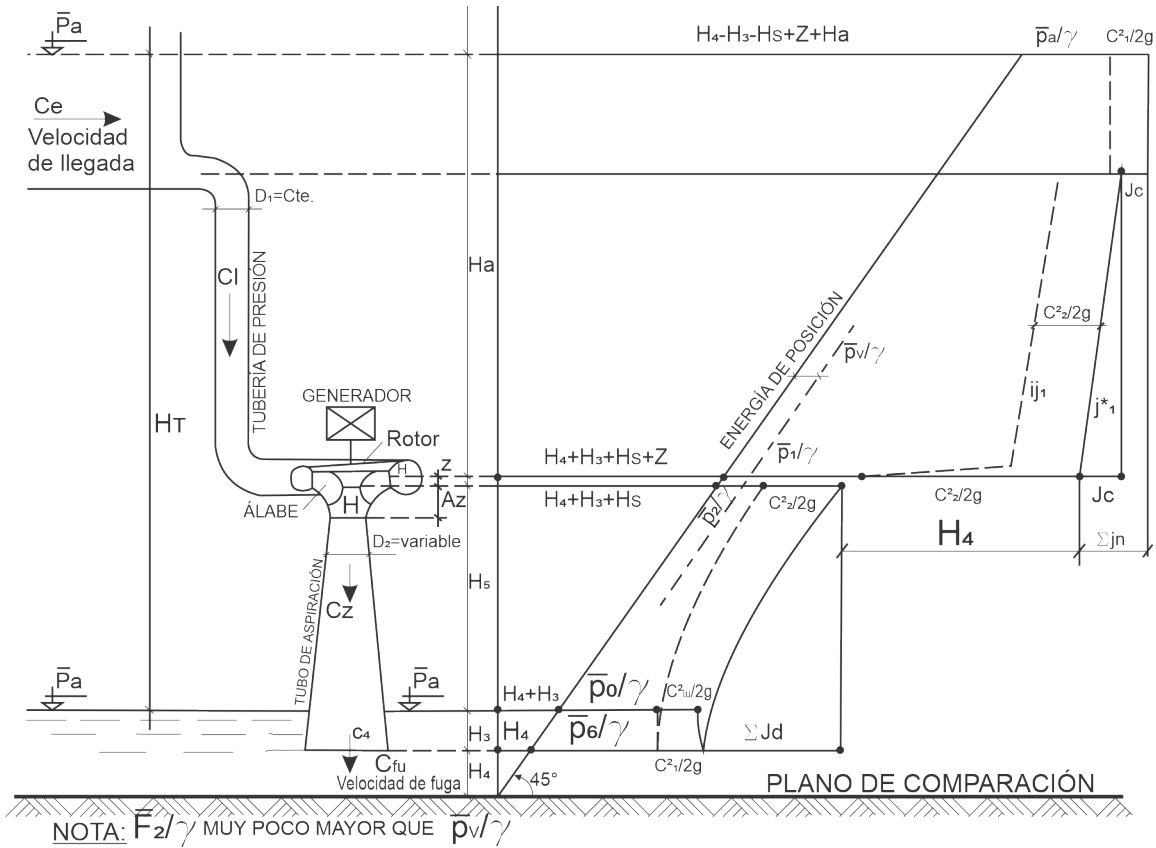


FIGURA 71 | Instalación de una turbina con tubo de aspiración de diámetro creciente

9.4 Análisis de la instalación de turbinas con menor valor de H_s

En la *Figura 72*, esquematizamos la instalación y observamos que al disminuir H_s , también disminuye la altura útil H_w , a la vez que, aumenta la diferencia entre las presiones en la brida del tubo de aspiración y la presión de vaporización.

Es decir que la diferencia:

$$\frac{\bar{p}_2}{\gamma} - \frac{\bar{p}_v}{\gamma}$$

Resulta mayor que en el caso anterior.

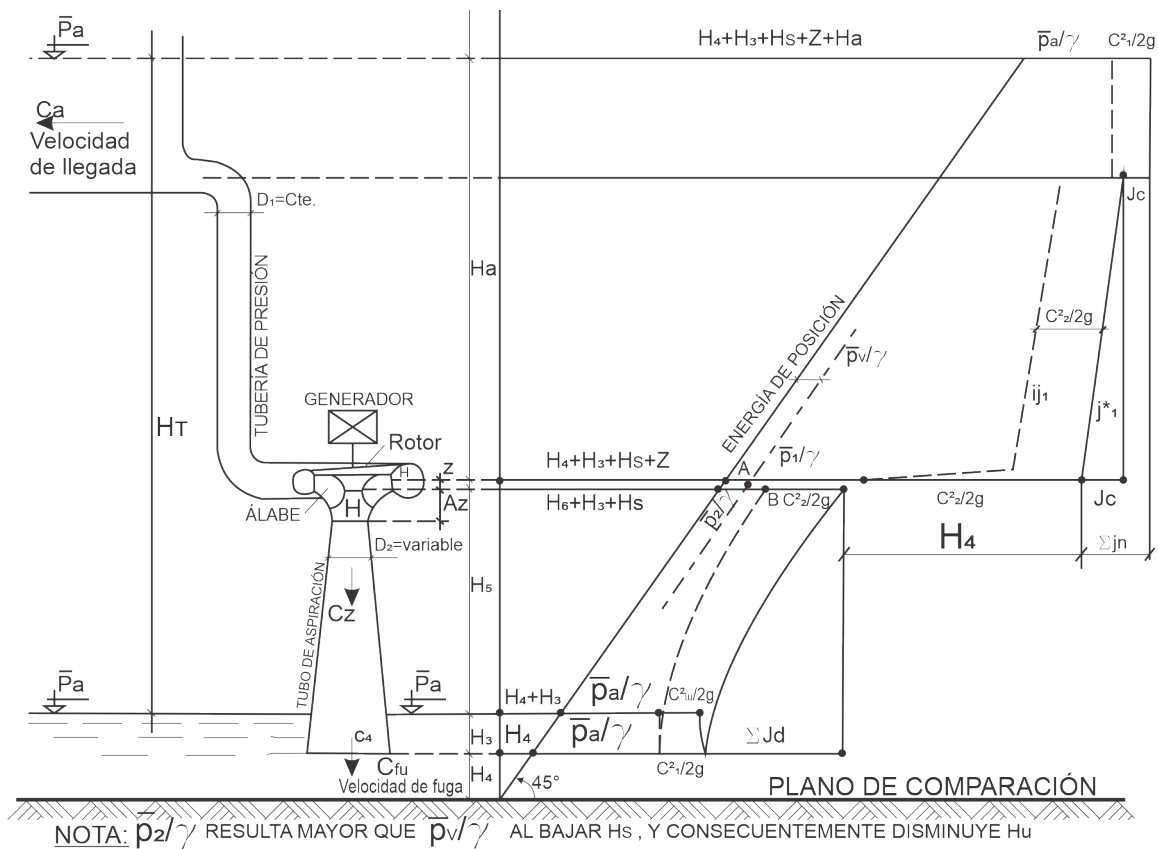


FIGURA 72 | Instalación de una turbina con tubo de aspiración de diámetro creciente y menor H_s

9.5 Conclusiones

a) El tubo de aspiración cumple dos funciones, a saber:

a1) Desde el punto de vista energético implica un mayor rendimiento de la instalación, por el aumento de H_u

a2) Desde el punto de vista mantenimiento, facilita el acceso a la máquina

b) La altura H_s conviene que sea la mayor posible puesto que ésta condición mejora el valor de H_u .

c) La altura H_s tiene un valor límite ($H_{s\lim}$) por sobre el cual habrá álabes sometidos al fenómeno de cavitación.

9.6 Formas del tubo de aspiración

Después del tubo de $D = cte$, el tubo troncocónico es el tubo de diámetro D variable más simple. La inclinación de sus paredes debe ser tal, que no produzca por separación de la capa límite, pérdidas tan elevadas que superen a la recuperada por reducción de la velocidad.

Para valores elevados de H_s la recuperación puede llevarse a cabo con ángulos de inclinación de las paredes pequeños (de 7° a 8°).

A medida que H_s disminuye, con la forma troncocónica se llegaría a valores mayores del ángulo de inclinación, por lo que ya no resulta aconsejable.

En ese caso se usan generatrices curvas para las paredes, tales como el trazado racional de Prazil, que por ser del resorte de la Hidráulica Aplicada no desarrollaremos en este texto, que implica fundamentos previos o más básicos.

En los casos que H_s resultamuy pequeño, el tubo no tendría el desarrollo suficiente como para lograr la reducción de la velocidad. Se recurre entonces a los “**tubos acodados**”, típicos de las máquinas instaladas con bajos valores de H_s (como las Hélice y Kaplan).

La práctica ha desarrollado un número importante de diseños cuyo estudio escapa a los alcances de nuestros objetivos y consecuentemente al del presente texto (dedicado a Ingenieros Civiles, sobre todo en lo relativo a clasificación y selección de turbinas).

9.7 Fórmula de THOMA

Del análisis de la *Figura 71* resulta evidente que si la presión absoluta a la altura de la brida del tubo de aspiración es igual a la presión de vaporización, es decir que:

$$\frac{\bar{P}_2}{\gamma} = \frac{\bar{P}_v}{\gamma}$$

La altura de aspiración resultará ser la altura límite, puesto que menores presiones implicarán cavitación, por lo que:

$$H_s = H_{slim}$$

Planteando **Bernoulli** entre la sección de la brida (**plano 2-2**) y la sección de salida (**plano 4-4**) tendremos:

$$H_3 + H_4 + H_{slim} + \frac{\bar{P}_v}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} = H_4 + \frac{\bar{P}_4}{\gamma} + \frac{C_4^2}{2g} + \Sigma Jd$$

Recordando que:

$$H_4 + \frac{\bar{P}_4}{\gamma} = H_3 + H_4 + \frac{\bar{P}_a}{\gamma}$$

Y reemplazando en la ecuación anterior, tendremos:

$$H_3 + H_4 + H_{slim} + \frac{\bar{P}_v}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} = H_3 + H_4 + \frac{\bar{P}_a}{\gamma} + \frac{C_4^2}{2g}$$

Despejando H_{slim} :

$$H_{slim} = \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma} + \frac{C_4^2 - C_2^2}{2g} + \Sigma J_a \quad (92)$$

Las velocidades C_2 y C_4 pueden ser expresadas como porcentaje de la velocidad teórica $\sqrt{2gH_u}$, por lo que:

$$C_2 = K_2 \sqrt{2gH_u} \quad (93)$$

$$C_4 = K_4 \sqrt{2gH_u} \quad (94)$$

Los coeficientes K_2 y K_4 son obviamente menores que la unidad. Operando con la ecuación (94) tendremos:

$$\frac{C_4^2}{2g} = K_4^2 H_u$$

Procediendo en igual forma con la (93):

$$\frac{C_2^2}{2g} = K_2^2 H_u$$

Eliminando H_u entre ambas expresiones:

$$\frac{1}{K_4^2} \frac{C_4^2}{2g} = \frac{1}{K_2^2} \frac{C_2^2}{2g}$$

Es decir que:

$$\frac{C_4^2}{2g} = \frac{K_4^2}{K_2^2} \frac{C_2^2}{2g}$$

Haciendo $\frac{K_4^2}{K_2^2} = K$ y reemplazando en la ecuación previa:

$$\frac{C_4^2}{2g} = K \frac{C_2^2}{2g} \quad (95)$$

Las pérdidas de energía ΣJ_d también pueden ser expresadas como porcentajes de la velocidad C_2 , es decir:

$$\Sigma J_d = K_d \frac{C_2^2}{2g} \quad (96)$$

Reemplazando la (95) y la (96) en la (82), tendremos:

$$H_{slim} = \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma} - \frac{C_2^2}{2g} (1 - K - K_d)$$

$$H_{S\lim} = \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma} - \frac{K_2 \sqrt{2g \cdot H_u}}{2g} (1 - K - K_d)$$

Operando:

$$H_{S\lim} = \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma} - K_2^2 H_u (1 - K - K_d)$$

Si hacemos $\sigma = K_2^2 (1 - K - K_d)$, tendremos:

$$H_{S\lim} = \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma} - \sigma H_u$$

La condición de seguridad ante la cavitación será entonces:

$$H_S \leq \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma} - \sigma H_u \quad (97)$$

La que finalmente, es la **expresión de Thoma**, en la que haciendo:

$$H_b = \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma}$$

La fórmula deducida puede también expresarse como:

$$H_S \leq H_b - \sigma H_u \quad (98)$$

9.7.1 Denominación de los términos de la fórmula de Thoma

En resumen, la altura de aspiración, debe ser menor o igual, a la diferencia expresada en la (112) donde:

H_b : es la altura barométrica del lugar (con \bar{P}_a función de la altura sobre el nivel del mar y \bar{P}_v función de la temperatura del líquido).

H_u : es la altura útil ya estudiada

σ : es el coeficiente de cavitación

9.7.2 Coeficiente de cavitación

En el ítem 7-2 hemos probado que el número específico es función fundamentalmente de la **relación D_1/D_2** , por lo que consecuentemente también es función de la relación de velocidades C_1/C_2 .

En la expresión de Thoma, hemos puesto las velocidades en función de C_2 y surgieron así los coeficientes K , K_d y K_2 , por lo que estos también resultan ser función del número específico de revoluciones.

Si se representa σ en un diagrama semilogarítmico en función de ns , se obtiene una curva como la de la Figura 73, la que resulta asintótica al valor $\sigma=1$, para valores elevados de ns .

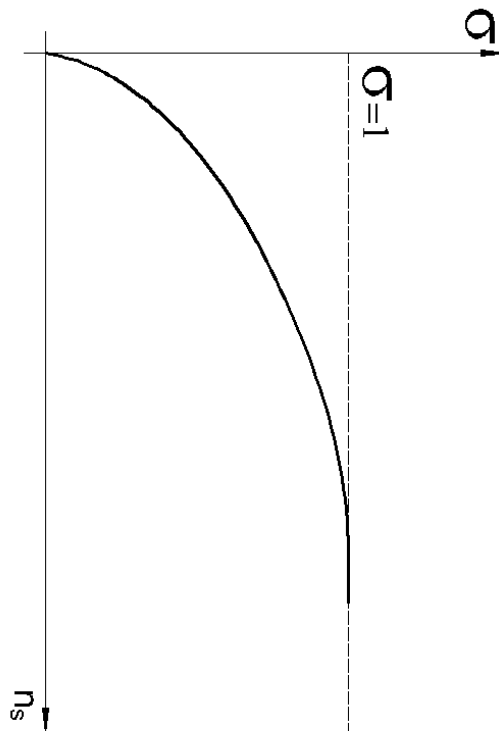


FIGURA 73 | Coeficiente de Thoma en función de ns

Despejando σ de la fórmula de Thoma, tendremos:

$$\sigma = \frac{H_b - H_s}{H_u} \quad (99)$$

Para altos valores del número específico de revoluciones, y al tender σ a la unidad, tendremos:

$$H_u \cong H_b - H_s \quad (100)$$

La (100) implica para valores positivos de H_s , pequeños valores de H , puesto que el máximo valor teórico de H_b será de 10.33m.

Una forma de aumentar H_u será considerar valores negativos de H_s , que requiere disponer la turbina debajo del nivel de descarga.

Pero razones constructivas impiden que estos valores de sumergencia sean importantes, por lo que, como regla, queda el concepto de que altos valores de n_s corresponden bajos valores del salto utilizable.

En el caso de la **rueda PELTON** tendremos que:

Al ser $H_s = 0$, $\sigma = \frac{H_b}{H_u}$, por lo que con velocidades específicas bajas, el valor de H_u puede ser al menos, teóricamente ilimitado.

Se confirma así, que las relaciones $\frac{H}{Q}$ indicadas para la selección de Turbinas (figura 29), tiene un límite de validez impuesto por la altura de aspiración.

9.7.4 Procedimiento de selección de turbinas

En primer lugar, determinamos la relación $\frac{H}{Q}$ la que nos permite preseleccionar en el cuadro de la Figura 29, el tipo general de máquinas más aconsejable.

También es factible esta selección de carácter general utilizando el grafico de la Figura 74.

Con la expresión:

$$n < C \frac{H^{\frac{1}{6}}}{Q^{\frac{1}{2}}} = [800 + 0.5(H - 20)] \frac{H^{\frac{1}{6}}}{Q^{\frac{1}{2}}} \quad (101)$$

Verificamos si corresponden turbinas Francis, o Hélices, o Kaplan, según n sea menor o mayor que el valor calculado. Si resulta que además de $\frac{H}{Q} > 80$, es:

$$\frac{2}{j} = \frac{K_4^2 C}{K_2^2 \frac{1}{2}} \quad (102)$$

No que quedan dudas que la turbina más apta es la Pelton.

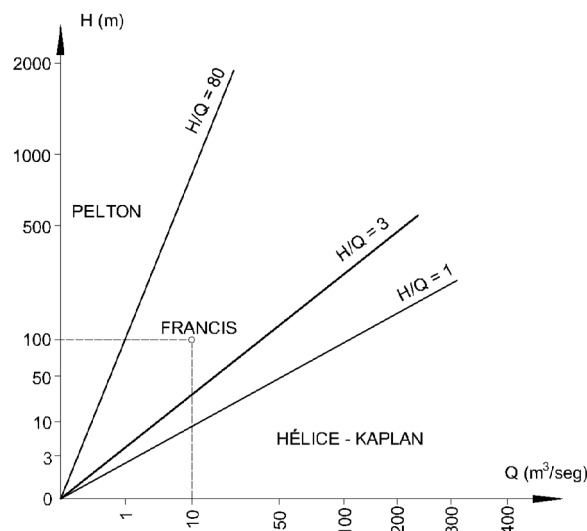


FIGURA 74 | Grafico para preselección de turbinas

No que quedan dudas que la turbina más apta es la Pelton.

$$n_{sincr.} = \frac{60f}{P}$$

En la que **f** es la frecuencia y **P** el número de pares de polos. Con este valor den y los valores, datos del gasto disponible y la potencia, calculamos el número específico.

$$n_s = \frac{nN^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{5}{4}}}$$

Valor que nos permite en la *Figura (25)* seleccionar con más exactitud la máquina más conveniente a los requerimientos del proyecto.

Recordemos que razones constructivas, implican además las condiciones:

- a) $80 > \frac{H}{Q} > 1$ para turbinas radiales del flujo mixto, **Francis**.
- a) $3 > \frac{H}{Q} > 0.02$ para turbinas axiales tipos **Hélice** o **Kaplan**.

Nota: el tema “Curvas características de turbinas” no se desarrolla en el presente texto, puesto que es un tema amplio y específico de la competencia de la Ingeniería Mecánica y escapa al objetivo del texto, (dedicado a Ingenieros civiles, expresamente en la parte dedicada a Turbinas).

CAPÍTULO 10:

BOMBAS CENTRÍFUGAS

10.1 Generalidades

Toda máquina es un transformador de energía y el caso de una bomba es aquella que trasforma energía mecánica en energía hidráulica.

Nos ocuparemos del campo de las bombas centrífugas, que son de gran aplicación en las instalaciones de la Ingeniería Sanitaria. En general, el objetivo de una bomba hidráulica es el de elevar un caudal Q a un nivel superior salvando una altura o desnivel entre aguas abajo y aguas arriba HT. El concepto se analiza en detalle en el numeral siguiente.

El propósito del presente texto es el de clasificar y ayudar a la selección de bombas según los requerimientos de cada proyecto, sin pretender ahondar en la problemática de su diseño, que es de la competencia de los Ingeniería Mecánica.

En realidad, cuando se habla del tipo de bomba se habla de las características del rotor de la misma, las que varían en función de las necesidades de proyecto dadas por el par de variables: caudal, altura de elevación.

Con el objeto de comprender el funcionamiento de una bomba, se presenta la *figura 75* en la que se aprecia el rotor de una, que consiste en una sucesión de álabes insertados en el cuerpo del mismo y diseñados hidrodinámicamente de manera tal que impulsen, con el mejor rendimiento posible, el agua succionada por la depresión generada, por el giro de ese rotor.

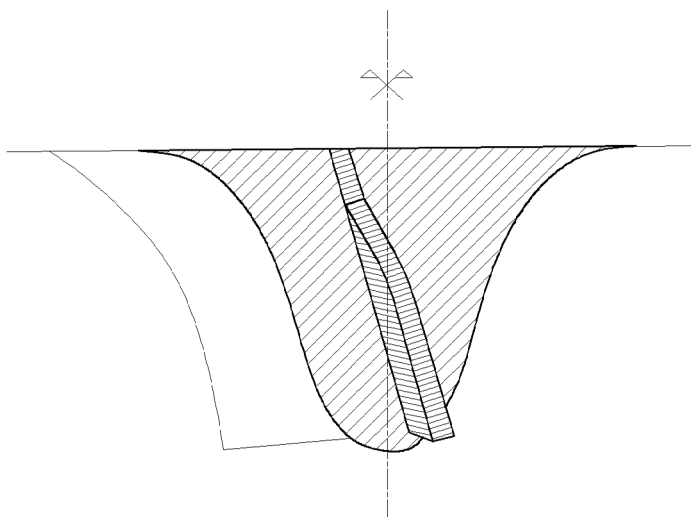


FIGURA 75 | Esquema de rotor genérico

En la mencionada *Figura 75* puede apreciarse al rotor y solo dos de sus álabes, uno perpendicular al dibujo y el otro contenido en el plano de la misma. A los efectos didácticos se han omitido el resto de los álabes.

Las máquinas hidráulicas en general y las bombas rotodinámicas en particular, se estudian en base a dos planos de representación: el plano meridiano, que contiene al eje de rotación y el plano o corte paralelo (o transversal), perpendicular a ese eje.

En la *Figura 76-2* se aprecian los cortes meridiano **AA** y paralelo **BB** de una bomba radial, así denominada por que el caudal egresa del rotor en forma radial al eje, y seleccionada por que a los efectos didácticos es sumamente ilustrativa.

En el corte meridiano se puede apreciar que la bomba comienza en la “**brida de aspiración**” y termina en la “**brida de impulsión**”. La estructura envolvente del rotor es la carcasa de la bomba. Se esquematiza el conjunto que conforma la Bomba en forma completa y se pueden observar sus elementos constitutivos que son: el rotor con los cortes de los álabes, la cámara espiral, el tubo de aspiración y la válvula de guardia o de aislación (necesaria para acceder a la bomba o retirarla del servicio) y las bridas de aspiración (comienzo de la bomba) y de impulsión (final de la bomba). También puede ser apreciada parte de la tubería de aspiración.

En el corte paralelo, puede observarse la forma de la cámara espiral o “**voluta**” de la bomba, la que se diseña en base al concepto de mantener la constancia de la velocidad media **U** mientras ingresa el caudal perimetralmente.

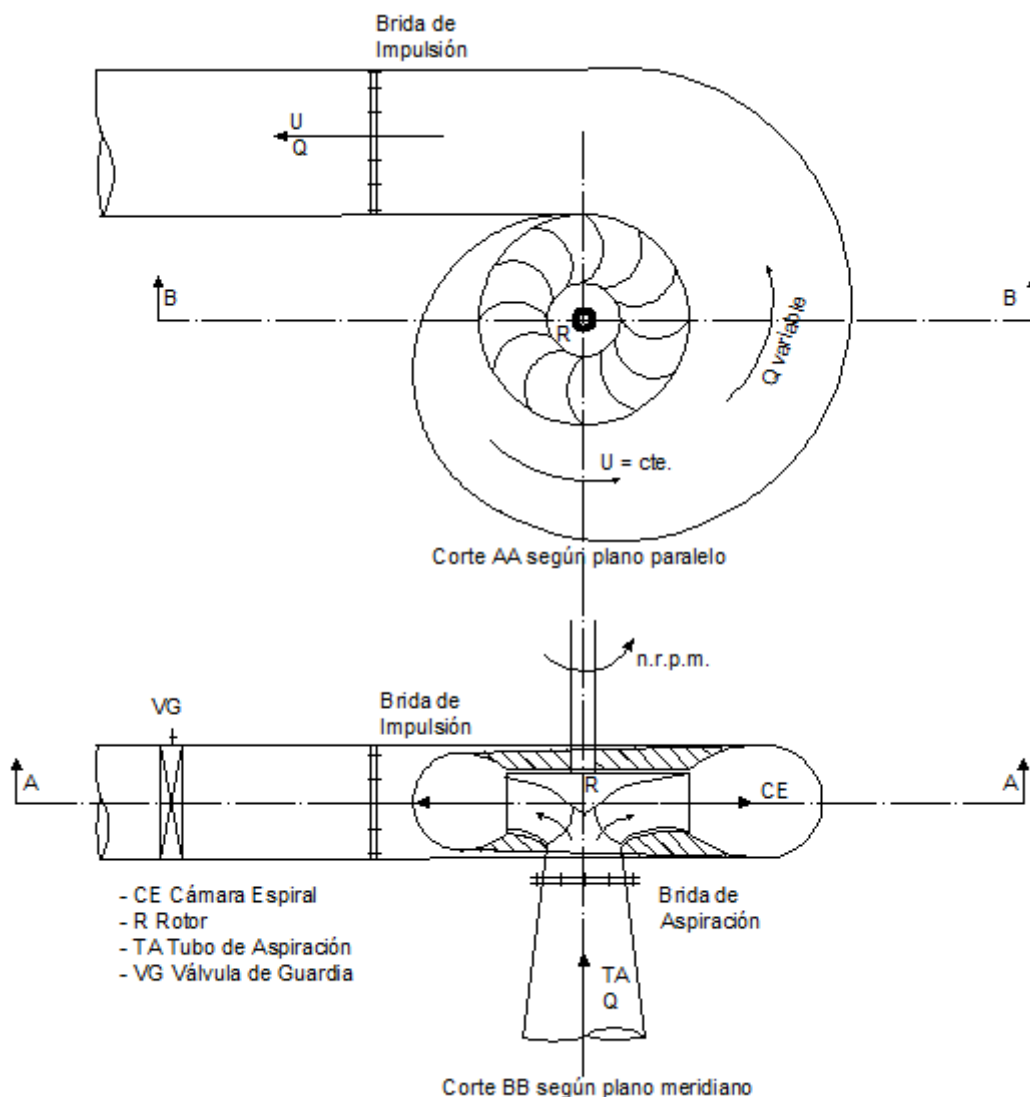


FIGURA 76 | Cortes esquemáticos con planos meridiano y paralelo de una bomba centrífuga

10.2 Concepto de Altura Manométrica de la bomba

En la *Figura 77* se esquematiza una instalación de bombeo, que consta de dos reservorios R_1 y R_2 , siendo el nivel en este último superior al primero en una altura topográfica que llamamos H_T .

Ambos reservorios están conectados por una conducción de diámetro D , en la que se intercala una bomba, cuya misión es la de elevar un caudal Q_a , salvando el desnivel H_T .

En la *Figura 77* se esquematiza una instalación de bombeo, que consta de dos reservorios R_1 y R_2 , siendo el nivel en este último superior al primero en una altura topográfica que llamamos H_T .

Ambos reservorios están conectados por una conducción de diámetro D , en la que se intercala una bomba, cuya misión es la de elevar un caudal Q_a , salvando el desnivel H_T .

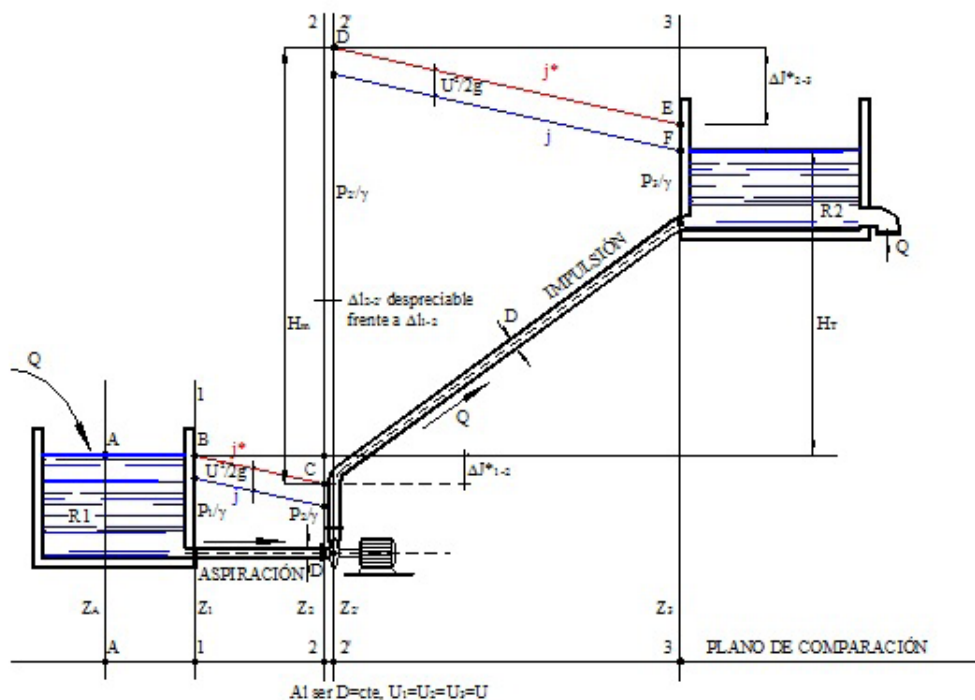


FIGURA 77 | Líneas de energía y piezométrica en una instalación de bombeo

Nota: a los fines didácticos, se considera el ingreso en la cañería de impulsión en el reservorio R_2 por debajo del nivel de agua. En la práctica esto tiene lugar unos 10 a 15 cm. sobre el nivel del reservorio R_2 .

El tramo de conducción hasta la bomba se denomina **“aspiración”** y el que parte de la bomba hasta la cisterna, es la **“impulsión propiamente dicha”**.

Analizaremos, a continuación, y en forma cualitativa, la hidrodinámica de la instalación. Es decir, trazaremos las líneas de energía y piezométrica, lo que nos va a permitir definir con precisión el concepto de **“altura manométrica”**, de gran interés en la selección de la bomba más adecuada a los requerimientos del proyecto. Se comienza por calcular las pérdidas de energía en la aspiración (*Tramo 1-2*) que será ΔJ_{1-2} . Se descuenta luego este valor del nivel energético del líquido en la *sección 2-2* (un infinitésimo antes de la brida de aspiración), obteniéndose así el punto **C**, que representa la energía de la unidad de peso del líquido a la entrada de la bomba. Uniendo **C** con **B** se obtiene la línea de energía de pendiente j^* .

Conocido el caudal Q , conociendo la sección de la cañería, es inmediato el cálculo de U , con lo que se determina el término de energía cinética $U^2/2g$ y se está en condiciones de trazar la línea piezométrica, de "pendiente" $j = j^*$ por ser el escurrimiento uniforme.

Se procede ahora a calcular la impulsión, considerando que ésta se desarrolla desde la **brida de impulsión** (sección 2'-2') hasta la embocadura en el reservorio R_2 .

La longitud $\Delta l_{2-2'}$ resulta despreciable frente a la longitud total Δl_{1-3} de toda la conducción, por lo que, en términos prácticos, las secciones 2-2 y 2'-2' son coincidentes.

Para determinar el nivel energético que debe tener el líquido en la brida de impulsión (es decir, a la salida de la bomba), se hará el análisis partiendo del único punto conocido de la línea piezométrica, que es el F .

En caso que el diámetro y el material de la impulsión sean los mismos de la aspiración, la "pendiente" de la línea piezométrica y de la línea de energía seguirá siendo $j = j^*$.

Trazando una paralela por F a la piezométrica de la aspiración y limitándola en la sección 2'-2', se obtiene la piezométrica de la impulsión. Trazando una paralela a la distancia $U^2/2g$ se obtiene la línea de energía, la que define, en la sección 2'-2', el **punto D**, representativo del nivel energético necesario a la salida de la bomba para que el caudal, venciendo la resistencia del conducto (que origina una "pérdida de energía" ΔJ_{2-3}) y con una **velocidad U**, llegue al nivel del reservorio R_2 .

La energía por unidad de peso que escurre y que la bomba debe entregar al líquido, está dada por la H_m , que se denominará "**altura manométrica**". Del análisis de la *Figura (77)* surge que:

$$H_m = H_T + \Delta J_{1-2} + \Delta J_{2-3} + \frac{U^2}{2g} \quad (103)$$

Es decir que:

$$H_m = H_T + \sum \Delta J \quad (104)$$

En la sumatoria de la (104), se engloban todas las pérdidas de energía de la instalación. Para pasar a la expresión de la potencia que se necesita entregar a la vena líquida para elevar el caudal Q a la altura H_T , venciendo las resistencias de la conducción, se multiplica a la Altura manométrica por γQ

$$N = \gamma \cdot Q \cdot H_m \quad (105)$$

La potencia a suministrar en el eje será entonces:

$$N_e = \frac{N}{\eta} \quad (106)$$

Donde η es el rendimiento de la bomba (siempre menor que la unidad). Reemplazando la ecuación (105) en la (106) se tiene:

$$N_e = \frac{\gamma Q H_m}{\eta} \quad (107)$$

Las unidades de la (107) en el sistema técnico resultan:

$$[N_e] = \frac{k_g}{m^3} \frac{m^3}{s} m = \frac{k_g m}{s} \quad (108)$$

Para expresarla en **HP** debe dividirse por 75 y para expresarla en **kW** por 102, por lo que finalmente tendremos:

$$N_e = \frac{\gamma Q H_m}{75\eta} (\text{HP}) \quad (109)$$

$$N_e = \frac{\gamma Q H_m}{102\eta} (\text{kW}) \quad (110)$$

Las ecuaciones anteriores (109) y (110) constituyen expresiones fundamentales para la selección de bombas.

Aclaremos, a continuación, el porqué de la denominación de altura manométrica al concepto dado por la (104).

Planteando la **expresión de Bernoulli** entre brida de aspiración y brida de impulsión de la bomba, tendremos:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} + H_m = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}$$

Despejando H_m :

$$H_m = (z_2 - z_1) + \frac{(p_2 - p_1)}{\gamma} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} \quad (111)$$

Pero en la (111) se aprecia que las diferencias entre z_2 y z_1 son unos pocos centímetros frente a los muchos metros que implican las alturas de presiones. Por otra parte, U_2 resulta igual a U_1 , al ser el diámetro de la aspiración igual al de la impulsión, por lo que:

$$\left. \begin{array}{l} z_2 - z_1 \cong 0 \\ \frac{U_2^2 - U_1^2}{2g} = 0 \end{array} \right\} \quad (112)$$

Entonces, la (111) se reduce a:

$$H_m = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} \quad (113)$$

Por lo que la altura manométrica puede ser medida conectando un manómetro diferencial entre brida de aspiración y brida de impulsión. Éste concepto es el que motiva su denominación de **“Altura Manométrica”**.

10.3 La ecuación de EÜLER

La **ecuación de Euler** es de gran importancia para el diseño, y para lo que más nos interesa en el presente capítulo, la clasificación y selección de rotores de bombas.

En las **bombas rotodinámicas**, en el plano meridional se aprecian las aristas de entrada y salida de los álabes, los que en el caso de las bombas le confieren energía al líquido y que son paralelas al eje de la bomba. En éste plano también se aprecian los anchos b_1 y b_2 de entrada y salida de los álabes.

En el corte paralelo o transversal se aprecia el álabe en su verdadera forma. Los diámetros de entrada y salida de los álabes D_1 y D_2 se acotan en este plano.

En la *Figura 78* se aprecian ambos cortes, los que representan el rotor de una bomba centrífuga.

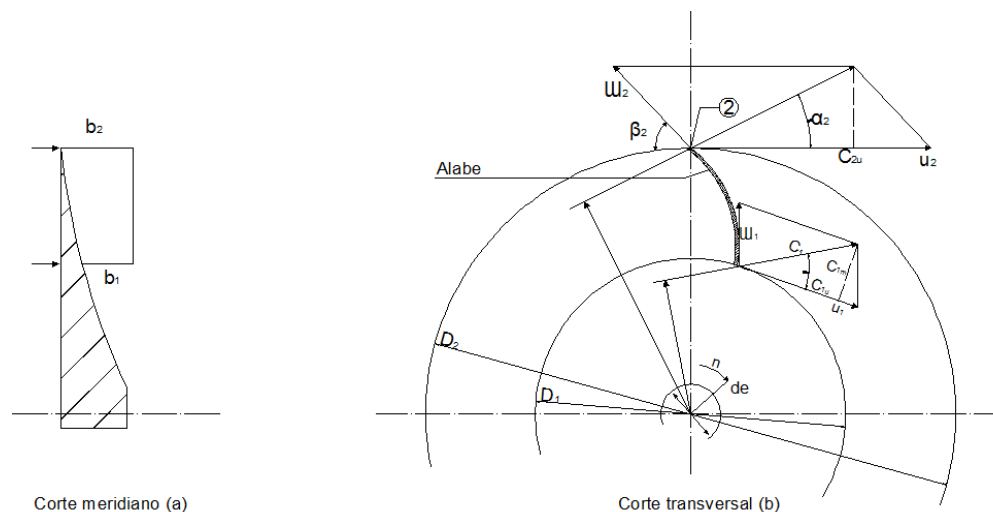


FIGURA 78 | Cortes meridiano y paralelo de una bomba radial

El giro de la máquina impulsado por un motor acoplado al eje genera succión y atrae al líquido al rotor. La velocidad de giro (n) genera una velocidad tangencial al álabe dada por:

$$u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60}$$

En esta ecuación, u_1 y D son expresadas en unidades del **SI**, mientras que n en revoluciones por minuto. En realidad es la velocidad **“de arrastre”** de la ecuación de la Mecánica Racional, que vincula las velocidades absoluta, de arrastre y relativa para las secciones de entrada y de salida del álabe y según las ecuaciones que siguen:

$$\overline{C}_2 = \overline{u}_2 + \overline{\omega}_2 \quad \therefore \quad \overline{\omega}_2 = \overline{C}_2 - \overline{u}_2 \quad (114)$$

$$\overline{C}_1 = \overline{u}_1 + \overline{\omega}_1 \quad \therefore \quad \overline{\omega}_1 = \overline{C}_1 - \overline{u}_1 \quad (115)$$

Al ser el régimen permanente, una línea de corriente, que equivale a un filamento de corriente, es decir al transporte de un caudal infinitesimal dQ recibe una acción por parte de los álabes dada por:

$$d\overline{F} = \rho dQ (\overline{C}_2 - \overline{C}_1) \quad (116)$$

Nota: en la (125) se desprecian los términos de presión.

Tomando momentos con respecto al eje de la bomba, se tiene:

$$dM = \rho dQ (C_2 l_2 - C_1 l_1) \quad (117)$$

Nótese que la ecuación de la fuerza es vectorial, mientras que la de momento no. Las distancias l_1 y l_2 valen:

$$l_1 = r_1 \cos \alpha_1 ; \quad l_2 = r_2 \cos \alpha_2$$

Consecuentemente, teniendo en cuenta las primeras ecuaciones y planteando la integración se tiene:

$$M = \rho Q \int (C_2 l_2 - C_1 l_1) = \rho Q \int (C_2 r_2 \cos \alpha_2 - C_1 r_1 \cos \alpha_1)$$

Pero como:

$$C_{u2} = C_2 \cos \alpha_2 ; \quad C_{u1} = C_1 \cos \alpha_1 \quad (118)$$

Resulta:

$$M = \rho Q \int (r_2 C_{u2} - r_1 C_{u1}) \quad (119)$$

Para obtener la potencia, se multiplica el momento M por la velocidad angular ω , por lo que:

$$N = M\omega = \rho Q \omega \int (r_2 C_{u2} - r_1 C_{u1}) \quad (120)$$

La expresión (120) resulta integrable si se acepta la constancia en cada plano del producto $r \cdot C_u$ (ley del torbellino potencial). Como además se tiene que la potencia, el peso específico y las velocidades de arrastre cumplen con las ecuaciones siguientes:

$$N = \frac{\gamma Q H_m}{\eta}; \gamma = \rho g; u_1 = r_1 \omega_1; u_2 = r_2 \omega_2$$

Se tiene que:

$$N = \frac{\gamma Q H_m}{\eta}; M\omega = \rho Q \omega (r_2 C_{u2} - r_1 C_{u1})$$

$$\therefore \frac{\gamma Q H_m}{\eta} = \frac{\gamma}{g} Q (u_2 C_{u2} - u_1 C_{u1})$$

Simplificando se obtiene finalmente la **ecuación de Euler** para las **turbobombas**:

$$\therefore \frac{g H_m}{\eta} = (u_2 C_{u2} - u_1 C_{u1}) \tag{121}$$

La expresión (121) relaciona la altura manométrica H_m a proveer por la bomba, con las velocidades de arrastre en las secciones de salida y entrada y las componentes según la misma de las velocidades absolutas en las mismas secciones.

La (121) es una valiosa herramienta para el diseño optimizado del rotor y para la clasificación y selección de los rotores de las bombas centrífugas.

En la *Figura 79*, que representa el corte de los álabes con un cilindro coaxial, se analiza como la presencia de las paletas, altera la constancia teórica del producto del radio por la componente según la dirección de la velocidad de arrastre, de la velocidad absoluta ($r \cdot C_u$).

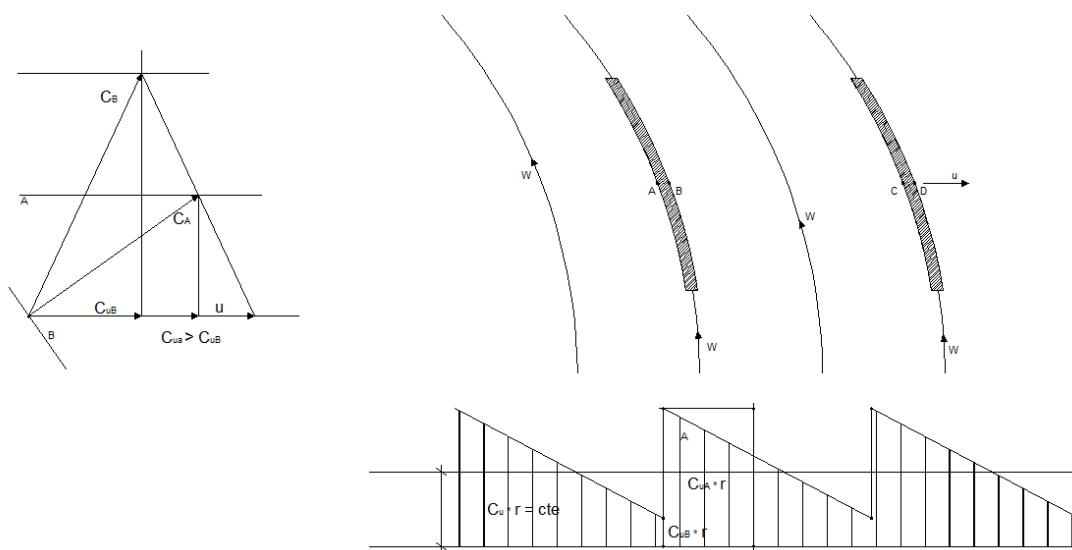


FIGURA 79 | Corte de los álabes con un cilindro coaxial, diagrama rC_u y polígono de velocidades

En efecto, el movimiento debido a la velocidad de arrastre “ u ” generada por el motor acoplado al eje de la bomba, implica que debe existir mayor presión en los puntos **A** y **C** que la correspondiente a los puntos **B** y **D**, consecuentemente las velocidades absolutas en **A** y **C** serán menores que en **B** y **D**.

El polígono de velocidades de la *Figura 79* muestra claramente como las componentes de las velocidades según la velocidad de arrastre son distintas en las caras anteriores que en el dorso de los perfiles de los álabes.

Al ser el radio el mismo para ambos puntos, es evidente que la presencia de los álabes marca una discontinuidad en la función $r \cdot Cu$ que será menor a medida que la distancia entre ellos sea menor y consecuentemente el número de álabes sea mayor.

La constancia en cada plano del producto $r \cdot Cu$ implica que el número de álabes tiende a infinito, por lo que la expresión de Eüler es más aproximada para un número importante de los mismos.

Consecuentemente, en resumen y en teoría, si el número de álabes tiende a infinito, el diagrama $r \cdot Cu$ tiende a ser un rectángulo, es decir a ser constante.

La experiencia prueba que es tecnológicamente aceptable la utilización de la ecuación de Eüler, con no menos de 14 álabes.

Para el caso de bombas con menor número de paletas, el recurso de diseño es la teoría del arrastre y la sustentación, es decir el mismo criterio que el utilizado para el diseño de las alas de avión o palas de helicópteros.

El objetivo central del presente capítulo es la clasificación y selección de los rotores que ofrece el mercado, mientras que el diseño de los mismos, es competencia de la Ingeniería Hidromecánica.

La expresión de Eüler resulta de suma utilidad a los efectos de clasificar y seleccionar los tipos de rotor más adecuados a cada situación de proyecto. La misma será evidente en el desarrollo de los numerales siguientes, los que contemplan la ecuación de Eüler y la teoría de la Semejanza, lo que permitirá cumplir con el objetivo deseado.

10.4 Número específico en función del Caudal

10.4.1 Obtención de la expresión

Despejando la relación de diámetros D_p / D_m de la expresión de la segunda condición de semejanza (121), se tiene:

$$\frac{D_p}{D_m} = \left(\frac{Q_p}{Q_m} \right)^{0,5} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{0,25}$$

Obteniendo su inversa, reemplazándola en la () y operando se tiene:

$$\frac{n_p}{n_m} = \left(\frac{Q_m}{Q_p} \right)^{0,5} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{0,75} \quad (122)$$

Ordenando los términos de prototipo y de modelo de cada lado de la igualdad, se tiene la relación constante:

$$\frac{n_p Q_p^{0,5}}{H_p^{0,75}} = \frac{n_m Q_m^{0,5}}{H_m^{0,75}} = cte. = n_{sq} \quad (123)$$

La (123) puede extenderse en general como:

$$n_{sq} = \frac{n Q^{0,5}}{H^{0,75}} = \frac{n Q^{1/2}}{H^{3/4}} = cte. = n_{sq} \quad (124)$$

Nota: *La expresión con los exponentes en números fraccionarios puede ser encontrada en numerosa bibliografía, sobre todo tradicional.*

A la relación constante dada por la ecuación (124) se la define como el **Número Específico** en función del caudal y es muy usada en la **Clasificación de Bombas** y la **Preselección del rotor** más conveniente para un proyecto dado.

Como es obtenida de las relaciones de semejanza, implica que cuando dos máquinas tienen el mismo número específico, las mismas guardan semejanza hidrodinámica.

10.4.2 El número específico en Función del Caudal y a su vez de las Características Geométricas y Cinemáticas del Rotor

En la *Figura 80* se muestra el rotor de una bomba axial y se esquematizan tan solo dos álabes a los efectos didácticos. Al primero se lo considera en el plano del dibujo, por lo que se aprecia su verdadera proyección y al segundo, se lo considera perpendicular al mismo. Entre ambos están dispuestos otros álabes más, los que son omitidos para posibilitar una mayor claridad en la interpretación.



Batería de bombas - Gentileza del fabricante RHURPUMPEN

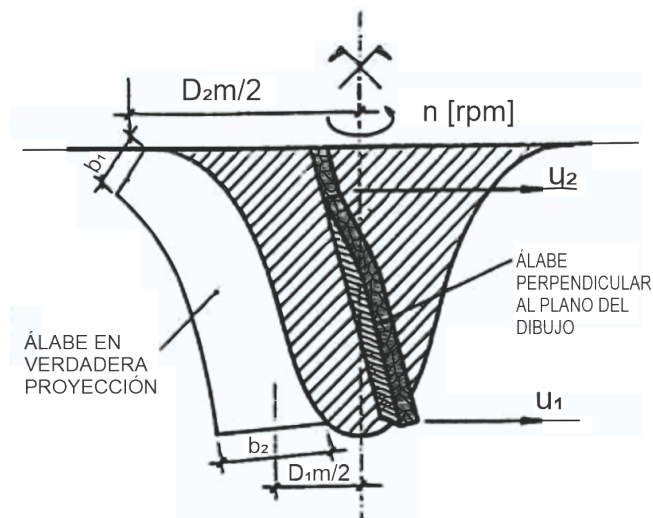


FIGURA 80 | Parámetros de la geometría del rotor

En esa *Figura 80* se acotan los valores de los diámetros medios de entrada y de salida, y los anchos de los álabes en las mismas. Son los valores indicados como D_{1m} ; D_{2m} , b_2 y b_1 , correspondientes los subíndices **1** a “**entrada**” y **2** a “**salida**”.

Los vectores u_1 y u_2 representan a las velocidades tangenciales (correspondientes al número de revoluciones n) al ingreso y la salida.

En el dibujo de la *Figura 81*, que sigue, se representa la traza del álabes perpendicular, obtenida de un corte con un imaginario cilindro coaxial, con el objetivo de poder aplicar en ella los vectores velocidad actuantes.

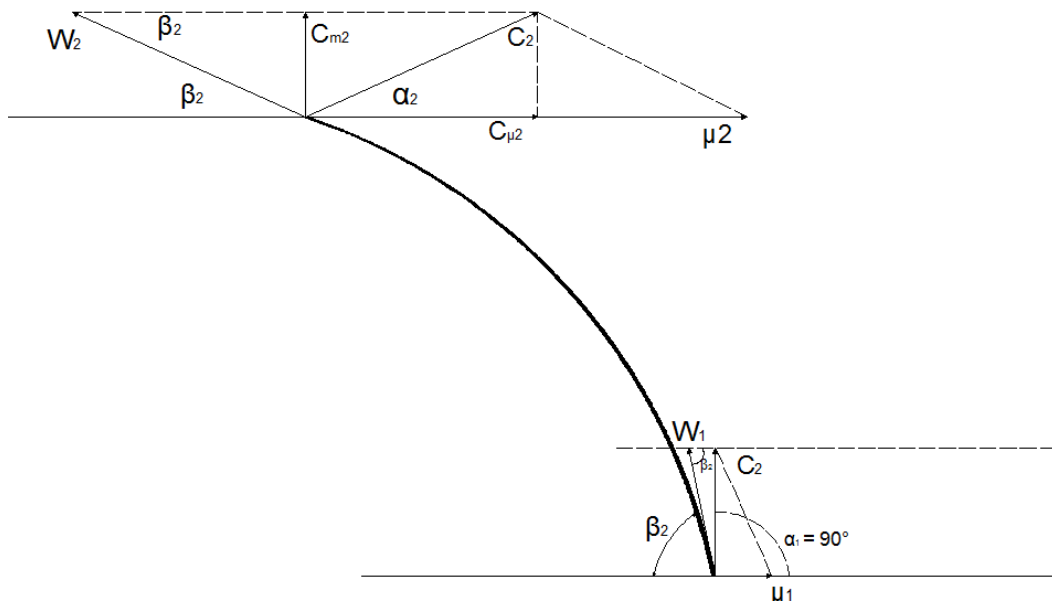


FIGURA 81 | Trazas del álabes y vectores velocidad

Por otra parte la Teoría de la Semejanza nos enseña que dos bombas, de dimensiones disímiles, si tienen el mismo n_{sq} son hidráulicamente semejantes, es decir presentan un funcionamiento hidrodinámico similar.

Este concepto lleva a que las bombas pueden ser clasificadas en función del número específico (en éste caso en función del caudal) en rangos del mismo. Las bombas con n_{sq} dentro de cada rango tendrán en consecuencia un comportamiento hidrodinámico similar.

A los efectos de profundizar el concepto previo resulta conveniente poner el valor de n_{sq} en función de los parámetros geométricos del rotor (diámetros y anchos de ingreso y salida del álabe) y de la cinemática del mismo (configuración de velocidades absolutas, relativas y de arrastre) también en el ingreso y salida.

Para la sección de entrada al rotor se tiene:

$$Q = \pi D_{1m} b_1 C_1 = \pi D_{1m} U_1 \operatorname{tg} \beta_1 \quad (125)$$

Como:

$$U_1 = \frac{\pi D_{1m} n}{60}$$

Reemplazando en la (125) se tiene:

$$Q = \frac{\pi^2}{60} D_{1m}^2 b_1 n \operatorname{tg} \beta_1 \quad (126)$$

Por lo que al extraer su raíz cuadrada, la expresión queda:

$$Q^{1/2} = \frac{\pi}{60^{1/2}} D_{1m} b_1^{1/2} n^{1/2} \operatorname{tg}^{1/2} \beta_1 \quad (127)$$

La ecuación de Eüler para ingreso normal, es decir $\alpha = 90^\circ$. Resulta:

$$\frac{gH}{\eta} = u_2 C_{u2} \quad (128)$$

De la Figura 81 se deduce que:

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{C_{m2}}{u_2 - C_{u2}} \quad \therefore C_{m2} = (u_2 - C_{u2}) \operatorname{tg} \beta_2 \quad \therefore u_2 = \frac{C_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2} + C_{u2}$$

Por lo que:

$$C_{u2} = u_2 - \frac{C_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2} \quad (129)$$

Y reemplazando la ecuación (128) en la ecuación de Euler resulta:

$$\frac{gH}{\eta} = u_2 C_{u2} = u_2 \left(u_2 - \frac{C_{m2}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) \quad (130)$$

Por lo que:

$$\frac{gH}{\eta} = u_2^2 \left(1 - \frac{C_{m2}}{u_2 \operatorname{tg} \beta_2} \right) \quad (131)$$

Pero como:

$$C_{m2} = \frac{Q}{\pi D_{2m} b_2}; \quad u_2 = \frac{\pi D_{2m} n}{60} \quad \therefore \quad n = \frac{60 u_2}{\pi D_{2m}}$$

Resulta que:

$$C_{m2} = \frac{\pi^2 D_{1m}^2 b_1 n \operatorname{tg} \beta_1}{60 \pi D_{2m} b_2} = \frac{\pi^2 D_{1m}^2 b_1 60 u_2 \operatorname{tg} \beta_1}{60 D_{2m} b_2 \pi D_{2m}} = \frac{D_{1m}^2 b_1 u_2 \operatorname{tg} \beta_1}{D_{2m}^2 b_2} \quad (132)$$

Pasando u_2 al primer miembro y multiplicando y dividiendo por $\operatorname{tg} \beta_2$ se tiene:

$$\frac{C_{m2}}{u_2 \operatorname{tg} \beta_2} = \frac{D_{1m}^2 b_1 \operatorname{tg} \beta_1}{D_{2m}^2 b_2 \operatorname{tg} \beta_2} \quad (133)$$

Reemplazando la (121) en la expresión de Euler elaborada más arriba, y despejando H , se tiene:

$$H = \frac{\eta}{g} \left(\frac{\pi D_{2m} n}{60} \right)^2 \left(1 - \frac{D_{1m}^2 b_1 \operatorname{tg} \beta_1}{D_{2m}^2 b_2 \operatorname{tg} \beta_2} \right) \quad (134)$$

Reemplazando las dos últimas en el valor del número específico en función del caudal, se tiene:

$$n_{sq} = \frac{n Q}{H} \left(\frac{g}{\eta} \right) \frac{60}{\pi} \frac{\frac{D_{1m}}{D_{2m}} \left(\frac{b_1}{b_2} \right) \operatorname{tg} \beta_1}{\left[1 - \left(\frac{D_{1m}}{D_{2m}} \right) \frac{b_1 \operatorname{tg} \beta_1}{b_2 \operatorname{tg} \beta_2} \right]} \quad (135)$$

La ecuación (135) representa al número específico según el caudal, en función de las características geométricas del rotor y de los triángulos de velocidades, los que presentan ángulos iguales en las máquinas semejantes, independientemente de su tamaño.

La relación entre los anchos de los álabes entre ingreso y salida, es despreciable, sobre todo al estar elevada al cuadrado en la expresión previa.

La conclusión es que el número específico varía casi exclusivamente con la relación de diámetros entre ingreso y salida, es decir depende básicamente de la forma del rotor.

10.5 Clasificación del Tipo de Rotor de la bomba en Función del Número Específico (Clasificación de las Bombas en Función de la Geometría del Rotor).

Previamente se ha demostrado que en función de la geometría del rotor, el número específico en función del caudal, resulta:

$$n_{sq} = f\left(\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2}; \frac{b_1}{b_2}; \frac{D_{1m}}{D_{2m}}\right) \quad (136)$$

La experiencia prueba que dentro de la aproximación tecnológica, las relaciones entre las tangentes de los ángulos y los anchos de los álabes $\left(\frac{\beta_1}{\beta_2}, \frac{b_1}{b_2}\right)$ son despreciables frente a la relación de los diámetros $\left(\frac{D_{1m}}{D_{2m}}\right)$

Por lo tanto, el número específico resulta prácticamente función de la forma del rotor.

Consecuentemente, si la relación de los diámetros da números relativamente altos, el rotor tiende a achatarse y la salida del caudal tiende a su vez, en el límite, a ser radial, es decir perpendicular al eje. En ese caso la bomba se denomina "**radial**".

En el otro extremo, si ambos diámetros son iguales, coinciden en dirección el ingreso, la salida del caudal y obviamente coinciden con el eje, son las bombas denominadas "**axiales**".

Evidentemente, existen configuraciones con componentes radiales y axiales de las velocidades medias debidas al caudal.

La tecnología brinda dos variantes: la que tiene mayor componente radial que axial, y es conocida como bomba "**Francis**" y la que tiene una componente axial superior a la radial y es conocida como bomba "**Helicoidal**".

En la *Figura 82* que sigue, se brinda un gráfico que a la vez que posibilita apreciar las formas del rotor en función del número específico, permite además evaluar fácilmente el rotor más conveniente a las necesidades del proyecto, puesto que con cada forma se brinda el rango de variación de números específicos que le corresponde.

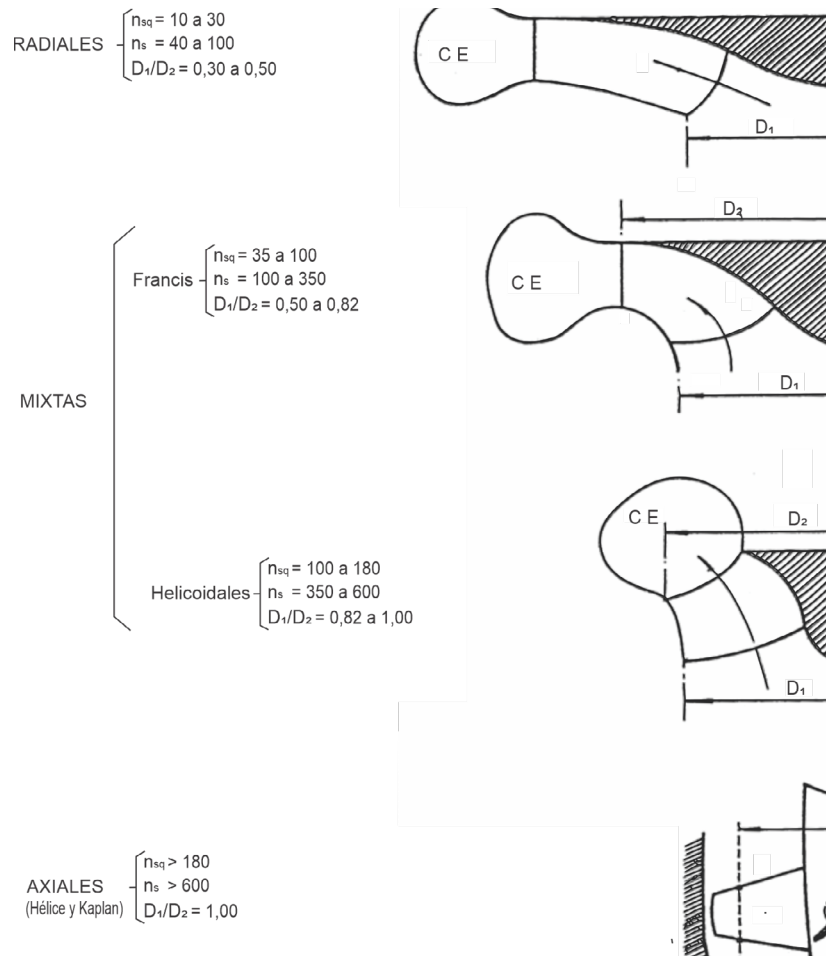


FIGURA 82 | Clasificación de rotores de bombas en función del número específico

En resumen, los conceptos previamente desarrollados llevan a que:

- Las ecuaciones y Figuras previas muestran como la forma del rotor está relacionada con el número específico n_{sq} .
- Dos rotores con dimensiones disímiles pero con idéntico n_{sq} tienen un comportamiento hidrodinámico semejante.
- Por lo tanto rangos de n_{sq} permiten clasificar a los rotores como se aprecia en la *Figura (82)* la que resulta útil como gráfico de preselección (o de selección gruesa) del rotor más adecuado.



Batería de bombas - Gentileza del fabricante RHURPUMPEN

10.6 Preselección del Rotor más adecuado a las necesidades del proyecto

Según la aplicación de la **Teoría de la Semejanza**, desarrollado en el numeral previo, surge que el número específico en función del caudal está dado por la ecuación que se repite a continuación.

$$n_{sq} = \frac{n \cdot Q^{1/2}}{H_m^{3/4}} \quad (137)$$

En la que:

- n_{sq} es el Número específico en función del caudal
- n es el número de revoluciones
- Q es el caudal de diseño
- H_m es la altura manométrica de la bomba

Es de destacar que el par de valores $Q - H_m$ de la (137) es dato en cada proyecto, mientras que n es un valor que depende del fabricante, fácilmente obtenible de la oferta de los mismos.

Por lo tanto la determinación del número específico en función del caudal n_{sq} es calculable por parte del proyectista que selecciona la bomba.

El cálculo previo de n_{sq} posibilita convertir el gráfico en un auxiliar valioso de preselección, de la forma del rotor más conveniente al requerimiento $H - Q$ buscado.

Efectivamente, siendo los valores de H_m y Q , parámetros fundamentales del diseño y siendo n , una característica de la oferta de bombas, conocida o fácilmente obtenible de los catálogos, o de la consulta con los fabricantes, el número específico resulta fácilmente calculable y con el gráfico previo es posible determinar la forma del rotor más conveniente a las necesidades del proyecto.

Es de destacar que en el ambiente de los proveedores de bombas se ha popularizado el concepto de denominar al número específico en función del caudal, como "**número específico de revoluciones**" o también como "**velocidad específica**". Es común en la jerga de los especialistas la definición de "**Número Específico de Revoluciones**" como aquel que corresponde a una bomba hipotética que elevaría un caudal unitario a una altura unitaria.

Ciertamente, una bomba que funcionara en esa forma (elevando valores unitarios de caudal a una altura unitaria, no es real. En esencia, el n_{sq} es una relación entre las variables H_m , Q , y n .

La definición utilizada por la práctica usual, lleva a la incongruencia de que a las bombas con bajos números específicos, se les denomina "**lentas**" (específicamente lentas) por esa razón y a las de alto número específico se les denomina "**rápidas**", siendo que en las primeras operan a un número de vueltas muy superior al de las segundas.

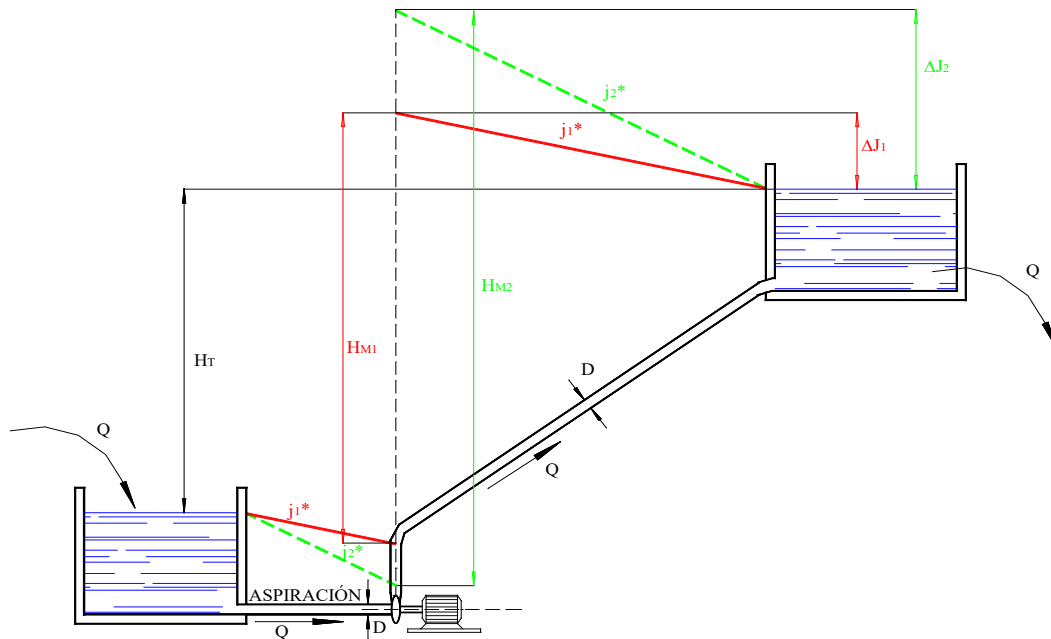
10.7 Selección "fina" de bombas

10.7.1 El diámetro más económico de una instalación de impulsión

En teoría, existen infinitas soluciones al problema de elevar un caudal Q a la altura H_T .

En efecto, consideremos la instalación de la *Figura 83* y pensemos en resolver el problema con un diámetro D_1 relativamente grande. Ello implica un valor de pérdida de energía unitaria relativamente pequeña según deducimos de la expresión de **Darcy-Weisbach**:

$$j_1^* = \frac{f \cdot U}{D_1 \cdot 2g} \quad (138)$$

FIGURA 83 | Variación de la H_m con el diámetro D

En cambio, de optar por un diámetro relativamente chico, el valor de j_2^* será sensiblemente mayor que dado por la (138), puesto que crece con el cuadrado de la velocidad. En consecuencia, en el segundo caso, la altura manométrica resulta mayor que en el primero.

Obviamente, un mayor diámetro implica una mayor inversión inicial en la adquisición de los caños, su transporte al lugar de emplazamiento y sus costos de instalación, a la vez que implica menores costos de operación, puesto que se consume menos energía eléctrica al bombear el mismo caudal a una altura manométrica menor.

El cálculo hidráulico brinda, en teoría, infinitas soluciones al problema y, en la práctica, numerosas opciones dadas por un gran número de posibilidades de diámetros y bombas ofertadas por la industria.

El problema se resuelve introduciendo variables económicas que posibiliten una solución a la indeterminación planteada, a la vez que impliquen el diseño más económico de la instalación.

Se considera importante brindar en el presente capítulo en forma descriptiva los conceptos básicos, que permiten al proyectista la determinación del diámetro, originalmente indeterminado.

Nota: no se desarrollarán aquí las ecuaciones para el cálculo, dado que el tema se trata en los capítulos 20 y 21, relativos a El Concepto de Valor Presente Neto y El Criterio de las Prestaciones Equivalentes de las Tuberías de Distintos Materiales que Ofrece el Mercado, en el libro de mi autoría "Hidráulica General y Aplicada a la Ingeniería Sanitaria", al que remito al interesado en profundizar el tema.

La inversión inicial implica un capital por m de caño de instalación, el que, con un interés anual "i", en el plazo de amortización de la obra, que estimamos en n años, se transforma en una compleja función del diámetro, creciente en forma aproximada con el cuadrado del mismo y que denominaremos Costo Unitario Anualizado de Caños, C_{uac} :

$$C_{uac} = f(D^2)$$

(139)

En cambio, los costos de energía, por metro de caño instalado y por año, dan una función variable aproximadamente con la inversa del diámetro a la quinta potencia; lo denominamos **Costo Unitario Anual de Energía**.

$$C_{uac} = f(1/D^5) \quad (140)$$

La función suma de ambas será:

$$C_{uc} = C_{uac} + C_{uae} \quad (141)$$

El valor mínimo de la (141) nos da el diámetro más económico, el que, además de satisfacer las exigencias hidráulicas, cumplimenta con el objetivo de dar lugar a la solución más económica, considerando el plazo de amortización de la obra.

En la *Figura 84*, se brindan gráficamente las ecuaciones (139) a (141) y se observa el valor del diámetro mínimo o más económico. Este gráfico es tratado en la bibliografía especializada con la denominación de “**Diagrama de Camerer**”.

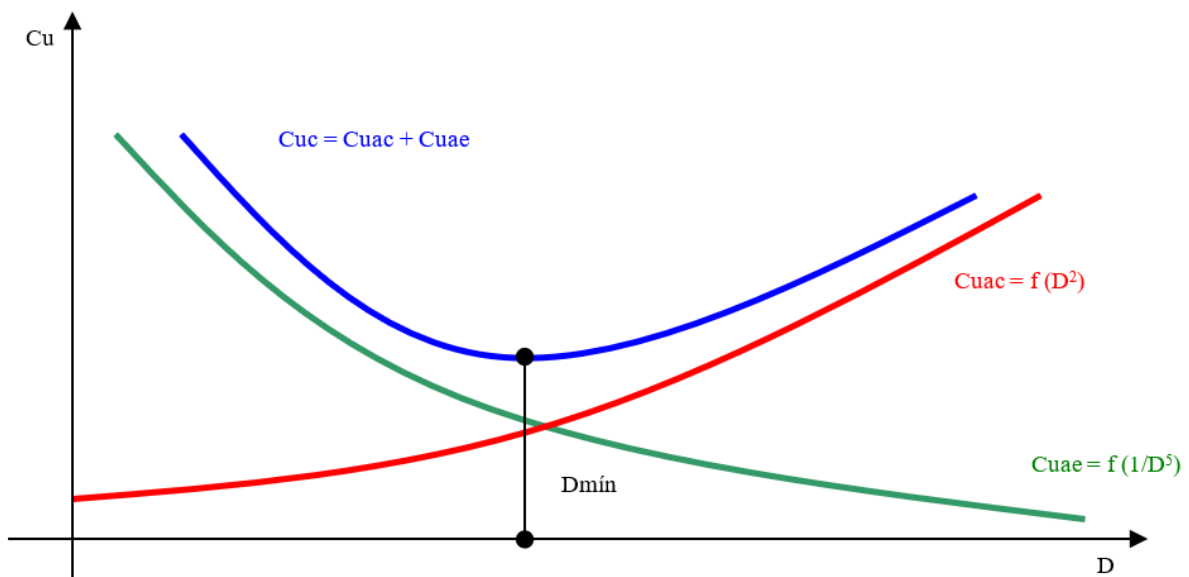


FIGURA 84 | Diagrama de Camerer

10.7.2 Curvas características de las Bombas Centrífugas

En la *Figura 81*, que representa el corte de un álabe con un cilindro coaxial, pueden apreciarse, los vectores velocidad de ingreso (en éste caso a 90°) y de salida. La expresión de Euler resulta:

$$\frac{g \cdot H_m}{\eta} = u_2 \cdot C_{u2} \quad (142)$$



Para el caso hipotético que $\eta = 1$, la (142) queda:

$$g \cdot H_m = u_2 + \cdot Cu_2$$

Pero de la *Figura 81* se deduce que:

$$Cu_2 = u_2 - Cm_2 \cdot \text{Cotg } \beta_2$$

De donde:

$$H_m = \frac{g \cdot u_2^2}{g} - Cm_2 \cdot \frac{u_2}{g} \cdot \text{Cotg } \beta_2$$

Pero:

$$u_2 = \frac{\pi \cdot n}{60} \cdot D_2$$

Y:

$$Cm_2 = \frac{Q}{\Omega_2}$$

Reemplazando:

$$H_m = \left(\frac{\pi \cdot D_2 \cdot n}{60} \right)^2 \frac{1}{g} - \frac{\pi \cdot D_2 \cdot n \cdot Q}{60 \cdot g \cdot \Omega_2} \cdot \text{Cotg } \beta_2$$

(143)

Agrupando las constantes, tendremos:

$$B = \frac{\pi \cdot D_2}{60 \cdot g \cdot \Omega_2} \cdot \text{Cotg } \beta_2$$

Y:

$$A = \left(\frac{\pi \cdot D_2}{60} \right)^2 \frac{1}{g}$$

Y la (143) queda:

$$H_m = A \cdot n_2 - B \cdot n \cdot Q$$

La *Figura 85* constituye, en el plano $H - Q$ y para cada valor de n , la ecuación de una familia de rectas de pendiente negativa.

En la *Figura 85*, representamos en el sistema $H - Q$ las rectas para n variable y que constituyen las características teóricas $H - Q$ de la bomba en estudio.

Ahora bien, consideremos que las pérdidas por fricción viscosa constituyen una función ΔJ cuadrática en Q , es decir:

$$\Delta J = \Delta J (Q^2)$$

(144)

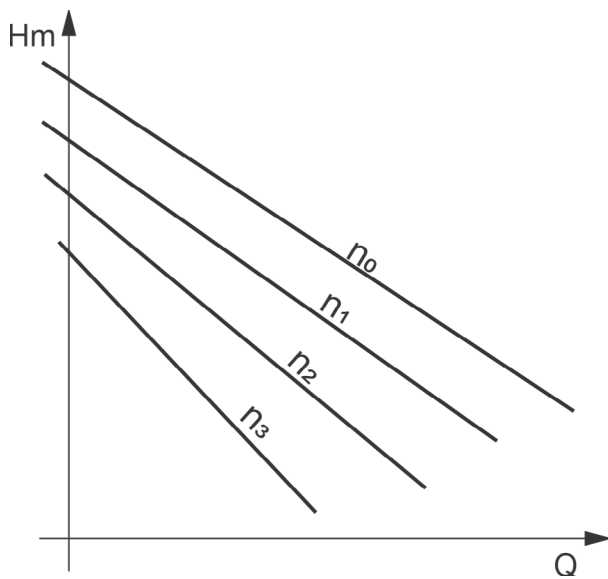


FIGURA 85 | Características teóricas de una bomba girando a diferentes "n"

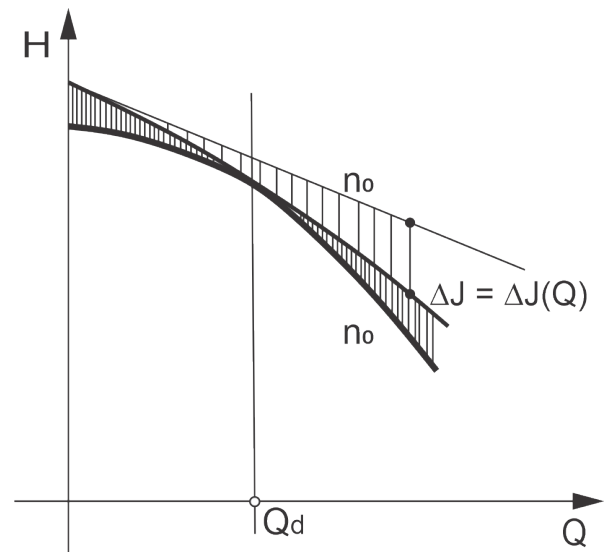


FIGURA 86 | Curva de característica real de la bomba

Lo que implica que las características teóricas deben ser corregidas por esta propiedad del escurrimiento de los líquidos reales.

De cada recta deben restarse las ordenadas de la (158) correspondientes a cada Q , tal como puede apreciarse en la *Figura 86*.

Por otra parte, la tangencia entre el contorno y la línea de corriente relativa, solo se da para el gasto nominal o de diseño Q_d , apareciendo, para valores mayores o menores del mismo, componentes adicionales (que provocan recirculaciones y turbulencias) que implican pérdidas adicionales por choques o turbulencias.

Estas pérdidas son nulas en correspondencia al valor del gasto de diseño y aumentan con una ley aproximadamente cuadrática a medida que el caudal se aparta de Q_d , como la indicada en la *Figura 86*, dando como resultado final la característica real $H - Q$, o simplemente características $H - Q$ de la bomba.

En la práctica, los fabricantes determinan las características $H - Q$ mediante ensayos para distintos valores de n , obteniendo las curvas de la *Figura 61*.

El fabricante brinda al usuario, por lo general, cuatro curvas características de las bombas que oferta.

Se denominan así las funciones **H**, **η** y **N** en función del caudal **Q**, a las que se les agrega una cuarta denominada “**Altura Neta Positiva de Aspiración**”, más conocida por su sigla **ANPA** (NPSH en inglés), que también es función de **Q** y que estudiaremos más adelante en profundidad.

En general, las formas de estas cuatro curvas son similares a las de la *Figura 87*.

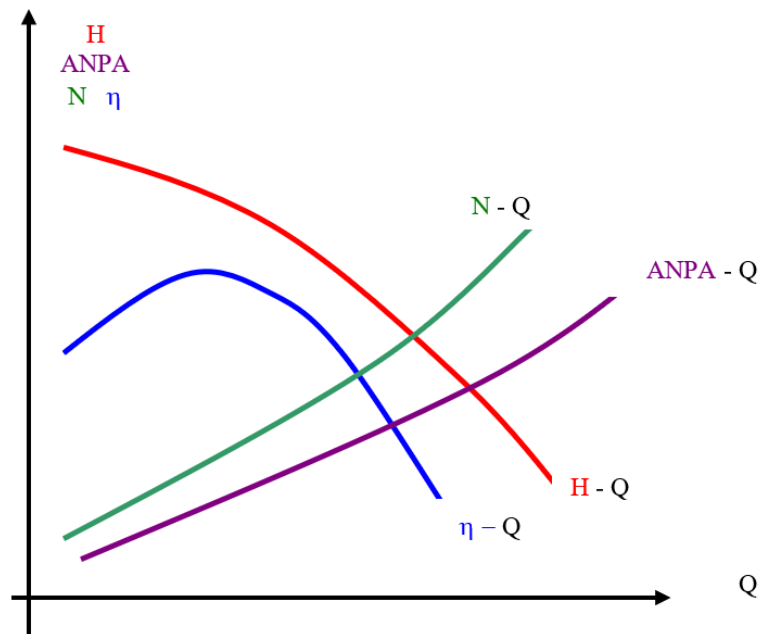


FIGURA 87 | Curvas características de la bomba

10.7.2.1 Características $H-Q$; $\eta-Q$ y $N-Q$

La característica principal es la **curva $H-Q$** que brinda la altura manométrica de la bomba para cada caudal (abscisa), y para el número de revoluciones nominal.

La **curva $\eta-Q$** brinda el rendimiento en función del caudal y, obviamente, el caudal de diseño de la instalación debe verificar buen rendimiento de la bomba.

La **curva $N-Q$** da los valores de la potencia absorbida para cualquier caudal elevado a la correspondiente altura manométrica.

El concepto de **ANPA** y su curva característica merecen un tratamiento especial, el que se desarrolla a continuación.

10.7.3 Concepto de ANPA y curva ANPA - Q

En la *Figura 88* se esquematiza un corte de una bomba centrífuga según un plano que contiene al eje.

La velocidad media en el tubo de aspiración es **U** y la energía cedida a la bomba, por el motor, hace que el líquido sea acelerado hasta la velocidad **C_1** en la sección de ingreso a los álabes.

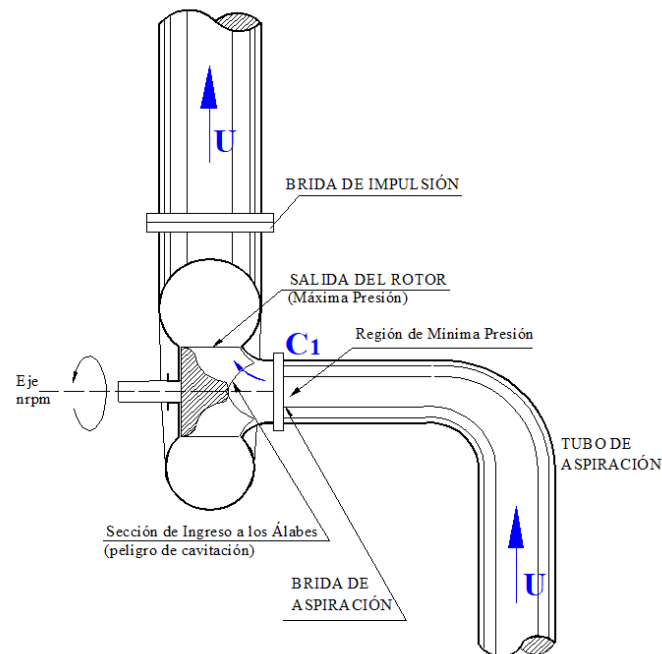


FIGURA 88 | Corte de una bomba

Toda bomba genera una depresión (succión) en la zona de ingreso a los álabes que posibilita la succión del líquido a través de la tubería de aspiración.

Una vez que recibe la energía del exterior, el líquido aumenta su presión justamente en el valor de la altura manométrica. Es decir que en la sección de salida del rotor la presión alcanza los valores máximos.

En resumen, el proceso es el siguiente:

La energía provista por el motor a la bomba implica una aceleración del líquido bombeado hasta C_1 , lo que origina una caída de presión (a valores de presión relativa negativa), responsable del efecto de succión que tiene lugar en el tubo de aspiración. Una vez ingresado el líquido al rotor, recibe la energía externa, que se traduce en un aumento de la presión hasta alcanzar la altura manométrica.

Analicemos lo que ocurre en las inmediaciones del ingreso a los álabes: si la presión es tan baja que posibilita la formación de burbujas de vapor de agua, un instante después, al ingresar al rotor, se encuentran en una zona de alta presión, que provoca la implosión de esas burbujas. Eso es en esencia la cavitación: un proceso de cambio de fase, de líquido a vapor, isotérmico, por reducción de la presión.

Ese proceso de implosión provoca vibraciones desagradables y, si se da sobre los contornos físicos de la instalación, provocan un proceso de erosión que pueden llevar al colapso del material y hasta de las instalaciones anexas, dando la apariencia de una intensa corrosión.

Cuando una bomba “cavita” se produce un ruido característico, a la vez que la bomba no funciona de acuerdo a los requerimientos, pues el líquido pierde las características de tal, pasando a ser una emulsión de burbujas en ese líquido, que es muy compresible. Además, se reduce drásticamente la vida útil del rotor.

El proyectista de las estaciones de bombeo debe tener muy presente el fenómeno de referencia y evitarlo, considerando el criterio que a continuación desarrollaremos.

Para ello debemos definir previamente el concepto de **Altura Neta Positiva de Aspiración**, definición que dice así:

ANPA es la presión mínima que debe garantizarse en la brida de entrada de la bomba para que luego de la caída de presión que se produce en la aspiración no se generen condiciones favorables a la aparición de burbujas de vapor (cavitación). Cabe aclarar que las burbujas aparecerán cuando la presión alcance el valor de la tensión de vapor del líquido bombeado y a la temperatura de trabajo.

Es decir que, si la presión en la brida de entrada baja a valores menores que los de ANPA, irremediablemente tendremos cavitación en el ingreso a los álabes.

En la *Figura 89* se explica con claridad conceptual, la definición previa.

En la misma, se aprecia que al ser la bomba de eje horizontal, resulta muy útil representar las alturas de energía por unidad de peso del líquido que circula (Expresión de Bernoulli) relativas a un eje vertical **O - O**.

Nota: en caso de pretender representar en un gráfico cartesiano, los segmentos representativos de las energías en el tubo de aspiración, al ser éste vertical, no podrían ser puestos en evidencia.

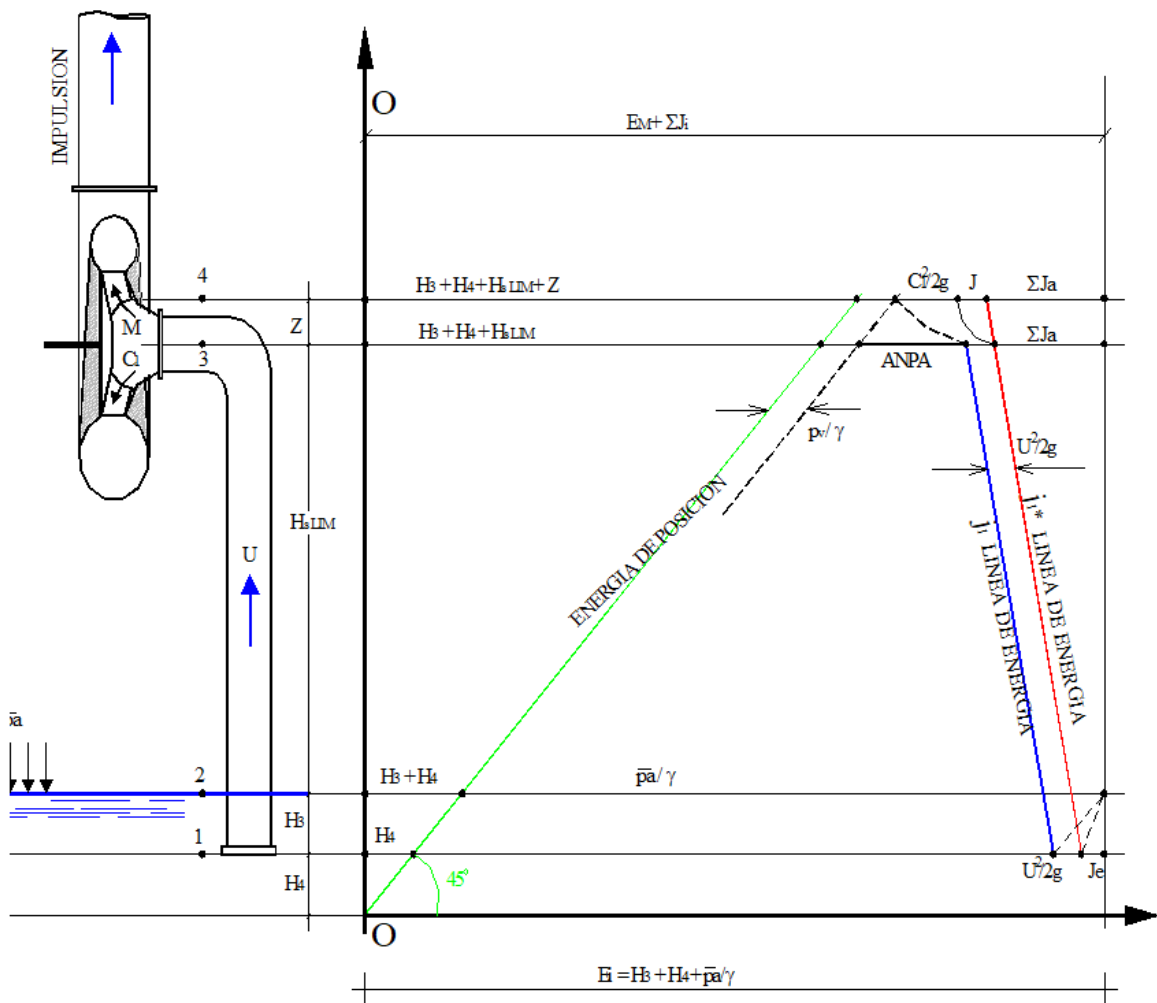


FIGURA 89 | Línea de energía en el tubo de aspiración en una instalación de bombeo

En la *Figura 89*, si planteamos **Bernoulli** entre los **puntos 3 y 4** obtenemos:

$$H_3 + H_4 + H_{\text{slim}} + \frac{\bar{P}_v}{\gamma} + \text{ANPA} + \frac{U_1^2}{2g} + \sum J_a = H_3 + H_4 + H_{\text{slim}} + z + \frac{\bar{P}_v}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + J + \sum J_a$$

Simplificando y despejando ANPA:

$$\text{ANPA} = z + J + \frac{C_1^2 - U_1^2}{2g} \quad (145)$$

Por lo que **ANPA**, fácilmente deducible de la *Figura 87*, es como ya mencionamos, la energía de presión disponible en la brida de aspiración, por encima de la presión de vaporización, necesaria para elevar al líquido en la altura z , al punto más alejado del álabe de ingreso.

La teoría y la experimentación prueban que **ANPA** es una función creciente con los valores del caudal, tal como se ilustra en la *Figura 87*, en la que puede distinguirse la curva **ANPA - Q**, como una de las 4 características que debe brindar el fabricante al usuario.

Los fabricantes proveen información sobre la caída de presión dentro de la bomba y que producen una reducción de 1% en el caudal bombeado, en forma de una curva función del caudal, curva que es creciente. A ello lo denominan **ANPA** requerido, para que pueda ser contrastado contra el **ANPA** disponible en la instalación (la curva ANPA disponible – caudal es una curva decreciente): si en el borde de entrada, **ANPA** requerido es superior a ANPA disponible, se estará en la zona inconveniente de instalación con cavitación y viceversa.

10.8 Concepto de Altura Límite de Aspiración

Se define como “**altura de aspiración**” al valor H_s medido desde la superficie del agua hasta el nivel del eje de la bomba cuando éste es horizontal. En el caso de eje vertical, la “**altura de aspiración H_s** ” se mide desde el nivel del líquido hasta la sección de la brida de aspiración.

Cuanto más alto el tubo de aspiración, mayor es la depresión en la zona de ingreso al rotor. La depresión máxima teórica será el vacío total, es decir **-10,33 m.d.c.a.** (al nivel del mar), por lo que el límite teórico de la altura de aspiración será ese valor. Pero cuando la presión sea igual a la tensión de vapor a la temperatura de operación se producirá la vaporización del líquido y el flujo se interrumpirá indefectiblemente.

Este valor se deduce de la *Figura 89*, planteando Bernoulli entre los **puntos 2 y 3**:

$$H_3 + H_4 + \frac{\bar{P}_a}{\gamma} = H_3 + H_4 + H_{\text{slim}} + \frac{\bar{P}_v}{\gamma} + \text{ANPA} + \frac{U_1^2}{2g} + \sum J_a \quad (146)$$

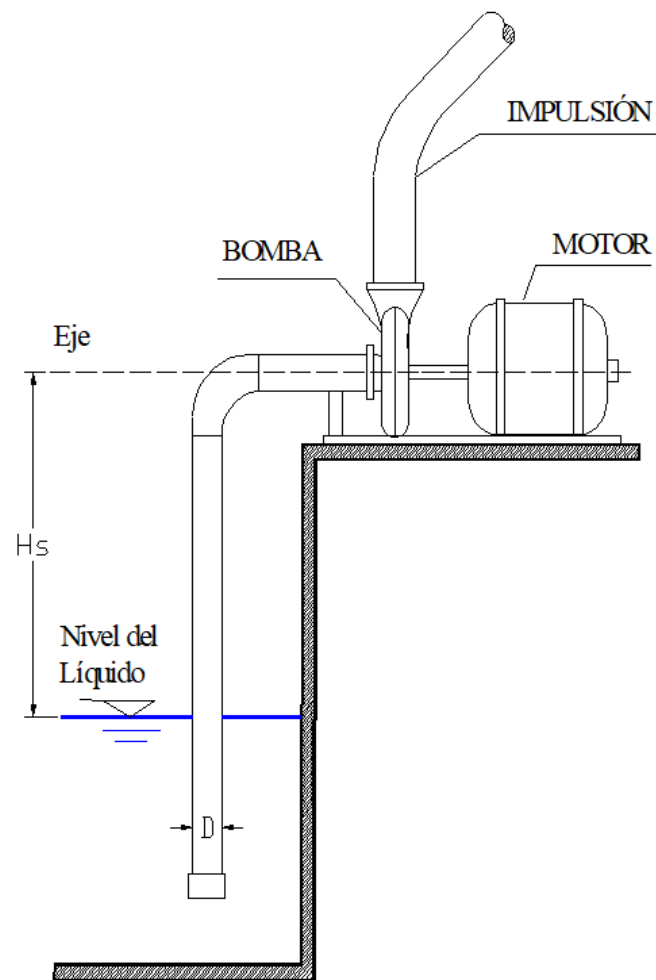


FIGURA 90 | Altura de aspiración

Despejando entonces H_{slim} se obtiene:

$$H_{slim} = \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma} - \left[ANPA + \frac{U^2}{2g} + \Sigma J_a \right] \quad (147)$$

En la (147) tenemos que:

- H_{slim} es la "**altura de aspiración límite**"
- P_a es la presión atmosférica, función de la altura del lugar del emplazamiento.
- P_v es la presión de vaporización, función de la temperatura del agua.
- U_1 es la velocidad media en el tubo de aspiración para el caudal de diseño.
- ΣJ_a es la suma de todas las pérdidas existentes en la tubería de aspiración.

Evidentemente, para que la bomba no cavite, debe cumplirse la condición de que la “**altura de aspiración**” de la bomba instalada sea menor o igual que la “**altura límite**” que surge de la (147), es decir:

$$H_s \leq H_{slim} \quad (148)$$



Batería de bombas - Gentileza del fabricante RHURPUMPEN

CAPÍTULO 11:

PROCEDIMIENTO DE SELECCIÓN

11.1 Curva característica de la instalación y punto de funcionamiento

11.1.1 Curva de instalación

La curva de la instalación está dada por la ecuación siguiente:

$$H_m = H_T + \sum \Delta J \quad (149)$$

En la (149) el término $\sum \Delta J$ incluye a todas las pérdidas de la instalación, sean éstas generales ó localizadas, H_T es el desnivel entre los reservorios **R1** y **R2**, que se mantiene constante cuando el escurrimiento es permanente.

El propósito buscado es transformar la (147) para ponerla en función de **Q**, y poder representarla en el diagrama **H - Q**. Así se podrá determinar el punto de funcionamiento de la instalación, en su intersección con la característica **H - Q** de la bomba.

Para evaluar las pérdidas unitarias podríamos utilizar, por ejemplo, la **ecuación de Hazen y Williams**:

$$j = \frac{1}{(0.275.C)^{1.88}} \cdot \frac{Q^{1.85}}{D^{4.85}} \quad (150)$$

Para determinar la pérdida ΔJ en un tramo de longitud **L**, multiplicamos a la expresión anterior por la suma **L + L_e**, donde **L_e** es la "**longitud equivalente**" de las pérdidas en los accesorios incluidos en el tramo en estudio, es decir:

$$\Delta J = j (L + L_e) = \frac{(L + L_e)}{(0.275.C)^{1.88}} \cdot \frac{Q^{1.85}}{D^{4.85}} \quad (151)$$

Considerando para la aspiración y la impulsión propiamente dicha la posibilidad de diámetros y materiales distintos, para mayor generalidad de la expresión a obtener, tendremos:

$$\Delta J = \left[\frac{(L_a + L_{e_a})}{(0.275C_a)^{1.88} D_a^{4.85}} + \frac{(L_i + L_{e_i})}{(0.275C_i)^{1.88} D_i^{4.85}} \right] Q^{1.85} \quad (152)$$

En la que los subíndices "**a**" e "**i**" indican "**aspiración**" e "**impulsión**", respectivamente.

Finalmente, la expresión (149) queda:

$$H_m = H_T + \left[\frac{(L_a + L_{e_a})}{(0.275C_a)^{1.88} D_a^{4.85}} + \frac{(L_i + L_{e_i})}{(0.275C_i)^{1.88} D_i^{4.85}} \right] Q^{1.85} \quad (153)$$

Es de destacar que normalmente, la aspiración es de acero, mientras que la impulsión puede ser de cualquier material que ofrece el mercado.

Representando la ecuación (153) en la *Figura 91*, su intersección con la característica **H - Q** de la bomba nos da el punto de funcionamiento de la instalación.

El mismo debe verificar que los valores **H₀ - Q₀** sean similares a los requeridos en el proyecto, y además implique buen rendimiento de la bomba, es decir se encuentre sobre la colina de la curva **H - Q**.

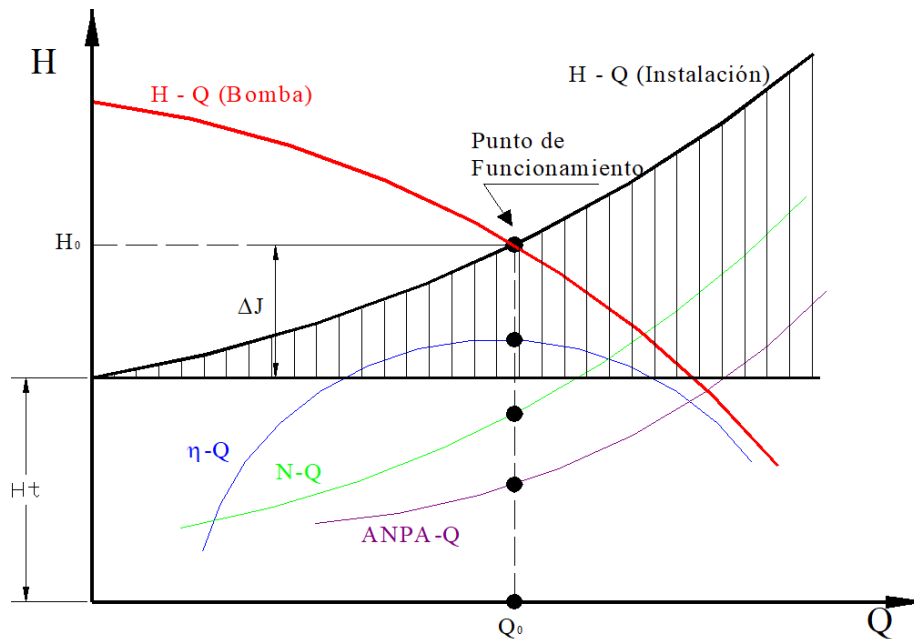


FIGURA 91 | Punto de funcionamiento de la instalación

De las curvas características, se obtiene el valor del **ANPA** correspondiente a **Q₀**, que posibilita la verificación de la altura de aspiración **H_s** con las (152) y (153).

Finalmente la curva **N - Q**, en su intersección con **Q₀**, determinará la potencia absorbida por el caudal de diseño y posibilitará los análisis precisos de costos de energía.

11.2 Bombas en serie y en paralelo

11.2.1 Bombas en serie

Cuando se requiere elevar un dado caudal a alturas importantes, se pueden instalar rotores en serie, puesto que sus curvas características se suman en el sentido del **eje H**: la bomba que está aguas abajo toma al flujo, de caudal uniforme, con la presión entregada por la bomba ubicada aguas arriba.

En la *Figura 92* esquematizamos 3 rotores en serie. Imaginemos que los requerimientos de proyecto son el par de valores **H₀ - Q₀**.

Los tres rotores en serie resolverían en teoría el problema, aportando cada uno la tercera parte de **H₀** y siendo:

$$H_{01} = H_{02} = H_{03}$$

(154)

$$H_o = H_{o1} + H_{o2} + H_{o3} = 3H_{o1}$$

(155)

Pero esta solución dada por la (153) está dando un H_T menor que el $H_T = H_o$ requerido en el proyecto, pues to que la característica de la instalación que pasa por ese punto así lo confirma.

Trazando la característica a partir de H_{Tnec} el punto de funcionamiento es P_1 que implica una altura $H_1 > H_o$ y Q algo menor que Q_o .

En consecuencia, cuando se disponen rotores en serie no podemos decir que el mismo caudal es elevado en forma exactamente proporcional al número de rotores. Existe una modificación originada por la curva característica de la instalación.

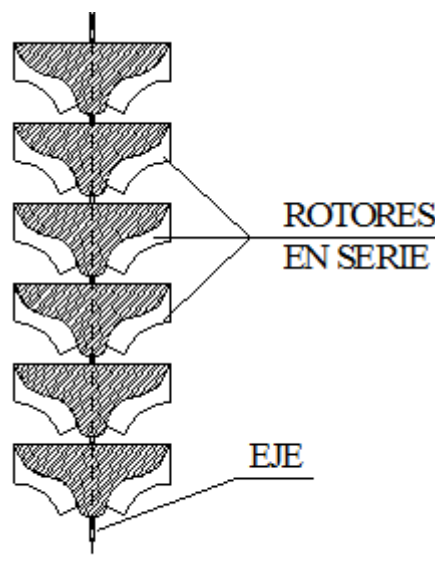


FIGURA 91 | Bombas de pozo profundo

Desde el punto de vista constructivo, se pueden disponer los rotores en serie sobre un mismo eje, tal como puede observarse en la *Figura 92*. Este es el criterio de diseño utilizado para las bombas de pozo profundo, las que, en general, deben elevar relativamente bajos caudales a alturas considerables.



FIGURA 92 | Bomba de pozo profundo.
Gentileza de Rhurpumpen

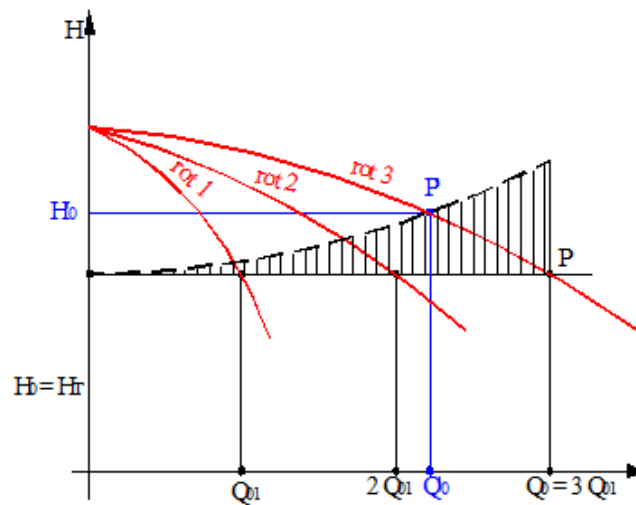


FIGURA 93 | Bombas en paralelo

En este caso, las características de los rotores se suman en el sentido del **eje Q** tal como puede apreciarse en la *Figura 93* (para un mismo **H** se suman los caudales).

En la *Figura 94* se ilustra esquemáticamente la disposición de una instalación de tres bombas en paralelo.

De la *Figura 93* puede deducirse que para un determinado valor de **H₀**, el caudal suma de los tres rotores en paralelo será:

$$Q_0 = 3Q_{01} \quad (156)$$

Es decir que cada rotor aportaría, en teoría, un caudal Q_{01} . Ello que sería válido siempre que **H₀** fuera igual a **H_f**. Pero como la curva característica de la instalación debe ser tenida en cuenta, en realidad el punto de funcionamiento será el **P₁** en lugar de **P₀**.

Este hecho implica un caudal **Q₁** menor que **Q₀** y que será elevado a una altura manométrica **H₁** mayor que **H₀**.

Nótese que no siempre es beneficioso el agregado de bombas en paralelo, puesto que el aporte de caudal a partir de un determinado número de bombas, puede ser irrelevante y consumiría energía innecesariamente.

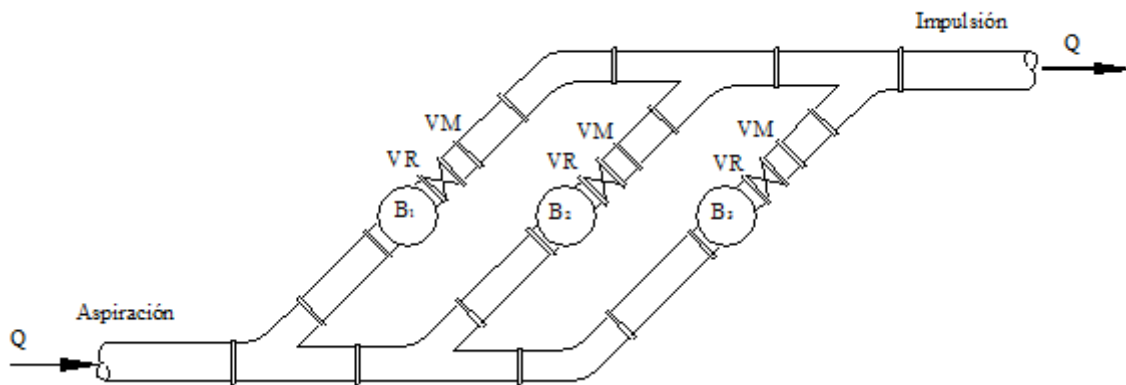


FIGURA 94 | Instalación de 3 bombas en paralelo

11.2.2 Determinación de la Curva $ANPA_{requerido} - Q$

Si en la expresión que posibilita el cálculo de H_s , se considera $H_{s,lim}$ en vez de H_s , el **ANPA** que se obtiene es el requerido, con lo que la expresión se convierte en:

$$ANPA_{requerido} = \frac{(\bar{P}_a - \bar{P}_v)}{\gamma} - \left(H_{s,lim} + \frac{U^2}{2g} + \sum J_a \right) \quad (157)$$

Por otra parte, de la *Figura 89* se obtiene que la mínima presión absoluta en el eje de la brida de aspiración, a fin de prevenir la cavitación en el **punto M**, debe ser:

$$\frac{\bar{P}_v}{\gamma} + ANPA = \frac{\bar{P}_B}{\gamma} \quad (158)$$

Si se reemplaza $ANPA_{requerido}$ por la (157), resulta:

$$\frac{\bar{P}_B}{\gamma} = \frac{\bar{P}_a}{\gamma} - \left[\frac{U_1^2}{2g} + \sum J_a + HS_{lim} \right] \quad (159)$$

Pero, por otra parte la presión absoluta en **B**, resulta de sumar a la presión relativa en **B** la presión atmosférica, lo que en símbolos sería:

$$\bar{p}_B = p_B = \bar{p}_a \quad (160)$$

Por lo que, reemplazando en la anterior, la presión relativa en **B** resulta:

$$\frac{\bar{p}_B}{\gamma} = - \left[\frac{U_1^2}{2g} + \sum J_a + HS_{lim} \right] \quad (161)$$

La expresión anterior puede ser medida con un vacuómetro conectado a la brida de aspiración. Por lo que el valor del corchete, puede medirse para cada valor del caudal generado en forma variable, en un banco de pruebas. Reemplazando convenientemente, se obtiene finalmente:

$$ANPA = \frac{\bar{P}_a - \bar{P}_v}{\gamma} + \frac{p_B}{2g} \quad (162)$$

La (162) constituye la expresión que posibilita el trazado, en forma experimental, de la curva característica **ANPA - Q**.

11.2.3 Concepto de Sumergencia Mínima

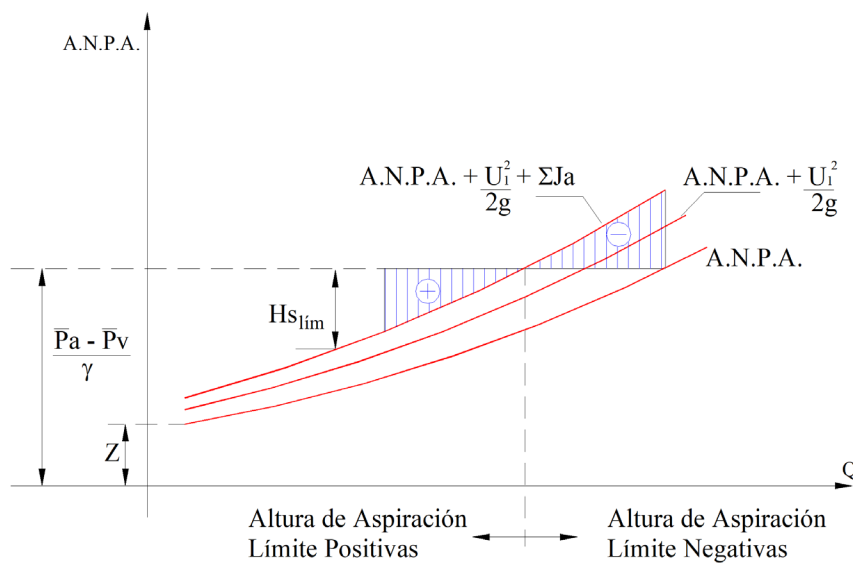


FIGURA 95 | $H_{s\ lim}$ en función del caudal

En la *Figura 95*, se aprecian los componentes de la expresión de la **Altura Límite de Aspiración**, representados en función del **caudal Q** . Al representarse en el eje de coordenadas alturas, evidentemente las diferencias de presiones atmosféricas y de vaporización en metros de columna de agua (es decir divididas por el peso específico), es representada por una recta horizontal.

Por otra parte, en **ANPA** requerido, el término de energía cinética y el de pérdidas de energía, son funciones del caudal, por lo que al crecer éste, están representadas por curvas que se alejan entre sí.

De la simple interpretación del gráfico puede observarse que, restando para cada valor de **Q** la altura de presiones de la altura suma de las curvas componentes de la ecuación de referencia, el segmento que resulta es precisamente el valor de la **Altura Límite de Aspiración**.

Puede entonces apreciarse la región correspondiente a las **Alturas de Aspiración Negativas**, lo que implica que la succión de la bomba (Brida de aspiración) se encuentra por debajo del nivel del agua en la cámara de succión (sea ésta "Húmeda" o "seca").

Es bastante difundido el concepto erróneo de que la bomba no cavitara en caso que se encuentre "**sumergida**", pero la ecuación de $H_{s\ lim}$ y más gráficamente su representación de la *Figura 95* indican valores mínimos de altura límite, que de no cumplimentarse implicarán cavitación, aunque la bomba esté "sumergida".

Es por ello que deben ser respetados los datos sobre "**sumergencia mínima**" que proveen los fabricantes para bombas sumergibles, teniendo en cuenta que el valor aludido representa la **Altura líquida H** hasta el nivel de la campana de succión, como puede apreciarse en la *Figura 96*. En la misma se destaca también, la distancia de la campana de succión **C** hasta el fondo (Valor necesariamente pequeño siguiendo las recomendaciones del Hydraulic Institute).

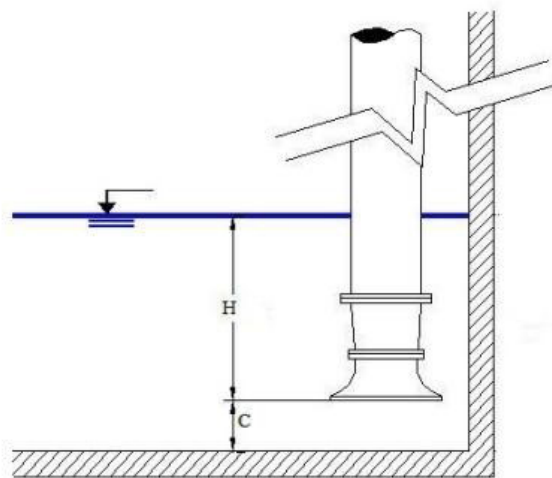


FIGURA 96 | Sumergencia H y distancia al fondo C

A título informativo se destaca que la Sumergencia Mínima recomendada por el Hydraulic Institute está dada por:

$$H = S + D + \frac{Q}{D^{1,15}} / 1069$$

En la que:

$$H = S \text{ en m}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$Q \text{ en l/s}$$

$$D \text{ en m}$$

El Hydraulic Institute simboliza con **S** la sumergencia indicada con **H** en la *Figura 96*.

Nota: para una información más completa se recomienda al lector interesado recurrir a las normas e stadounidenses respectivas (American National Standard for Pump Intake Design).

Nota: Instalar la campana de succión cerca del piso(C) y la aspiración muy cerca de la pared de fondo(B), obedece al criterio de uniformizar todo lo posible las líneas de corriente, que de otra forma implicarían recorridos complejos que restarían eficiencia. Las dimensiones C y B (distancia a la pared) son Distancias recomendadas por el Hidraulic Institute, y a ellas remitimos al interesado.

Nota: el Ing. Eduardo Pérez Gattorna destaca que en la práctica, para estimar la sumergencia mínima, se usa la expresión $U^2/2g + 0,20$ (Guía del Ente Nacional de Obras Hídricas y Saneamiento –ENOHSA).

CAPÍTULO 12: CONCLUSIONES

El estudio presentado a partir de la aplicación de la expresión de **Bernoulli** al tubo de aspiración de una instalación de bombeo posibilita una interpretación del concepto de **ANPA_{requerido}**, mucho más profunda e intuitiva que la simple definición brindada en el numeral correspondiente.

La *Figura 90* es sumamente ilustrativa y hace posible ver e interpretar correctamente el concepto de **ANPA_{requerido}**.

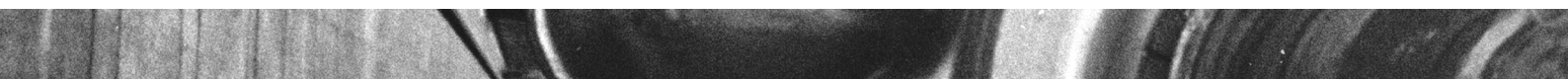
En efecto, al ser cada vez más alta la tubería de aspiración (hasta llegar al valor límite por encima del cual se tendrá cavitación en el punto M), es claramente visible que el término de presión, sólo puede decrecer al mantenerse la constancia del segmento representativo de toda la energía disponible, y del representativo del término de energía cinética, y aumentar necesariamente los correspondientes a las pérdidas y a las alturas de posición.

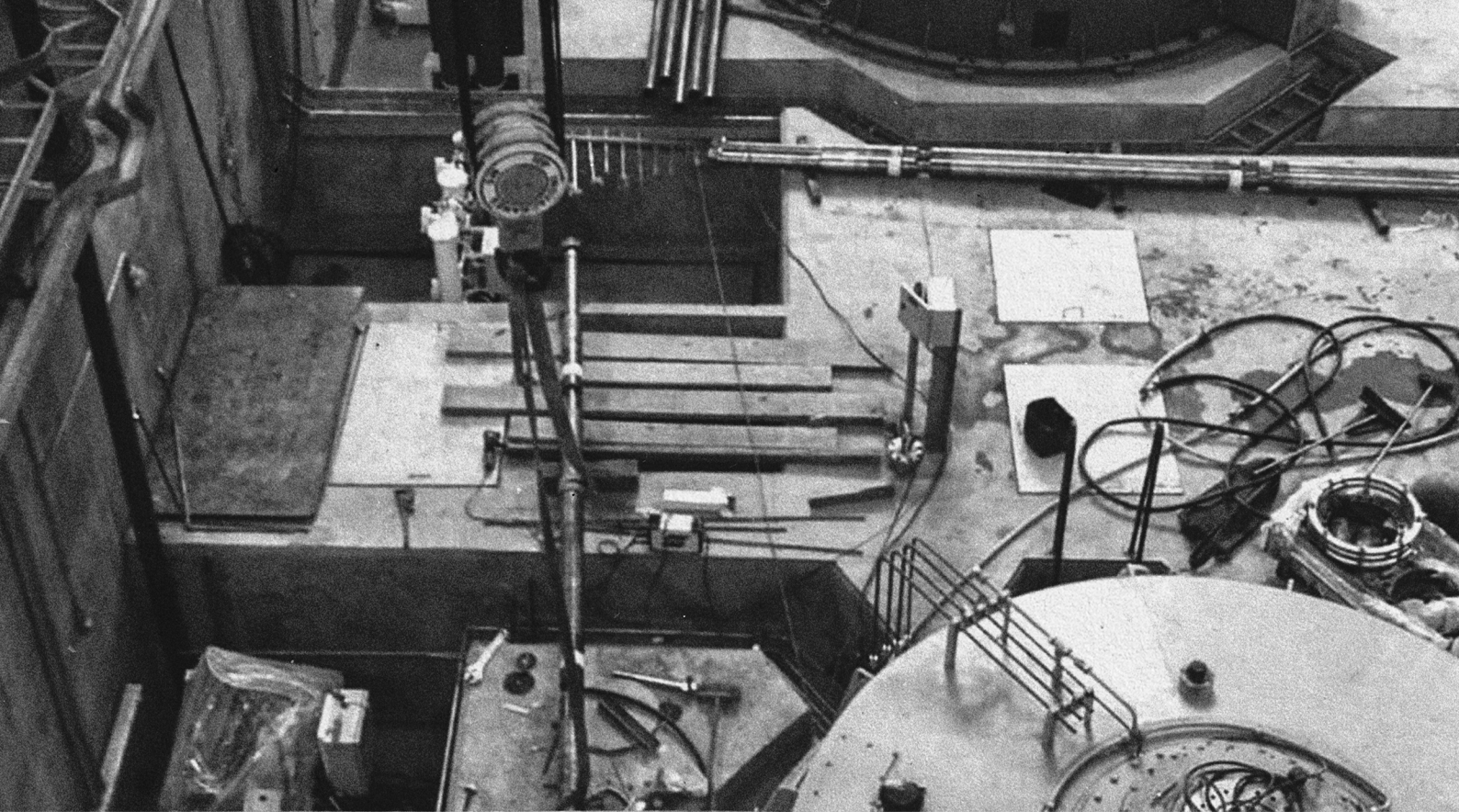
Obviamente la Altura de aspiración de la instalación seleccionada debe resultar menor que la “**altura de aspiración límite**”, lo que implica que el **ANPA_{disponible}** resultará mayor que el **ANPA_{requerido}**.

La obtención del **ANPA_{requerido}**, necesario para la verificación de la altura de aspiración adoptada, se obtiene de la curva característica ANPA- Q, provista por el fabricante y para el **Caudal de Funcionamiento** (ver numeral Curva Característica de la Instalación y Punto de Funcionamiento).



BIBLIOGRAFÍA

01. **Agüera Soriano, J.** (1992). Mecánica de fluidos incompresibles y turbomáquinas hidráulicas. Gráficas Lormo.
 02. **Balloffet, A., Gotelli, L. M. y Meoli, G. A.** (1952). Hidráulica. Ediar.
 03. **Cotta, R. D.** (1960). Temas de hidráulica general. CEILP.
 04. **Cotta, R. D.** (1981). Clases de máquinas hidráulicas y aprovechamiento hidroeléctricos. CEILP.
 05. **Dalmati, D.** (1962). Manual de Hidráulica. CEILP.
 06. **Dalmati, D. y Perez Farras, L. E.** (1988). Hidráulica general. CEILP.
 07. Experiencia y apuntes de la cátedra de hidráulica general y de construcciones hidráulicas de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata (s.f.). CEILP.
 08. Experiencias y apuntes de las cátedras de hidráulica y de su laboratorio, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata (s.f.). CEILP.
 09. **Goldstein, S. (ed.) y Fluid Motion Panel of the Aeronautical Research Committee and Others (col.)** (1965). Modern developments in fluid dynamics. Dover Publications.
 10. **Hicks, T. G.** (1957). Pump selection and application. McGraw-Hill.
 11. **Jardim, S. B.** (1992). Sistemas de bombeo. Sagra–DC Luzzatto.
 12. **Karassik, I. J. y Carter R.** (1971). Bombas centrífugas. Compañía Editorial Continental.
 13. **Macintyre, A. J.** (1987). Bombas e instalações de bombeamento. Guanabara.
 14. **Massey, B. S.** (1979). Mecánica de fluidos. CECSA.
 15. **Mataix, C.** (1975). Turbomáquinas hidráulicas. ICAI.
 16. **Mataix, C.** (1982). Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas. Harper & Row Latinoamericana.
 17. **Nekrasov, B B.** (1968). Hidráulica. MIR.
 18. **Pacheco Bertot, P.** (1987). Bombas, ventiladores y compresores. Ediciones ISPJAM
 19. **Pashkov, N. y Dolqachev, F.** (1985). Hidráulica y máquinas hidráulicas. MIR.
 20. **Porto, R. de M.** (1998). Hidráulica básica. EESC/USP.
 21. **Potter, M., Wiggert, O. y Ramadan, B.** (2012). Mecánica de fluidos. México: Cengage Learning.
 22. **Rodríguez, C.** (1979). Máquinas hidráulicas. CEILP. 1
 23. **Rodríguez, C.** (1982). Máquinas hidráulicas. CEILP. 2
 24. **Roma, W. N. L.** (1998). Introdução às máquinas hidráulicas. EESC/USP.
 25. **Sutton, O. G.** (1966). La ciencia del vuelo. Eudeba.
 26. **Streeter, V. L., Wylie, E. B. y Bedford, K. W.** (2000). Mecánica de fluidos. McGraw-Hill.
 27. **Viejo Zubicaray, M.** (1975). Bombas: teoría, diseño y aplicaciones. Limusa.
- 



Libro "Máquinas Hidráulicas"
©2022, Luis Pérez Farrás

ISBN 978-987-88-6285-9



9 789878 862859