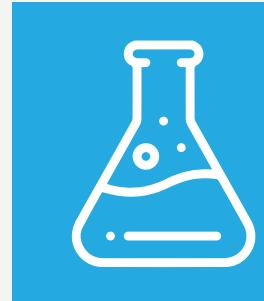
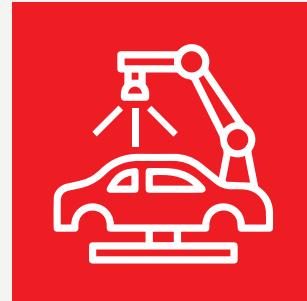
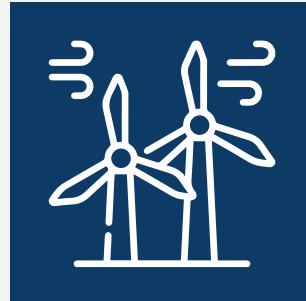


Memorias del Encuentro Argentino de Ingeniería

- | Enseñanza de la Ingeniería-CAEDI
- | Gestión de la Educación en Ingeniería
- | Agrimensura, Geodesia y Ciencias de la tierra y el mar
- | Biotecnología y Bioingeniería
- | Materiales y Nanotecnología aplicada a los materiales
- | Desarrollo Tecnológico Social, Vinculación Universidad, Empresa y Estado
- | Ejercicio Profesional de la Ingeniería, Empresas y Servicios
- | Ferroviaria, Automotriz, Naval y Transporte
- | Alimentos y Agroindustria
- | Agronomía y Forestal
- | Energía, Energías Limpias, Energías Renovables y Eficiencia Energética
- | Ingeniería Sostenible, Gestión Ambiental y Cambio Climático
- | Innovación y Emprendedorismo en Ingeniería
- | Mujeres en Ingeniería y Cambio Social
- | Obras y Proyectos de Ingeniería, Infraestructura y Conservación del Patrimonio
- | Tecnología de la Información y Comunicación



Memorias del Encuentro Argentino de Ingeniería : edición 2022 / José Basterra...

[et al.] ; contribuciones de Carolina Orcola ; compilación de Martina Perduca ; prólogo de Nestor Braidot ; Jose Basterra. - 1a ed compendiada. - Corrientes : Universidad de la Cuenca del Plata. Secretaría de Políticas del Conocimiento, 2023.

Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online

ISBN 978-987-4050-08-3

1. Ingeniería. 2. Educación. I. Basterra, José, prolog. II. Orcola, Carolina, colab. III. Perduca, Martina, comp. IV. Braidot, Nestor, prolog.

CDD 620.007

ISBN 978-987-4050-08-3



9 789874 050083

A standard barcode representation of the ISBN 978-987-4050-08-3, consisting of vertical black bars of varying widths on a white background. Below the barcode, the numbers 9 789874 050083 are printed in a small, black, sans-serif font.

Título: “Nuevo método para la resolución de circuitos eléctricos con fuentes de tensión ideales aplicando el método de nodos”

Apellido, Nombre: Sáez, Gabriel Edgardo

Filiación: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura de la UNNE

e-mail: ge_saez@hotmail.com

Resumen

La aplicación del método de nodos a la resolución de circuitos eléctricos con fuentes de tensión ideales (de tensión dada o resistencia interna nula), se puede resolver por el análisis de supernodo. Esta es la forma usual encontrada en textos de origen americano, al igual que su dual, el análisis de supermall. El análisis de circuitos con fuentes ideales de corriente (de corriente dada o resistencia interna infinita) por el método de mallas efectuando el reemplazo por fuentes “ficticias” – no reales – de corriente, nos viene del continente europeo y es el usualmente enseñado en nuestras universidades. Cuando nos encontramos con un circuito con varias fuentes ideales de tensión sin que ellas tengan un nodo en común, la aplicación del método de nodos para la resolución del circuito siguiendo un formato que no sea el americano de “supernodos” queda descartada por la inexistencia de un método que permita salvar el inconveniente de la conductancia infinita de las ramas que solo contienen fuentes de tensión. El presente trabajo demuestra que sí es posible resolver por el método de nodos este tipo de circuitos y que el mismo es el dual del método de mallas aplicado a circuitos con fuentes ideales de corriente.

Abstract

The application of the node method to the resolution of electric circuits with ideal voltage sources (of given voltage or zero internal resistance), can be solved by supernode analysis. This is the usual form found in texts of American origin, as well as its dual, supermesh analysis. The analysis of circuits with ideal sources of current (of given current or infinite internal resistance) by the method of meshes making the replacement by "fictitious" sources - not real - of current, comes to us from the European continent and is the one usually taught in our schools. universities. When we find a circuit with several ideal voltage sources without them having a common node, the application of the method of nodes for the resolution of the circuit following a format other than the American "supernodes" is ruled out due to the inexistence of a method that allows to overcome the inconvenience of the infinite conductance of the branches that only contain voltage sources. The present work shows that it is possible to solve this type of circuits by the node method and that it is the dual of the mesh method applied to circuits with ideal current sources.

Palabras claves: método de nodos; fuentes ideales de tensión.

INTRODUCCIÓN

La experiencia recabada en años de enseñanza de clases prácticas de electrotecnia para la resolución de problemas por el método de mallas, me ha demostrado que para la mayoría de los estudiantes es más sencilla la resolución de circuitos con fuentes ideales de corriente reemplazando las mismas por fuentes ficticias de tensión, que efectuarlo utilizando el análisis de supermall. Esto es así por la educabilidad [1], [2] mostrada por el estudiantado argentino –de esta región y época– más habituado a la sistematización en la resolución de circuitos.

En cambio, cuando se presentaban problemas con varias fuentes ideales de tensión y estas no compartían un nodo en común, no existía un dual del método de mallas que previese la existencia de “fuentes ficticias

de corriente” y que permitiese, realizando una transformación equivalente, aplicar la misma sistematicidad efectuada en los circuitos con fuentes ideales de corriente resueltos por malla.

Siendo la “dualidad” tan común en los fenómenos electromagnéticos, esta ausencia me llamó inmediatamente la atención en mi época de estudiante. Cuando me inicié como docente, tomé contacto con bibliografía de origen norteamericano que explicaba el análisis de supernodo (el dual de supermall) el cual podía aplicarse a esos casos. Finalmente, siempre existía la posibilidad de resolver estos circuitos por el método de mallas y, a partir de sus resultados, obtener diferencias de potencial entre nodos. En la siguiente tabla sintetizo el estado de cosas en el momento en el que me propuse buscar el método “dual” que permitiese

resolver circuitos con varias fuentes ideales de tensión por el método de nodos:

Tabla 1: Síntesis de métodos de resolución de circuitos eléctricos.

Métodos de mallas y nodos					
Método de mallas	Sin fuente de corriente ideal	Método de mallas tradicional	Método de nodos	Sin fuente de tensión ideal	Método de nodos tradicional
	Con fuente de corriente ideal	Análisis de supermalla		Con fuente de tensión ideal	Análisis de supernodo
		Reemplazo de la fuente de corriente por fuentes ficticias de tensión y aplicación del método de mallas tradicional			---

Lo que buscaba en definitiva era completar el cuadro –la celda sombreada de la Tabla 1– facilitando el proceso de enseñanza de una temática particular de la electrotecnia.

Está búsqueda obtuvo resultados positivos y es así que pude dilucidar cual era el “dual” del método de resolución por mallas en circuitos con fuentes ideales de corriente, dual que permitió resolver con una sistematicidad equivalente la resolución de circuitos

por el método de nodos cuando estos contuviesen varias fuentes ideales de tensión sin compartir un nodo en común; esta última aclaración es conveniente hacerla porque en esos casos lo más sencillo es poner el nodo compartido como nodo de referencia 0 V tomando los demás nodos el valor de la fuente ideal de tensión de la rama o su opuesto según sea la polaridad respecto del nodo de referencia.

A medida que progresaba mi formación docente capté que, más que un método para facilitar la enseñanza, había descubierto un nuevo método para la resolución de circuitos. Particularmente motivadora resultó la presentación que del teorema de Tellegen se hacía en bibliografía específica del análisis de redes [3], resaltando como, aun cuando uno supone que en el campo de la electrotecnia se ha descubierto todo, surgen cada tanto nuevos descubrimientos.

El presente trabajo tiene por finalidad precisamente presentar formalmente un nuevo método de resolución de circuitos eléctricos cuando estos tienen más de una fuente ideal de tensión sin compartir un nodo en común

DESARROLLO

Supóngase un circuito eléctrico, en principio sin fuentes ideales de tensión, con “ $r+1$ ” nodos; al establecer el sistema de ecuaciones lineales para su resolución obtendremos un sistema generalizado de “ r ” ecuaciones linealmente independientes [4], tal como el siguiente:

Supongamos ahora un circuito con una fuente ideal de tensión (podrían haber más, pero para simplificar se supone una). Destacamos en el gráfico de Figura 1 la parte del circuito donde se aprecia esa fuente. Podemos ver que al nodo “j” concurren “m” ramas que lo vinculan con los nodos numerados de 1 a “m”, además de la rama con fuente ideal de tensión. Al otro vínculo, nodo “k”, concurren “n” ramas que lo vinculan con los nodos numerados de 1 a “n”. Como somos libres de suponer un sentido para las corrientes de rama elegiremos todas las corrientes de

las ramas 1 a “m” con sentido entrante al nodo “j” y todas las corrientes de las ramas I a “n” con sentido saliente al nodo “k”; para la corriente de la rama con fuente ideal de tensión elegimos el sentido “de j a k”. Para simplificar las expresiones suponemos que no existen fuentes de corriente que estén concurriendo a los nodos “j” y “k”.

Para obtener las ecuaciones de nodos se escriben las relaciones establecidas por la ley de Ohm para cada rama y se despejan de las mismas las corrientes. Entonces, para las "m" ramas concurrentes al nodo

“j” y para las “n” ramas concurrentes al nodo “k” (Figura 1), tendremos:

$$\begin{aligned}
U_1 \cdot g_1 - U_j \cdot g_1 - E_1 \cdot g_1 &= I_{1j} \\
U_2 \cdot g_2 - U_j \cdot g_2 + E_2 \cdot g_2 &= I_{2j} \\
&\dots \\
U_m \cdot g_m - U_j \cdot g_m - E_m \cdot g_m &= I_{mj} \\
U_k \cdot g_I - U_I \cdot g_I - E_I \cdot g_I &= I_{kI} \\
U_k \cdot g_{II} - U_{II} \cdot g_{II} + E_{II} \cdot g_{II} &= I_{kII} \\
&\dots \\
U_k \cdot g_n - U_n \cdot g_n + E_n \cdot g_n &= I_{kn}
\end{aligned} \tag{2}$$

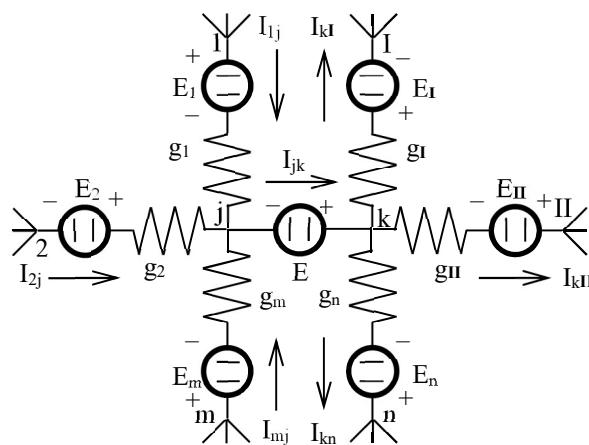


Figura 1: Esquema circuital con fuente ideal de tensión “E”.

Al establecer la ecuación que por ley de Ohm corresponde a la rama con fuente ideal de tensión, en la misma no figurará la corriente I_{jk} por no existir una caída de potencial en conductancia alguna, ya que el concepto de fuente ideal de tensión implica la existencia de una conductancia infinita. Escribamos para esta rama la expresión dada por la ley de Ohm:

$$U_j + E = U_k \quad (3)$$

Llamaré al nodo “j” “nodo auxiliar de referencia” y al nodo “k”, “nodo referido”. La elección de nombres hace alusión a que el potencial del nodo “k” queda en función del nodo “j” por la relación matemática de la ecuación Nº 3. Reemplacemos ahora en las ecuaciones de la expresión Nº 2, el valor “ U_k ” por el dado en la ecuación Nº 3; luego de reagrupar términos las expresiones de las corrientes de las ramas concurrentes al nodo “k” tomarán la forma:

$$\begin{aligned} U_j \cdot g_I - U_I \cdot g_I - E_I \cdot g_I + E \cdot g_I &= I_{kI} \\ U_j \cdot g_{II} - U_{II} \cdot g_{II} + E_{II} \cdot g_{II} + E \cdot g_{II} &= I_{kII} \\ \dots &\\ U_j \cdot g_n - U_n \cdot g_n + E_n \cdot g_n + E \cdot g_n &= I_{kn} \end{aligned} \quad (4)$$

Con las ecuaciones de la expresión Nº 4 y las que no han sufrido variación de la expresión Nº 2 (corrientes en las ramas concurrentes al nodo "j"), se arma el sistema generalizado de "r" ecuaciones linealmente independientes (expresión Nº 1) del método de nodos procediendo, como es usual, al reemplazo de las corrientes en las ecuaciones de la regla de Kirchhoff de los nodos –sumatoria de corrientes en los nodos igual a cero; se adopta el criterio de: corrientes entrantes al nodo negativas y salientes, positivas– por los valores de las expresiones Nº 2 y Nº 4 y procediendo luego a reagrupar los términos:

La ecuación (I) del sistema de ecuaciones Nº 5 es la que se obtiene al reemplazar en la ecuación de la regla de Kirchhoff del nodo “j” los valores de corrientes correspondientes dados por la expresión Nº 2. La ecuación (II) del sistemas de ecuaciones Nº 5 es la que se obtiene al reemplazar en la ecuación de la regla de Kirchhoff del nodo “k” los valores de corrientes

correspondientes dados por la expresión Nº 4. Las ecuaciones (III), (IV) y (V) del sistema de ecuaciones Nº 5 son las que se obtienen para los nodos “I”, “II”... “n”.

En la ecuación (2) del sistemas de ecuaciones Nº 5 despejamos la corriente “ I_{jk} ”; reemplazamos en la (1) y reagrupamos términos:

$$-U_1 \cdot g_1 - U_2 \cdot g_2 - \cdots - U_I \cdot g_I - U_{II} \cdot g_{II} - \cdots + U_j \cdot (g_1 + g_2 + \cdots + g_m + g_I + g_{II} + \cdots + g_n) - \cdots \\ \cdots - U_m \cdot g_m - U_n \cdot g_n = \sum_m E \cdot g + \sum_n E \cdot g - E \cdot g_I - E \cdot g_{II} - \cdots - E \cdot g_n \quad (6)$$

La ecuación 6 se obtendría por el método de nodos en una transformación del circuito efectuada de la siguiente forma: con los nodos "j" y "k" se arma un solo nodo, cortocircuitándolos y eliminando la fuente ideal.

de tensión y se conecta en paralelo a las "n" ramas concurrentes al nodo "k" (eliminado), fuentes de corriente de valor " $E_{.gi}$ ", " $E_{.gII}$ "... " $E_{.gn}$ " y direcciones todas salientes del nodo (ver Figura 2).

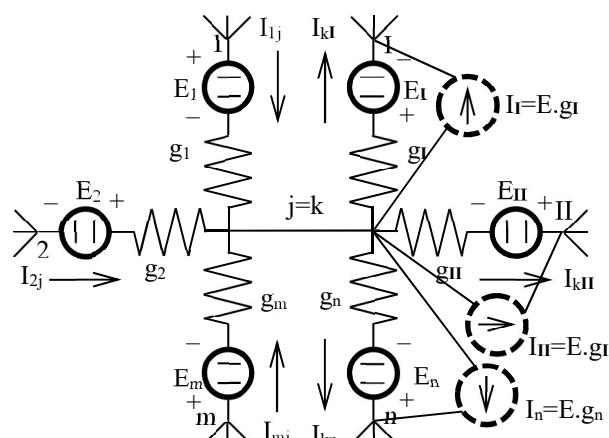


Figura 2: Esquema circuitual modificado

El sistema de ecuaciones N° 5 tomará la forma:

Podemos apreciar en el sistemas de ecuaciones N° 7 que el sistema de ecuaciones se ha visto reducido a “r-1” ecuaciones al desaparecer el nodo referido (nodo “k”) por la transformación efectuada en el circuito. En las ecuaciones “ g_{ij} ” es la sumatoria de las conductancias de las ramas que concurren al nodo auxiliar de referencia luego de cortocircuitarlo con el nodo “k”; “ $\Sigma_{m:n} E.g$ ” es la sumatoria algebraica de los productos de los valores de fuentes de tensión por la conductancia serie correspondiente de las ramas que concurren al nodo auxiliar de referencia luego de cortocircuitarlo con el nodo “k”; “ $\Sigma_n I$ ” es la sumatoria de las fuentes de corriente de valor “ $I_l = E.g_i$ ”, “ $I_l = E.g_{il}$ ”... “ $I_n = E.g_n$ ” introducidas en paralelo a las “n” ramas que concurrían al nodo “k” eliminado, todas salientes, resaltadas en líneas de trazo en la figura 2. En las ecuaciones de los nodos “I”, “II”... “n” figurarán las nuevas fuentes de corriente “ I_l ”, “ I_{ll} ”... “ I_n ”, todas entrantes.

CONCLUSIONES

Al resolver el sistema de ecuaciones N° 7 obtenemos el potencial de todos los nodos del circuito original, menos uno. Obsérvese que el potencial del nodo faltante (el nodo referido [nodo "k"]), lo obtengo con la ecuación N° 3 y por lo tanto el circuito ha quedado totalmente resuelto efectuando una transformación equivalente que nos permite esquivar la imposibilidad de escribir las ecuaciones del método de nodos cuando la conductancia de una rama es infinita.

Podemos enunciar el siguiente Teorema:

Todo circuito con fuentes ideales de tensión en ramas con conductancia infinita puede resolverse por el método de nodos transformándolo en otro equivalente en el cual se coloca en paralelo a las ramas concurrentes a uno de los dos nodos vinculados por la fuente ideal considerada (llamado nodo referido), fuentes ficticias (no reales) de corriente cuyo valor es el de la fuente ideal por la conductancia de la rama en paralelo, y su sentido saliente o entrante según la polaridad positiva de la fuente esté vinculada o no al nodo referido, y se cortocircuita la fuente formando con el otro nodo (llamado nodo auxiliar de referencia) uno solo equipotencializado.

y el siguientes Corolario:

El potencial hallado para el nodo equipotencializado es el del nodo auxiliar de referencia; el del nodo referido se obtiene de aquel por incremento o decremento del mismo en un valor igual al de la fuente ideal de tensión cortocircuitada y según la polaridad de la misma respecto de los nodos.

Debe entenderse los términos “Teorema” y “corolario” en el sentido usual de la Ingeniería y no formal de la Matemática.

REFERENCIAS

Artículos en publicaciones periódicas:

- [1] BAQUERO, R. (2001). *Cuaderno de Pedagogía Universidad Nacional de Rosario: año IV N° 9. Imprenta Universitaria; Rosario.* p. 71-85.

Libros:

- [2] NASSIF, R. (1974). *Pedagogía General.* Editorial Kapelusz; Buenos Aires. p. 135-141
- [3] VAN VALKENBURG, M. E. (1999). *Análisis de Redes (3º edición).* Limusa Noriega Editores; México y otras. p. 494.

- [4] ROJO, A. O. (1998). *Algebra II (14º edición).* El Ateneo; Buenos Aires. p. 181-188.

Anales de Congresos y Seminarios:

- [5] Sáez, G. y varios autores –compiladores: Vergara, L. y Farías, A.– (2012). Nuevo Formato para la Resolución de Circuitos Eléctricos con Fuentes de Tensión Ideales (Fuentes de Tensión Dada), Aplicando el Método de nodos. *II Jornadas de Investigación en Ingeniería del NEA y Países Limitrofes.*