

## APLICACIÓN DEL METODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS AL PROCESO DE SEPARACIÓN FIBRA-MATRIZ CON UN MODELO DE INTERFACES COHESIVAS

**Claudia A. Morel, Héctor D. Cáceres, Ricardo J. Barrios D'Ambra**

*Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste, Av. Las Heras 727,  
Resistencia (3500), Chaco, Argentina, rbarrios@ing.unne.edu.ar, <http://ing.edu.ar/mecap/index.html>*

**Palabras clave:** Mecánica de fractura, Método de los elementos discretos, Ley cohesiva.

**Resumen.** Por medio de la Mecánica de Fractura se puede conocer la resistencia última de un material, considerando que el mismo es susceptible de poseer fallas. Esto quiere decir que un material, aún poseyendo fisuras, puede trabajar de manera eficiente hasta su última resistencia.

El desarrollo de fisuras crea dos nuevas superficies. Antes de que la fisura se forme, estas dos superficies se mantienen unidas por tracción dentro de una zona cohesiva. La fuerza varía en relación con el desplazamiento relativo de las superficies, y una ley cohesiva describe las actividades en la zona cohesiva en términos de la fuerza y la separación de las superficies que se forman durante el proceso de fractura.

Entre las aplicaciones más importantes de las leyes cohesivas, se encuentran las de: (a) fractura de materiales dúctiles y frágiles; (b) delaminación de materiales compuestos en capas; y (c) despegue de la interface fibra/matriz en un material compuesto.

Es de importante conocer las características y propiedades de la unión entre las dos fases componentes de un material compuesto. La cuestión del diseño y optimización de la interface es compleja y aún no completamente entendida. Existen muchos parámetros que afectan la estructura de la interface ya sea durante la fabricación o durante la utilización del material compuesto. Se desea en términos generales una interface fuerte porque una interface débil crearía un camino fácil para la propagación de las fisuras. El control de la falla interfacial es uno de las formas más potentes de alterar las propiedades de un material compuesto.

Los ensayos de extracción de fibra (en inglés pushout o pullout) se utilizan para medir la resistencia al despegado. Los datos experimentales muestran que en estos ensayos es preponderante el esfuerzo de corte. Se ha simulado numéricamente un ensayo de extracción de fibra, mediante el método de los elementos discretos (MED), utilizando un modelo de ley cohesiva interfacial para la zona de contacto fibra/matriz.

Se hace uso de un modelo numérico con elementos cohesivos a un sistema poliéster/epoxi, para evaluar el proceso de despegado de la interface fibra/matriz y la influencia de parámetros no geométricos.

## 1 INTRODUCCIÓN

La Mecánica de Fractura busca parámetros que caractericen la propensión a extenderse de una fisura. Por medio de la Mecánica de Fractura se puede conocer la resistencia última de los materiales, considerando que los mismos son susceptibles de poseer fallas. Esto quiere decir que un material aun poseyendo fisuras puede trabajar de manera eficiente hasta su resistencia última. Una de las aplicaciones más importantes de las leyes estudiadas dentro de esta disciplina es en el área de los materiales compuestos ([Chaboche, 2001](#)): son aquellos que se componen de dos materiales distintos, uno constituye la fase llamada matriz y el otro se halla en general en forma de fibras dispersas dentro del otro material como refuerzo. Esta dualidad presenta capacidades de aplicación avanzadas en la industria aeroespacial, automotriz, electrónica, etc. En muchos casos la performance de los compuestos con matriz metálica es superior en términos de mejoradas propiedades físicas, mecánicas y térmicas (módulo y resistencia específica, estabilidad a alta temperatura, conductividad térmica).

La falla en estos materiales compuestos pueden agruparse en forma global en tres grupos: 1. Falla por enucleación, crecimiento y fusión de vacíos en la matriz, 2. Falla del refuerzo, 3. Despegado y fractura a lo largo de la interface entre la matriz y el refuerzo o fibra. Es importante conocer las características y propiedades de la unión entre las dos fases componentes de un material compuesto. La cuestión del diseño y optimización de la interface es compleja y aún no completamente entendida. Existen muchos parámetros que afectan la estructura de la interface ya sea durante la fabricación o durante la utilización del material compuesto. Se desea en términos generales una interface fuerte porque una interface débil crearía un camino fácil para la propagación de las fisuras. El control de la falla interfacial es uno de las formas más potentes de alterar sus propiedades.

La resistencia al despegue puede medirse fenomenológicamente, utilizando un ensayo de pushout o pullout: este ensayo consiste básicamente en extraer ya sea por compresión o por tracción una fibra de la matriz ([Bechel y Sotos, 1998](#); [Lin et al, 2001](#)). La tensión requerida para obtener el despegado se mide y puede utilizarse en la ecuación de variación de energía total (utilizando por ejemplo las ecuaciones propuestas por Irwin y Griffith). Esta aproximación es puramente fenomenológica, i.e.: no se requiere conocimiento detallado del proceso físico, como tampoco tal conocimiento es generado. Sin embargo, la medida clave, resistencia al despegado, es medida y puede ser usada en el diseño. Esta resistencia ha sido medida para una amplia gama de materiales compuestos en aplicaciones a placas delgadas y compuestos fibra/matriz ([Geubelle y Baylor, 2001](#); [Högberg, 2006](#)). En principio, se pueden usar dispositivos de cualquier geometría para medir esta resistencia, pero se ha observado experimentalmente que el ensayo de pushout es preponderante el corte, dando una alta resistencia al despegado.

La ley interfacial es la caracterización del comportamiento mecánico de la interface fibra/matriz en la microescala en términos de algunas bien definidas leyes mecánicas. La zona del proceso de falla en el extremo de la fisura interfacial se caracterizará en términos de leyes cohesivas y el deslizamiento friccional se caracterizará en términos de leyes fricionales ([Needleman, 1987](#); [Tvergaard y Hutchinson, 1992](#)).

La ley interfacial representa la respuesta mecánica de la interfase (química, rugosidad de la superficie) conectando las superficies en la microescala. La ley compuesta se usa en la macroescala para representar la interacción entre la fibra discreta, matriz y fisura en un modelo continuo donde el compuesto es tratado como un continuo homogenizado anisotrópico. Barenblatt estableció el concepto de describir las actividades cohesivas antes de la fractura en 1962 ([Barenblatt, 1962](#)).

Los primeros modelos fueron desarrollados para el modo I de fractura. Considera la relación entre la tracción y la separación normales a la superficie de fractura y no se considera la singularidad de tensiones en el extremo de la fisura.

Luego se extendieron para el modo II, en el cual se consideran la tracción tangencial y la separación. Las observaciones experimentales muestran características distintivas en mecanismos de falla micromecánicos en despegado (peel) y corte, por ello se espera que el comportamiento cohesivo sea dependiente del modo ([Högberg, 2006](#)).

## 2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

### 2.1 Método de los Elementos Discretos (MED)

El MED consiste esencialmente en la discretización espacial del continuo en módulos de reticulado espacial regulares, dónde las rigideces de las barras son equivalentes a la del continuo que se quiere representar. La masa del modelo es discretizada concentrándola en los nodos del sistema discreto. El arreglo cúbico de la Fig. 1 muestra un módulo con ocho nodos en sus vértices más un nodo central. Cada nodo posee tres grados de libertad. Las masas son unidas por elementos longitudinales y diagonales de longitud  $L_c$  y  $\sqrt{3}/2 L_c$  respectivamente. La equivalencia entre el arreglo cúbico y un sólido elástico ortotrópico con los ejes principales del material orientados en la dirección de los elementos longitudinales fue verificada por [Hayashi \(1982\)](#), dentro del campo de la elasticidad lineal. Sólo debe ser impuesta la restricción  $\nu = 0.25$  al valor del módulo de Poisson para que la equivalencia sea perfecta ([Riera & Iturrioz, 1995](#)).

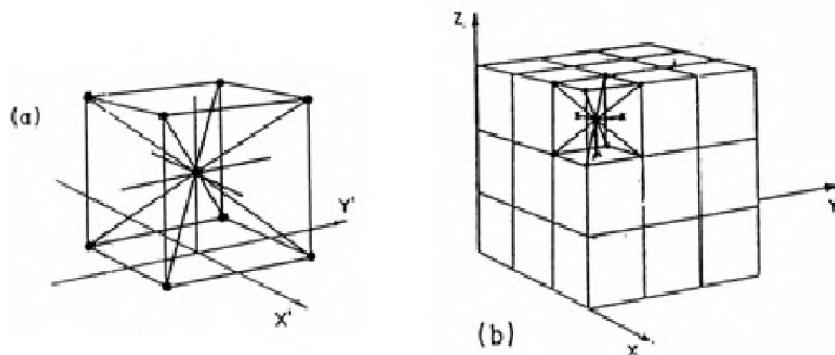


Figura 1: a) Módulo cúbico utilizado. b) Prisma compuesto por varios módulos cúbicos

La ecuación de movimiento del sistema de  $N$  grados de libertad resultante de la discretización espacial puede ser expresada en la forma:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{Q}(t) \quad (1)$$

En la cual  $\mathbf{M}$  denota la matriz de masa (diagonal),  $\mathbf{u}$  es el vector de coordenadas generalizadas (desplazamientos nodales),  $\dot{\mathbf{u}}$  es el vector de velocidades,  $\ddot{\mathbf{u}}$  es el vector de aceleraciones,  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez, y  $\mathbf{Q}(t)$  el vector de fuerzas externas aplicadas. El sistema de la Ec. (1) puede ser integrado numéricamente en el dominio del tiempo utilizando un esquema de integración explícita (método de las diferencias finitas centrales).

La convergencia de las soluciones en elasticidad lineal, así como en los problemas de inestabilidad elástica fue verificada por [Riera & Iturrioz \(1995\)](#).

## 2.2 Ley Cohesiva

Se debe mencionar aquí la vasta cantidad de estudios realizados por otros investigadores en la búsqueda de una ley cohesiva que describa con la mejor aproximación a los resultados experimentales, tales como Needleman (1987), Tvergaard & Hutchinson (1992), Lin et al (2001), Geubelle y Baylor (1998), Chaboche (2001), Sheider (2001), Salomonsson (2002), Bechel & Sotos (1998) , Högberg (2006), Sørensen (2003), entre muchos otros. Las relaciones constitutivas entre las tracciones actuantes sobre la interface y su correspondiente separación se basan en las ecuaciones utilizadas por Högberg (2006), en el cual se utiliza un modelo normalizado que relaciona los esfuerzos tangenciales con los normales. Las leyes cohesivas que relacionan dichos esfuerzos son denominadas “acopladas”. Contrariamente, las leyes cohesivas que hacen trabajar de manera independiente los esfuerzos tangenciales de los esfuerzos normales, son denominadas “desacopladas”.

El parámetro de daño  $\lambda$ , es el descrito por Tvergaard (1992). Las deformaciones en modo I y modo II son acopladas a través de esta ecuación:

$$\lambda = \sqrt{\delta n^2 + \delta t^2} \quad (2)$$

Donde

$$\delta n = \frac{\Delta n}{\Delta n_c}, \quad \delta t = \frac{\Delta t}{\Delta t_c} \quad (3)$$

Siendo  $\Delta n$  la deformación normal y  $\Delta n_c$  la separación crítica normal. A su vez  $\Delta t$  es la separación tangencial y  $\Delta t_c$  la separación crítica normal. Se han adoptado los siguientes valores para estos parámetros:  $\Delta t_c = \Delta n_c = 0,01\text{mm}$ . Estos valores podrían ser distintos pero se ha optado igualarlos para poder comparar con los resultados obtenidos por Lin. Las tracciones también son normalizadas con la resistencia en sus respectivos modos:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_c}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_c} \quad (4)$$

De esta manera todas las deformaciones y tensiones adimensionales varían en el rango de [0,1]. Se advierte que la falla por corte es por lejos el mecanismo dominante en los problemas de ensayos de pushout.

El comportamiento plástico de la capa adhesiva comienza cuando  $\lambda = \lambda_p$ , el cual está dado por:

$$\lambda_p^2 = \frac{\bar{\delta n}_p^2 \bar{\delta t}_p^2}{\bar{\delta n}_p^2 \cdot \operatorname{sen}^2 \theta + \bar{\delta t}_p^2 \cdot \cos^2 \theta} \quad (5)$$

Donde  $\bar{\delta t}_p = \Delta t_p / \Delta t_c$  y  $\bar{\delta n}_p = \Delta n_p / \Delta n_c$  son las separaciones normalizadas plásticas en modo I y modo II. Las gráficas teóricas de la ley cohesiva, para la tracción normal en modo puro I y para la tracción tangencial en modo puro II en función de la separación normal y tangencial se muestran en la Fig. 2. Una curva sólida y otra de puntos corresponden a una falla cohesiva por corte friccional ( $\mu > 0$ ) y para un contacto no friccional ( $\mu = 0$ ) respectivamente.

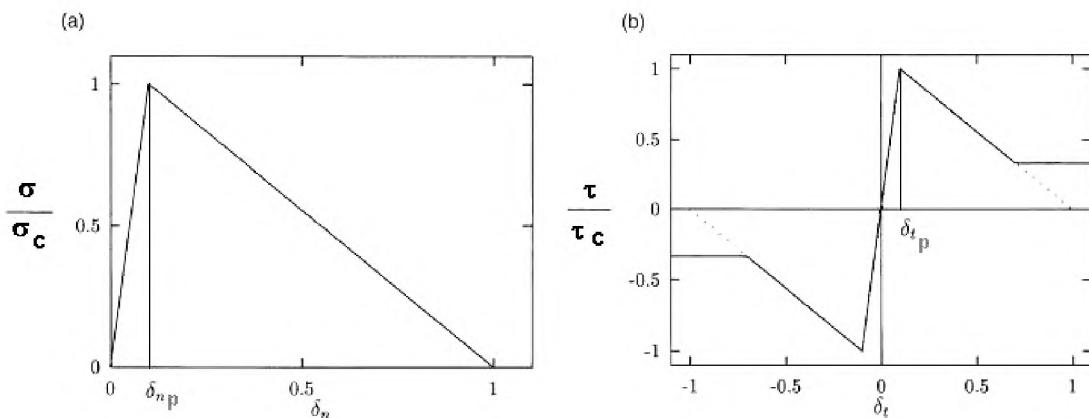


Figura 2: Ley cohesiva teórica. a) Tracción normal b) Tracción tangencial

La modalidad combinada (i.e.: grado de combinación de tracciones normales y tangenciales),  $\theta$ , es definida por la razón de las deformaciones adimensionales normal y tangencial dadas por la ecuación:

$$\tan \theta = \frac{\delta n^2}{\delta t^2} \quad (6)$$

El modo puro normal es equivalente a  $\theta = \pi/2$ , y modo puro II (corte) es  $\theta = 0$ .

Un sumario completo de las ecuaciones puede verse en el trabajo de [Högberg \(2006\)](#).

Para tener en cuenta el deslizamiento friccional, se acopla al modelo propuesto, la siguiente condición: cuando el valor de  $\bar{\tau} < \mu \sigma$  entonces,  $\bar{\tau}$  deja de actuar y da a lugar a las fuerzas de fricción, cuyo valor viene dado por  $\mu \sigma$ , donde recordamos  $\mu$  es el coeficiente de fricción y  $\sigma$ , es el valor del esfuerzo normal actuante entre las caras de la fibra y la matriz. Este comportamiento obedece al modelo friccional de Coulomb.

En cuanto a la aplicación numérica, la técnica utilizada para modelar la capa adhesiva es considerar esta capa como una *interface*, entre dos cuerpos unidos. En este caso la ley cohesiva considera solo la energía de fractura intrínseca debido a la separación. De esta forma el efecto debido al espesor de la capa es ignorado.

### 2.3 Modelo utilizado

Como ya se ha mencionado se utilizará el MED para modelar el ensayo de extracción de una fibra de la matriz y la cohesión entre ambos. Un esquema puede verse en la Fig. 3.

Se han tomado como parámetros de comparación los ensayos efectuados por [Lin et al \(2001\)](#) mediante MEF (método de elementos finitos) y se han adoptado dimensiones similares a las adoptadas por el mencionado investigador, tratando que el perímetro de ambas superficies de contacto lateral sean similares.

El modelo utilizado por Lin es cilíndrico y el análisis numérico es bidimensional, bajo condiciones de simetría radial. El modelo utilizado en el presente trabajo es tridimensional y prismático. Dado que la comparación entre los dos trabajos se realiza utilizando parámetros no geométricos esta diferencia puede ser desconsiderada.

De la misma forma se han utilizado las mismas propiedades para la fibra y la matriz,  $E_f = 2500 \text{ N/mm}^2$ ;  $E_m = 4000 \text{ N/mm}^2$ . La fibra está compuesta por material poliéster y la matriz por un material epoxy, para más detalles, revisar la bibliografía citada, [Bechel y Sotos \(1998\)](#).

La fibra posee igual longitud que la matriz que lo contiene (N), y se aplica sobre ella un

desplazamiento prescripto  $\Delta p$ . Este desplazamiento se aplica sobre el extremo superior de la misma en el sentido negativo del eje "Y", de modo de obtener un ensayo de pushout, la fuerza que se ejerce sobre la fibra P se obtiene de la sumatoria de las fuerzas de reacción en los nodos. La malla está compuesta por 8372 nodos en total. La superficie de contacto Fibra-Matriz posee 192 nodos.

Las dimensiones en los ejes "X", "Y" y "Z", se denominan M, N y L respectivamente. M = L = 9mm; N = 5.5mm, RS = 1.6 mm; Lado de la Fibra = 2 mm.

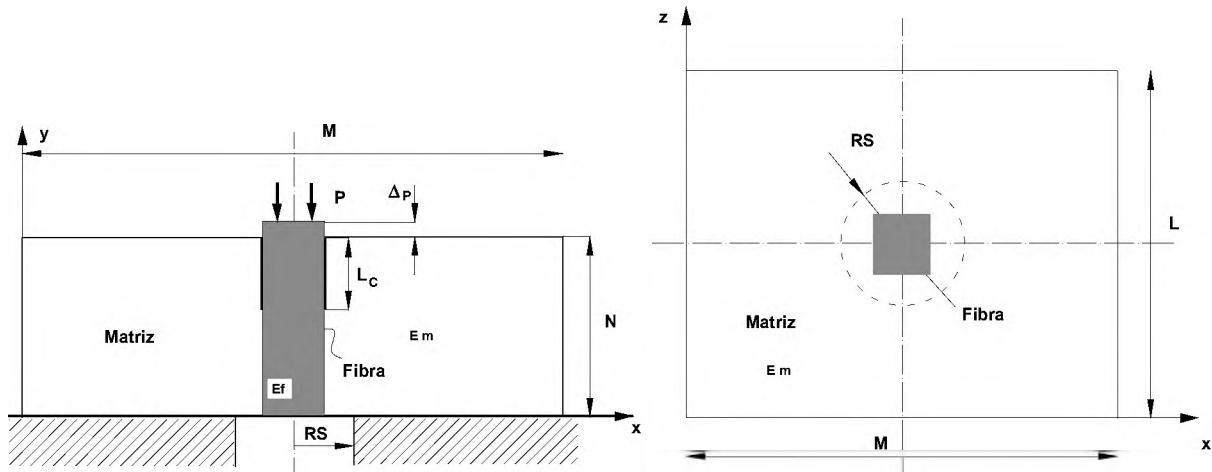


Figura 3: Esquema del modelo ensayado para pushout.

El mallado del modelo puede verse en la Fig. 4. Dicha gráfica se ha efectuado utilizando el software ANSYS como post-procesador.

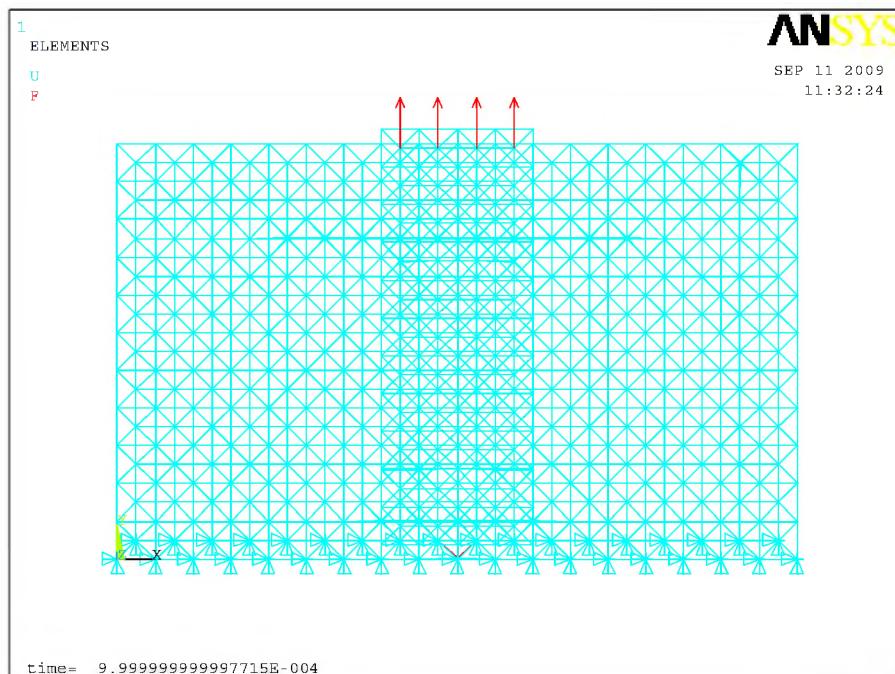


Figura 4: Malla deformada

### 3 RESULTADOS

#### 3.1 Comparación de Resultados

En la Fig. 5 y Fig. 6, se comparan los resultados obtenidos para un ensayo de pushout utilizando el MED con datos experimentales y con el modelo aplicado por Lin et al (2001) mediante MEF. Puede observarse que el pico máximo de tensión es similar en todos los casos (Fig. 5). No así la parte de la curva correspondiente al deslizamiento friccional (parte de la curva posterior al descenso de carga), que en el caso de Lin et al, presenta una carga mayor a la obtenida por los datos experimentales y a la obtenida mediante MED. También se observa que si bien se obtiene una caída de tensión abrupta, la curva correspondiente al MED es más suavizada que la correspondiente a los datos experimentales.

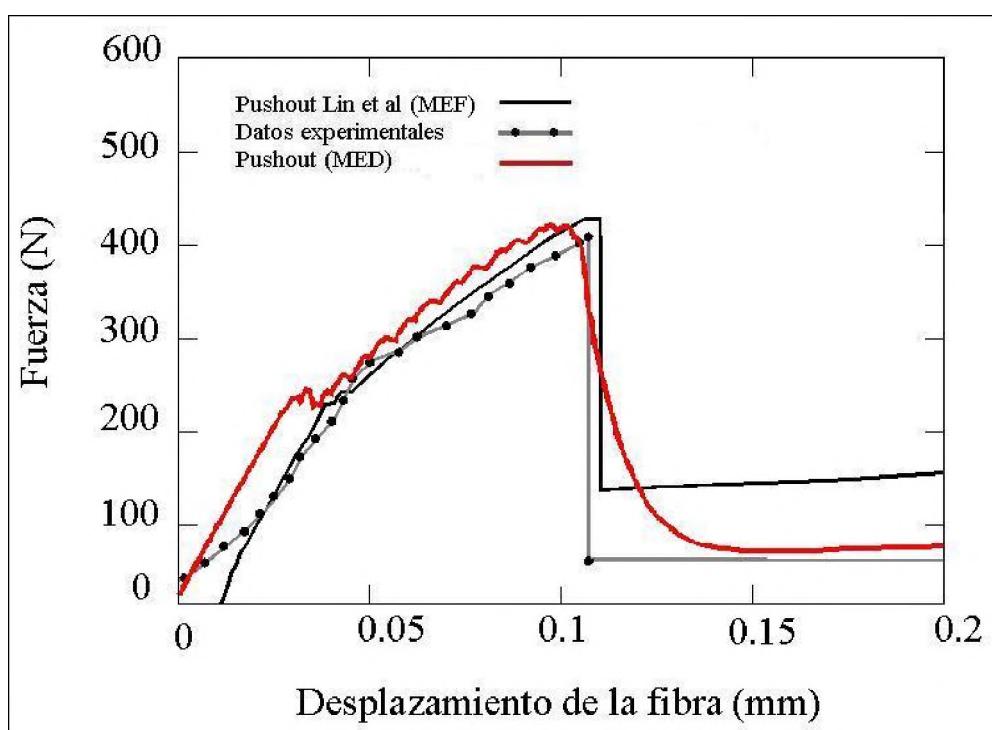


Figura 5: Curva Carga -Desplazamiento comparado con datos experimentales y ensayos obtenidos por Lin et al.

En cuanto a la Fig. 6, se observa que las tres curvas son similares entre sí, mostrando una misma pendiente en el proceso de despegado lineal. La longitud de despegado de la fisura que precede a la falla inestable, presenta en los tres casos un quiebre próximo a los 4 mm de longitud de despegado de la fibra. El mayor valor de separación (mm) se presenta en la curva correspondiente a los datos experimentales, siguiendo en orden decreciente, la separación obtenida por la curva correspondiente a las simulaciones de Lin et al mediante MEF y finalmente la correspondiente al MED.

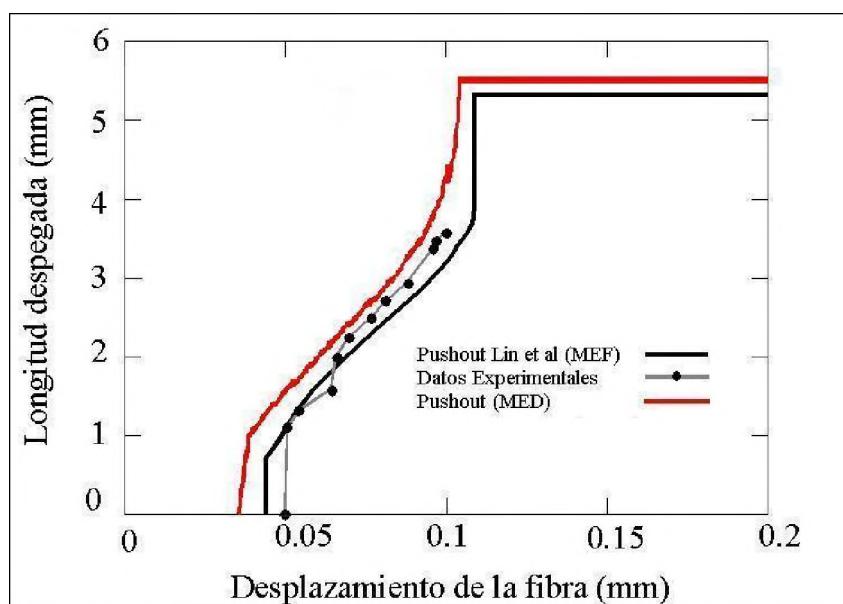


Figura 6: Comparación de la curva longitud despegada vs. desplazamiento con datos experimentales y resultados de Lin et al, para ensayo de pushout.

### 3.2 Estudio paramétrico

De los múltiples parámetros que afectan el comportamiento general en cuanto a carga-deformación y fractura del compuesto, se ha elegido analizar los efectos los siguientes parámetros no geométricos: coeficiente de fricción ( $\mu$ ) y resistencia interfacial ( $\sigma_c$ ).

Para las distintas simulaciones se continuó utilizando los mismos materiales para la fibra y la matriz. Solo cambian los parámetros que se indiquen en cada caso.

#### 3.2.1 Influencia del coeficiente de fricción ( $\mu$ )

Una variable que afecta de manera importante el comportamiento de la falla de la interface fibra-matriz es el coeficiente de fricción. En la Fig. 7 se muestran las curvas carga-deformación para cuatro valores distintos de coeficiente de fricción:  $\mu = 0,32; 0,52$  y  $0,72$ , a medida que este coeficiente aumenta, aumenta también la correspondiente carga aplicada sobre la fibra para alcanzar el valor máximo, retrasando el proceso de falla. Asimismo la longitud crítica despegada también muestra un retraso como puede notarse en la Fig. 8. El proceso de falla comienza con un despegado inestable de aproximadamente 1 mm para todos los casos. Luego aumenta linealmente con el desplazamiento de la fibra.

Si bien la falla final se ve demorada por el aumento del coeficiente de fricción aumentando la capacidad de carga del compuesto, no parece afectar el valor de la longitud de la fisura a la cual aparece la inestabilidad, que para todos los casos es próximo a los 4 mm.

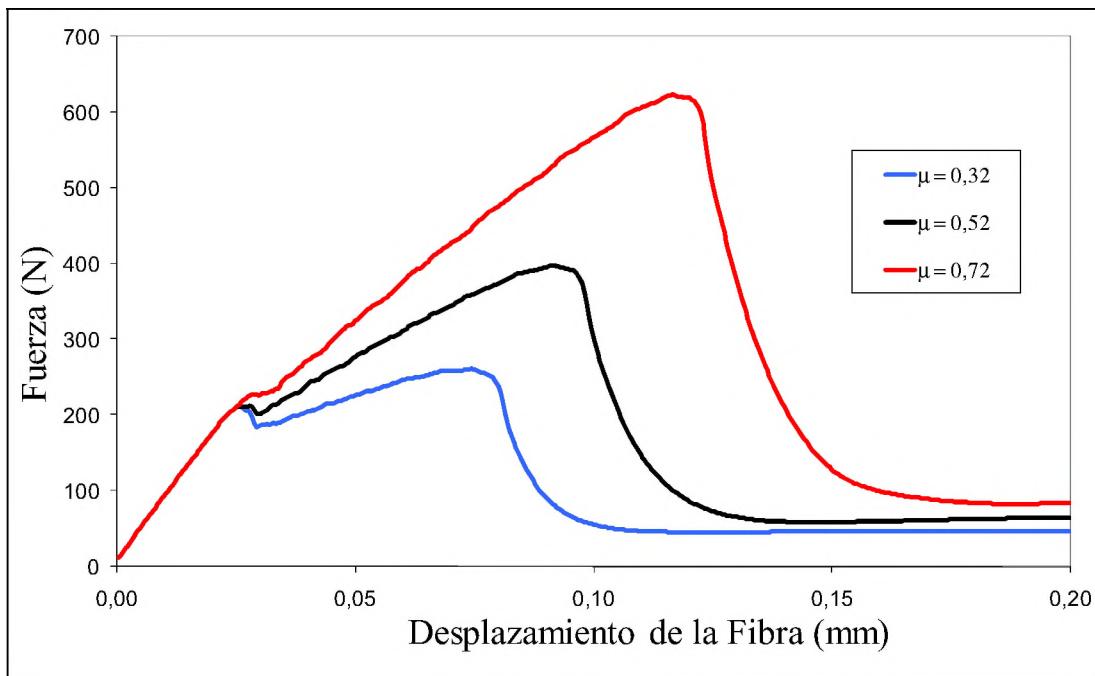


Figura 7: Influencia de la variación del coeficiente de fricción  $\mu$  sobre la curva carga aplicada-desplazamiento en un ensayo de pushout.

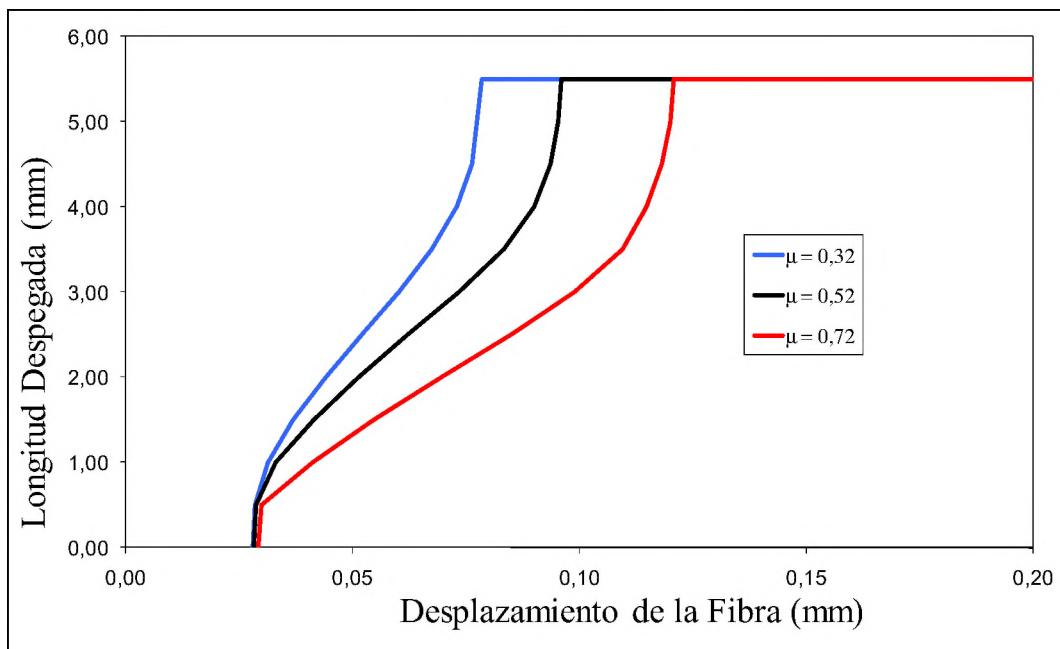


Figura 8: Influencia de la variación del coeficiente de fricción  $\mu$  sobre la evolución de la longitud despegada en un ensayo de pushout.

### 3.2.2 Efecto de la Resistencia interfacial ( $\sigma_c$ )

Recordamos que se ha supuesto a efectos comparativos que  $\Delta t_c = \Delta n_c = 0,01\text{mm}$ . En la Fig. 9 se presenta como afecta al proceso de falla el incremento y la disminución de la resistencia interfacial. Al aumentar la resistencia interfacial, aumenta también la carga

máxima obtenida antes de la propagación final inestable de la fisura. El deslizamiento friccional no se ve afectado por este aumento en la resistencia interfacial y la pendiente de la curva carga-desplazamiento es la misma en los tres casos antes del despegado. En la Fig. 10 se observa un retraso en la longitud despegada pero a su vez manteniendo una misma pendiente entre las fallas inestables inicial y final. La longitud para la cual inicia la falla inestable final en los tres casos es cercana a los 4 mm.

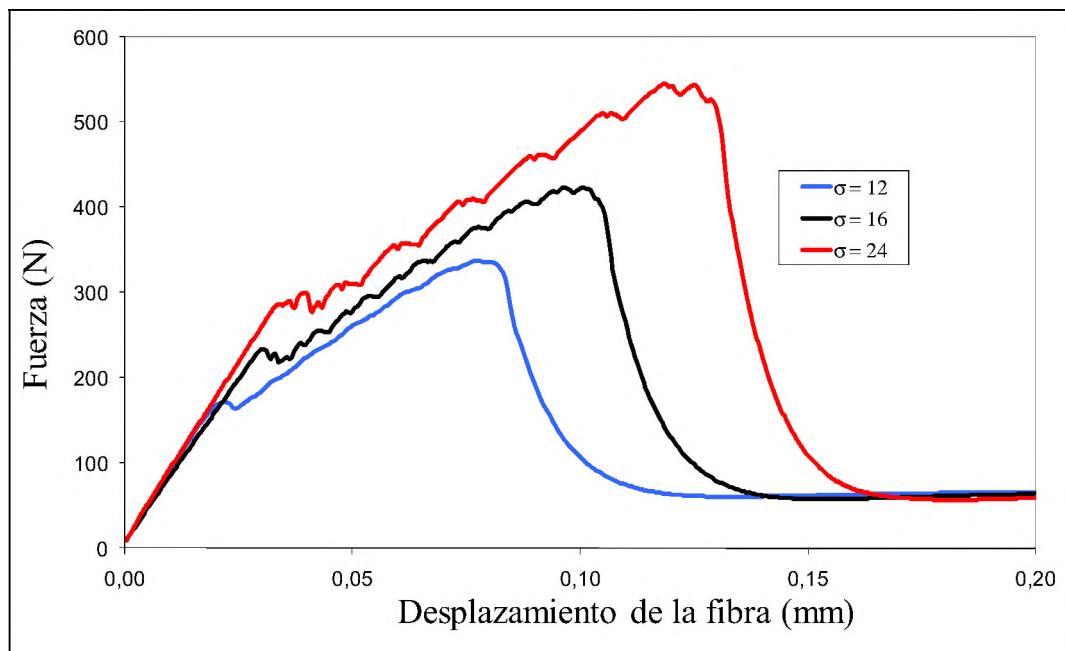


Figura 9: Efecto de la variación de la resistencia interfacial  $\sigma_c$  (MPa) sobre la curva carga-desplazamiento para el ensayo de pushout.

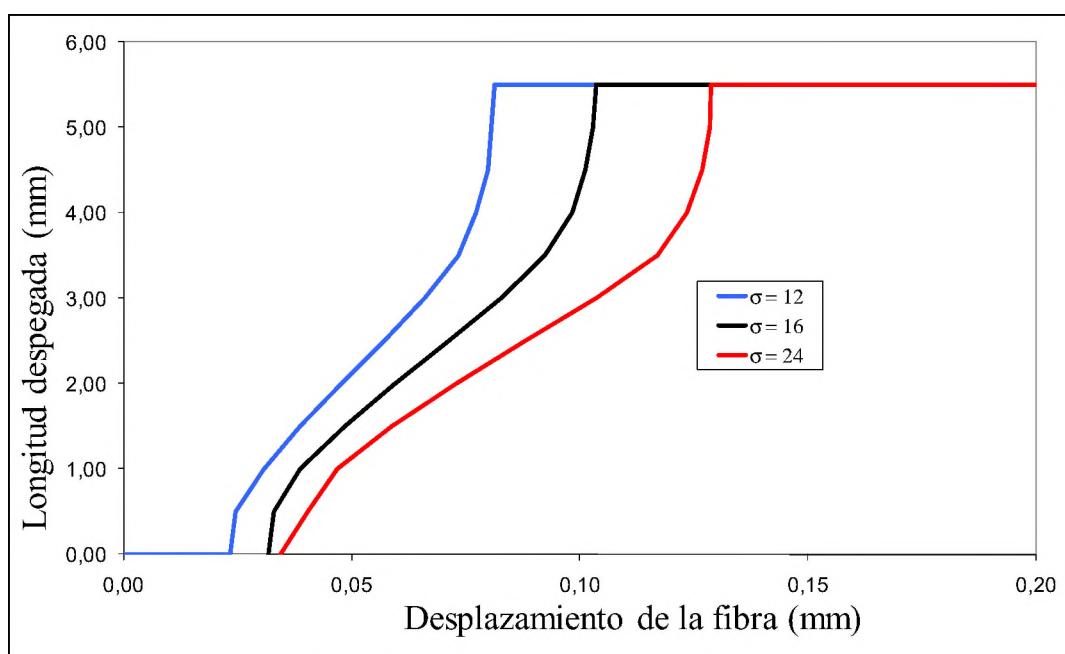


Figura 10: Efecto de la variación de la resistencia interfacial  $\sigma_c$  (MPa) sobre la evolución de la longitud despegada para el ensayo de pushout.

#### 4 CONCLUSIONES

Se ha utilizado para simular el comportamiento de la falla interfacial de un material compuesto fibra-matriz una ley cohesiva acoplada multilineal para carga combinada con un modelo de fricción de Coulomb, produciendo una propagación de fisuras bajo condiciones de corte dominante que se ha incorporado a un modelo tridimensional de un ensayo de extracción de fibra por compresión (pushout) en un compuesto poliéster-epoxi mediante el uso de los elementos discretos. Se han efectuado comparaciones con el trabajo efectuado por Lin et al (2001), ver Fig. 5, la cual indica que el modelo utilizado se corresponde bien con los resultados esperados para el proceso de falla observado.

Los parámetros estudiados afectan de manera importante el comportamiento de la falla de este tipo de materiales. El aumento del coeficiente de fricción y de la resistencia interfacial retrasan la inestabilidad asociada con el completo despegado de la interface fibra-matriz, resultando en una mayor capacidad de carga.

La correcta caracterización del deslizamiento friccional de una fibra dentro de una matriz es una tarea perfectible, el presente trabajo muestra un modelo con el que se obtiene resultados próximos a los obtenidos a ensayos experimentales y a los obtenidos mediante simulación por MEF.

Se buscará completar la presente investigación, evaluando otros parámetros no geométricos y posteriormente se simulará un modelo cilíndrico tridimensional que completará la evaluación final de la influencia de la geometría en el ensayo.

#### 5 AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo es parte de un proyecto del Departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la UNNE, aprobado por la Secretaría General de Ciencia y Técnica bajo la denominación PI D003-2008 (<http://ing.unne.edu.ar/mecap/index.html>). Los autores agradecen la colaboración del Dr. Ing. Ignacio Iturrioz del Departamento de Ingeniería Mecánica de la UFRGS.

#### REFERENCIAS

- Barenblatt GI The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv Appl Mech* 7:55–129. (1962)
- Bechel V.T., Sottos N.R. Application of debond length measurements to examine the mechanics of fiber push out. *J. Mech. Phys. Solids* Vol. 46 Nº9 pp1675-1697.1998
- Chaboche J.L., Feyel F., Monerie Y., Interface debonding models: a viscous regularization with a limited rate dependency. *Int. J. Solids and Struct.* 38 (2001) 3127-3160. 2001.
- Geubelle P.H., Baylor J., Impact-induced delamination of laminated composites: a 2D simulation. *Composites B* 29, 589-602. 1998.
- Hayashi, Y. “Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado em dinâmica não linear”. Porto Alegre. *Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1982.
- Högberg J. L., Mixed mode cohesive law. *Int. J. Fract.* 141:549-559. 2006.
- Lin G., Geubelle P. H. , Sottos N. R. Simulation of fiber debonding with friction in a model composite pushout test. *Int. J. Solids and Struct.* 38 8547-8562 (2001)

- Needleman A. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *J Appl Mech*;54:25–531. 1987
- Riera, J.D. and Iturrioz, I.: "Discrete element dynamic response of elastoplastic shells subjected to impulsive loading", *Communications in Num. Meth. in Eng.*, Vol.11, 417-426.(1995)
- Salomonsson K Interphase elements connection structural finite elements formulation, implementation and verification. *Master thesis. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.* (Available at [www.his.se/MechMat](http://www.his.se/MechMat)) (2002)
- Scheider I. Simulation of cup-cone fracture in round bars using the cohesive zone model. In: Bathe K-J, editor. *Computational fluid and solid mechanics (First MIT Conference)*, vol. 1. Elsevier; p. 460–2 2001.
- Sørensen BF, Jacobsen TK Determination of cohesive laws by the J integral approach. *Eng Fract Mech* 70:1841–1858. (2003)
- Tvergaard V, Hutchinson JW. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. *J Mech Phys Solids*; 40:1377–97. 1992