



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE



FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS

TRABAJO FINAL DE GRADUACIÓN

Modalidad Tesina

Determinación del crecimiento de frutos de naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. ‘Valencia late’ en lotes comerciales de Entre Ríos

Alumna: Regina Ayelén Barrios Zarantonelli

Directora: Dra. Laura Itatí Giménez

Lugar de trabajo: Cátedra de Cálculo Estadístico y Biometría, Departamento de Matemáticas. FCA-UNNE.

Tribunal Evaluador:

Ing. Agr. (Mgter.) BALBI, Celsa Noemí

Ing. Agr. (Dr.) STAHRINGER, Nicolás Ignacio

Ing. Agr. (Dra.) VIDOZ, María Laura

Año 2020

AGRADECIMIENTOS

A mi asesora E. E. (Dra.) Laura Giménez, por su dedicación, acompañamiento y brindarme sus conocimientos.

A la Ing. Agr. Griselda Bóbeda, por el tiempo compartido, su predisposición y paciencia para despejar las dudas.

A la memoria de la Ing. Agr. (Dra.) Mercedes Avanza, por toda la información que ha generado y el gran aporte que hizo en la línea de investigación de la Cátedra.

A los integrantes de la Cátedra de Cálculo Estadístico y Biometría de la FCA, UNNE, Ing. Agr. (Mgter.) Marco Chabbal, Med. Vet. Jorgelina Simon, Bioq. Melisa Hidalgo, Ing. Agr. Lucía Ponce de León, Bioq. (Dr.) Noelia Roxana Villafañe, Srta. Alejandra Montoya, Srta. Agostina Llarens, Srta. Carla Ziegler, Srta. Constanza Zoilo, Sr. Marcos Acosta y Sr. Carlos M. Romero Monzón, por el compañerismo, los momentos gratos que hemos compartido y estar siempre dispuestos a escucharme.

A todos los integrantes de Alumnado y Bedelía, por siempre atender las inquietudes amablemente en todos estos años, y especialmente a Sr. Federico Alemany que desinteresadamente más de una vez minimizó a cada uno de los problemas que se me presentaban buscándole la mejor solución.

Al Centro de Estudiantes y a la agrupación NADCA, porque desde que ingresé a la Facultad me hicieron sentir parte de la gran familia que es Ciencias Agrarias.

Al Consejo Directivo, por los debates y permitirme representar a los estudiantes buscando lo mejor para ellos.

A mi familia, y un especial agradecimiento a mi mamá por todo su esfuerzo y apoyo desde siempre.

A mis amigos y compañeros, porque hicieron que estos años sean una maravillosa experiencia.

A todos ellos, muchas gracias.

ÍNDICE

RESUMEN.....	4
INTRODUCCIÓN.....	5
OBJETIVO GENERAL.....	7
OBJETIVOS PARTICULARES.....	7
ANTECEDENTES.....	7
MATERIALES Y MÉTODOS.....	9
<i>Datos meteorológicos.....</i>	10
<i>Muestreo de árboles y frutos.....</i>	12
<i>Ajuste y selección de los modelos de crecimiento</i>	13
<i>Validación y estimación de la precisión del modelo seleccionado.....</i>	13
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	14
<i>Estadística descriptiva.....</i>	14
<i>Ajuste y selección de los modelos de crecimiento.....</i>	16
<i>Validación y estimación de la precisión del modelo seleccionado.....</i>	18
CONCLUSIÓN.....	20
ANEXO I: Modelos ajustados	21
ANEXO II: Datos Meteorológicos.....	24
BIBLIOGRAFÍA	25

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo fue encontrar el modelo matemático que mejor describa el patrón de crecimiento de frutos de naranjo Valencia late en lotes comerciales de Entre Ríos. Durante dos años, entre los 60 días después de plena floración hasta el momento de cosecha se midió el diámetro ecuatorial y polar de frutos en dos lotes comerciales ubicados en Chajarí y Federación, provincia de Entre Ríos, Argentina. Se evaluaron los modelos de tipo sigmoideo: Logístico, L5, Gompertz, Monomolecular, Weibull y Richards y se consideraron los criterios de selección de modelo AIC, BIC y el Cuadrado Medio del Error. La precisión del modelo seleccionado se evaluó mediante validación cruzada. Se compararon los parámetros estimados en cada lote y año, a través de modelos mixtos. El modelo Gompertz resultó el mejor para describir el crecimiento de frutos de naranja ‘Valencia’, obteniendo un porcentaje de error de estimación promedio del 27,82%.

INTRODUCCIÓN

Los principales países de producción mundial de fruta cítrica en el año 2017 fueron China, Brasil y México. La producción total de naranjo (*Citrus sinensis* L. Osbeck) en el mundo fue de 54.011.000 Tn., teniendo la mayor relevancia entre las frutas cítricas seguido por mandarino, limón y por último pomelo. Argentina ocupa el octavo lugar en lo que a producción de fruta fresca se refiere, con una producción nacional de 1.025.918 Tn., y una superficie implantada de 46.814 ha. Las plantaciones comerciales de naranjo, en la provincia de Entre Ríos (Argentina), ocuparon el primer lugar con una producción de 365.848 Tn., en una superficie de 19.650 has. (Federcitrus, 2018).

La provincia de Entre Ríos, ubicada entre 30° y 32° L. S., es el primer productor de mandarinas y naranjas del país. Los centros de producción más importantes son los Departamentos de Federación, Concordia y una pequeña fracción de Colón, todas sobre el margen derecho del Río Uruguay, en una franja de aproximadamente 30 kilómetros. El 60% de los naranjales del mundo corresponde a naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. ‘Valencia late’.

Agustí (2012), describe algunas variables del fruto de los cítricos como una baya denominada hesperidio, que surge como consecuencia del crecimiento del ovario. El desarrollo del fruto sigue una curva sigmoidea, desde la antesis hasta su maduración, caracterizada por tres períodos bien diferenciados (Figura 1): el período de crecimiento exponencial o fase I, que abarca desde la antesis hasta el final de la caída fisiológica de los frutos, y se caracteriza por un rápido crecimiento del fruto provocado por la división celular; el período de crecimiento lineal o fase II, que va desde el final de la caída fisiológica de los frutos hasta poco antes de su cambio de color, con una duración variable según la variedad; y, por último, período de maduración o fase III, que se caracteriza por una reducida tasa de crecimiento mientras el fruto se mantiene en el árbol y comprende todos los cambios asociados a la maduración.

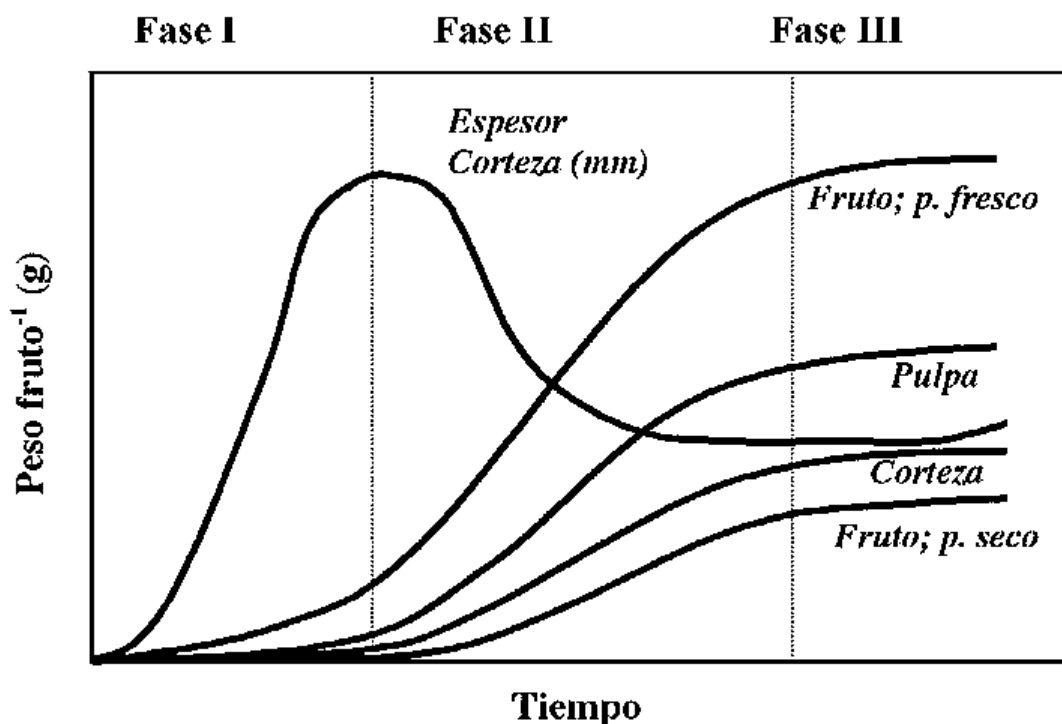


Figura 1: Las fases de desarrollo de un fruto cítrico. Adaptado de Bain, 1958.

Los factores ambientales y de manejo del cultivo, sobre todo el riego y la fertilización, inciden marcadamente en el desarrollo del fruto y su tamaño final, lo que exige la optimización de las técnicas de manejo del cultivo (Agustí, 2003).

Avanza (2011), propuso un modelo de estimación de producción de naranjo ‘Valencia late’ donde una de sus componentes es el tamaño del fruto, representado por el diámetro y el peso. La predicción de los volúmenes a producir es una de las herramientas necesarias para poder competir en los mercados, tanto nacionales como internacionales. Contar con dicha información permitiría una planificación eficiente, a través de estrategias de comercialización y de manejo cultural.

El ajuste de un modelo de crecimiento de frutos permitirá la predicción del tamaño del fruto en cualquier momento previo a la cosecha. Avanza *et al.* (2004) propusieron evaluar el comportamiento de funciones no lineales para describir el crecimiento de frutos de naranjo dulce, por medio de mediciones del diámetro ecuatorial (en milímetros) en función del tiempo, referido a la fecha de plena floración en lotes comerciales de la provincia de Corrientes.

OBJETIVO GENERAL

Determinar y cuantificar modelos matemáticos que describan el crecimiento de los frutos de naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. 'Valencia late' en plantaciones con diferentes condiciones ambientales y de manejo en la provincia de Entre Ríos.

OBJETIVOS PARTICULARES

- Evaluar diferentes modelos matemáticos que describan el crecimiento de frutos de naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. 'Valencia late' en Entre Ríos y seleccionar el que mejor se adapte.
- Evaluar la precisión del modelo de crecimiento seleccionado.

ANTECEDENTES

Los modelos de regresión no lineal han sido propuestos para modelar las curvas de crecimiento. Los más utilizados son Logístico, Gompertz, también los de Richards (1959), Morgan-Mercer-Flodin (1975) y los modelos derivados de la distribución Weibull (Ratkowsky, 1983). La estimación de los parámetros de modelos no lineales se realiza minimizando en forma directa la suma de cuadrados residuales mediante un proceso iterativo. Avanza *et al.* (2008), encontraron que la combinación modelo-datos-parametrización más adecuada para describir el patrón de crecimiento de los frutos de naranjo 'Valencia late' es el modelo Logístico en la quinta reparametrización. Ellos definieron modelos para tres tamaños de frutos (pequeño, mediano y grande), variando en función del huerto. Chacín *et al.* (2012), encontraron que, en el cultivo de lima de 'Tahiti', el desarrollo del fruto siguió un modelo sigmoideo desde antesis hasta maduración, caracterizada por tres fases. Franco y Gravina (2000) utilizaron modelos matemáticos para predecir el tamaño final de frutos de naranja 'Valencia late' y el porcentaje de la distribución de categorías comerciales de tamaño.

La Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional del Comahue, a través de un convenio con los gobiernos provinciales de Río Negro y Neuquén, ha realizado pronósticos anuales de producción, trabajos de relevamientos de información, procesamiento y elaboración de las estimaciones de las principales variedades de frutos de pepita existentes en la región desde el año 1992. Gil (1996), desarrolló bases para

elaborar un pronóstico de cosecha en manzano (*Malus pumila*, Mill) cv. 'Fuji' en la provincia de Mendoza, teniendo en cuenta los factores que modifican el crecimiento y la forma del fruto, como la topófisis y la época e intensidad de raleo.

Rojas-Lara *et al.* (2008), probaron seis modelos matemáticos (regresión lineal simple, regresión lineal múltiple, logístico, exponencial, Michaelis–Menten y monomolecular) para analizar el crecimiento del fruto del chile manzano (*Capsicum pubescens* R y P), sin hacer muestreos destructivos, con el propósito de identificar uno o varios de ellos que expliquen dicho crecimiento. Tassile *et al.* (2001), evaluaron el patrón de crecimiento de frutos de manzano cv. Red Delicious y Granny y construyeron tablas de crecimiento por categoría comercial, útiles para la aplicación de raleo manual y/o para la realización de estimaciones del tamaño de los frutos al momento de la cosecha. Bóbeda *et al.* (2017), desarrollaron una tabla de crecimiento de frutos de tangor 'Murcott' que permitió pronosticar anticipadamente los calibres comerciales al momento de cosecha. Los frutos fueron agrupados en rangos de calibres comerciales, establecidos por las normas de comercialización de la Unión Europea, según su tamaño en fecha de cosecha. A cada grupo se ajustó el modelo de regresión no-lineal logístico en su quinta reparametrización, donde la variable independiente fue los días después de plena floración (DDPF) y la variable dependiente fue el diámetro del fruto. En base a estos resultados se construyó una tabla de crecimiento del diámetro ecuatorial en función de los DDPF, con el objetivo de que sea una herramienta útil para productores en sus futuras planificaciones de manejos culturales y comercialización de la fruta.

Avanza (2011), desarrolló una propuesta metodológica para la predicción de cosecha de naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. 'Valencia late' para una región de la provincia de Corrientes, Argentina. Sin embargo, la variabilidad encontrada entre las estimaciones de los parámetros del modelo de crecimiento ajustado para las diferentes temporadas y huertos, plantea la necesidad de definir curvas particulares para cada situación.

MATERIALES Y MÉTODOS

El presente trabajo se realizó con parte de la Base de Datos de la Cátedra de Cálculo Estadístico y Biometría de la FCA-UNNE. Se utilizaron los datos correspondientes a las campañas 2006/07 y 2007/08, de frutos de naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. 'Valencia late' injertados sobre Trifolio, ambos lotes con riego, de las localidades Chajarí (Establecimiento Los Hermanos) y Federación (Establecimiento Santa María) en la provincia de Entre Ríos, (Figura 2 y 3). Se detalla a continuación los lotes por campaña (Tabla 1 y 2).



Figura 2: Ubicación de los lotes en Entre Ríos. “Los Hermanos” en cercanía de la ciudad de Chajarí y “Santa María” a las orillas del Río Uruguay en Federación. Imágenes obtenidas mediante Google Earth Pro.

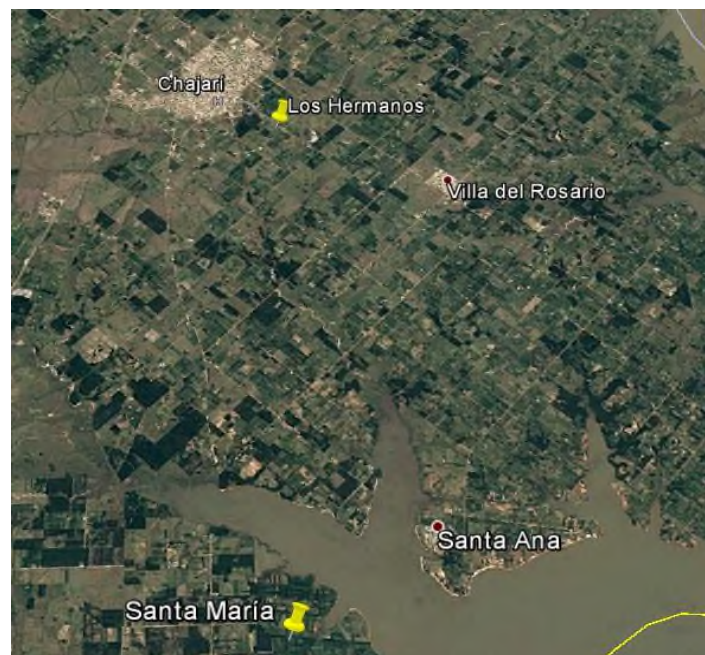


Figura 3: Detalle de cada lote bajo estudio. Imágenes obtenidas mediante Google Earth Pro.

Tabla 1: Descripción de lotes comerciales de naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. 'Valencia late' de Entre Ríos.

Nombre del Establecimiento	Geoposición	Marco	Nº Plantas total	Edad	Nº Plantas estudiadas
Los Hermanos	30° 46' 24.9" S 57° 57' 58.9" W	7 m x 5 m	288	29 años	*20 / 15
Santa María	30° 55' 24.96" S 57° 58' 18.6" W	6 m x 3 m	378	9 años	*20 / 15

*20 plantas en estudio para la campaña 2006/07 y 15 para la campaña 2007/08.

Tabla 2. Descripción de las campañas en estudio, la fecha de plena flor y los días a cosecha calculados a partir de plena flor.

Campaña	Establecimiento	Plena Flor	Días a cosecha
2006/07	Los Hermanos	25/09/2006	316
2006/07	Santa María	13/09/2006	352
2007/08	Los Hermanos	10/10/2007	372
2007/08	Santa María	06/10/2007	393
Días promedio a cosecha			358

Datos meteorológicos

Las precipitaciones mensuales y las temperaturas medias mensuales máximas y mínimas para los años 2006, 2007 y 2008, se presentan en las figuras 4,5 y 6 respectivamente. Dicha información se obtuvo de **NASA Prediction Of Worldwide Energy Resources (ó NASA POWER)**.

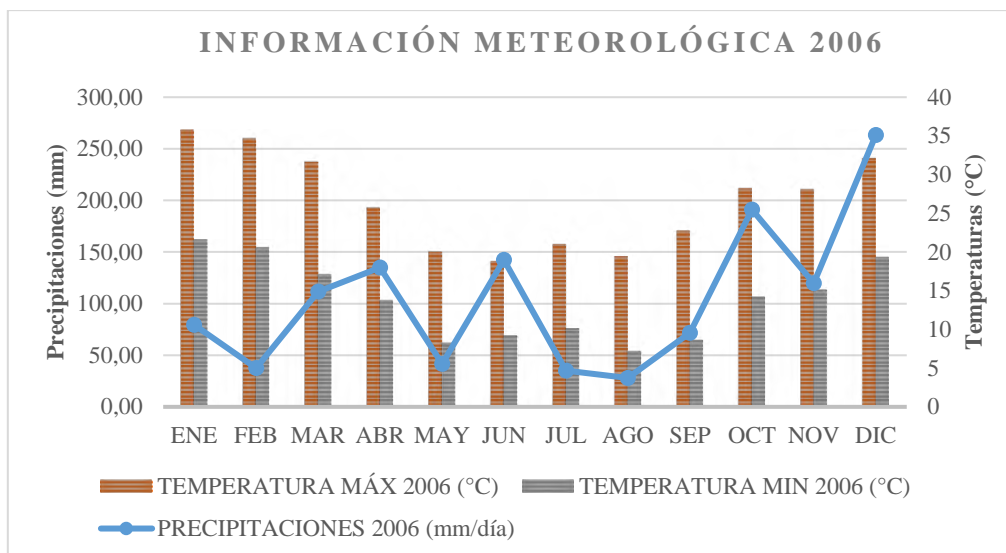


Figura 4. Temperaturas promedias máximas, mínimas mensuales y precipitaciones acumuladas mensuales durante el año 2006.

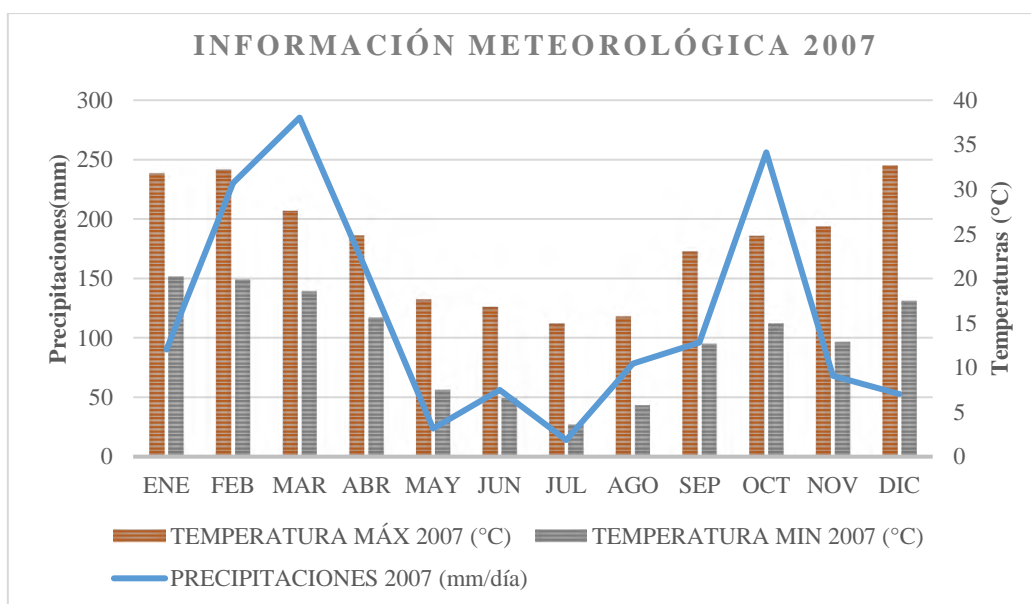


Figura 5. Temperaturas promedias máximas, mínimas mensuales y precipitaciones acumuladas mensuales durante el año 2007.

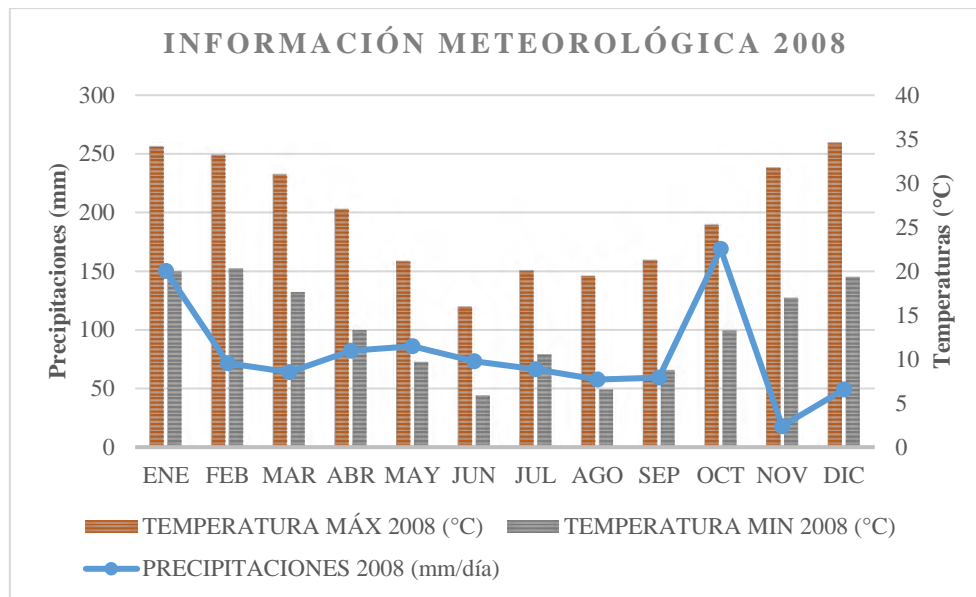


Figura 6. Temperaturas promedias máximas, mínimas mensuales y precipitaciones acumuladas mensuales durante el año 2008.

Con respecto a las precipitaciones, para el año 2006 fue de 1256,13 mm, en 2007 fue 1406,68 mm y en 2008 fue 946,49 mm; se puede observar que en la última campaña fue un año relativamente con menos precipitaciones que los anteriores. Sin embargo, las plantaciones bajo estudio presentaban riego por lo que no se vieron gravemente afectadas.

En relación a las temperaturas, la máxima media anual para el año 2006 fue de 26,47°C, en 2007 fue 23,93°C y en 2008 fue 26,17°C; la mínima media anual para el año 2006 fue de 13,74°C, en 2007 fue 12,86°C y en 2008 fue 13,48°C; lo que indicó que estas no sufrieron grandes variaciones en los años de estudio.

Muestreo de Árboles y Frutos

Para la selección de árboles y frutos, se utilizó un diseño de muestreo al azar bietápico, considerando a cada árbol como una unidad de muestreo primaria (n) y al fruto como unidad secundaria (m). En la primera etapa, correspondiente al árbol, se utilizó un muestreo sistemático con arranque aleatorio, se seleccionaron 20 árboles por lote en la campaña 2006/07 y 15 árboles en la campaña 2007/08; en la segunda etapa correspondiente a los frutos por árbol, en cada uno de los árboles se identificaron al azar 30 frutos distribuidos en diferentes sectores de la copa; a los que se realizó un seguimiento donde se midió el diámetro ecuatorial (mm) y diámetro polar (mm), empleando calibre digital. Las mediciones se realizaron con una frecuencia semanal o quincenal, a partir de la fecha de plena flor (80% de flores abiertas más caída de pétalos) hasta el momento de

cosecha. En la campaña 2006/07 las cantidades de fechas de mediciones en Los Hermanos fueron 29 y Santa María 31, mientras que en la campaña 2007/08, se midieron en 37 fechas en los Hermanos y 36 fechas en Santa María.

Ajuste y selección de los modelos de crecimiento

Se realizó un análisis de regresión no lineal que permitió obtener los estimadores por mínimos cuadrados de los parámetros propuestos. Este método, que se encuadra dentro de la optimización matemática, que encuentra los valores de los parámetros desconocidos con el criterio de mínimo error cuadrático, minimizando el cuadrado de las diferencias entre los datos observados y los puntos obtenidos a partir de la función estimada. Se probaron los modelos para describir curvas de crecimiento sigmoideas, como el Logístico, Gompertz, Weibull, Richards, Monomolecular y, a su vez, se consideró la quinta reparametrización del modelo Logístico (L5), dado que es el modelo que mejor describió el crecimiento para naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. ‘Valencia late’ en la provincia de Corrientes por Avanza (2011).

Los modelos fueron evaluados con los criterios de selección clásicos de bondad de ajuste: distribución de los residuales, raíz cuadrada del cuadrado medio del error (CME), y los criterios AIC y BIC.

Las estimaciones de los modelos se realizaron con el paquete InfoStat, 2018. (Di Rienzo, *et al.*, 2018).

Validación y estimación de la precisión del modelo seleccionado

El método de validación cruzada (Cross-Validation), que consiste en dividir aleatoriamente el conjunto de observaciones disponibles en dos partes: un set de entrenamiento, con el cual se genera el modelo y un set de validación, que son observaciones que no se han utilizado en el conjunto de entrenamiento. El error de estimación de validación, también llamado tasa de error de prueba (test error rate), puede ser muy variable, dependiendo exactamente de qué observaciones se incluyen en el conjunto de entrenamiento y cuáles las observaciones que se incluyen en el conjunto de validación. Es un error promedio que resulta de usar un método de aprendizaje estadístico para predecir la respuesta en una nueva observación: es decir, una medida que no se usó para entrenar el método. (James *et al.*, 2013).

Se validaron los modelos obtenidos con las campañas 2006/07 y 2007/08 de la siguiente manera: en primer lugar, se utilizó el 80% de la información para la estimación de los modelos. El 20% restante de los datos se utilizó para estudiar la capacidad predictiva y validar dicho modelo. Se trabajó con el software RStudio versión 3.6.3 (2020) para la manipulación de la información y la validación de los mismos.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Estadística descriptiva

En la Tabla 3 se añade, aparte de lote y campaña, una clasificación más: días después de plena flor (DDPF) la que se consideró en su primer y última fecha de medición. Esto permitió observar que, en la primera campaña se comenzó las mediciones en Los Hermanos a los 94 DDPF y en Santa María a los 121 DDPF, se terminó a los 306 y 350 DDPF, respectivamente; en la siguiente campaña inició en Los Hermanos a los 61 DDPF y en Santa María a los 65 DDPF finalizando a los 355 y 367 DDPF, respectivamente.

Se aclara que se parte del registro de una cantidad de frutos mayor a la que se finaliza, porque en ese lapso transcurrido se pierden frutos (generalmente por caída de los mismos); para ambas campañas y lotes se obtuvo un porcentaje de pérdida del 10,95%.

Tabla 3: Medidas de resumen presentando la primer y la última medición de diámetros ecuatorial (DE) y polar (DP), en mm, realizada en las campañas y lotes.

CAMPAÑA	LOTE	DDPF	Variable	n	CV	Mín	Máx
2006/07	Los Hermanos	94	DE	590	15,32	19,60	61,77
		94	DP	590	15,05	21,03	60,82
		306	DE	590	7,75	53,04	86,17
		306	DP	590	8,02	48,64	83,08
	Santa María	121	DE	562	10,73	31,15	59,44
		121	DP	562	10,36	31,65	59,55
		350	DE	562	7,20	51,36	87,24
		350	DP	562	7,42	50,87	79,97
2007/08	Los Hermanos	61	DE	368	19,91	11,63	32,72
		61	DP	368	18,46	11,75	31,83

Santa María	355	DE	368	7,83	56,00	93,00
	355	DP	368	7,93	52,00	84,00
	65	DE	350	15,76	15,64	38,85
	65	DP	350	15,63	14,45	39,36
	367	DE	350	7,08	57,52	86,42
	367	DP	350	7,21	51,46	84,29

En cuanto al coeficiente de variación (CV), se puede observar que es más alto en la primera medición, lo que probablemente se deba al cuajado, el cual está relacionado con una mayor competencia de carbohidratos por el tamaño de los frutos. Los cítricos producen, en general, un número de flores muy alto, la mayor parte de las cuales no llegan a fructificar (Guardiola, 1992; Talón, 1997).

En la Tabla 4 se pueden observar las medidas de resumen, número de observaciones (n), error estándar (E.E.), mínimo y máximo (Mín, Máx), todas ellas aplicadas al diámetro ecuatorial y diámetro polar (DE, DP) en las distintas campañas y lotes, en el total de las fechas (a diferencia de la tabla 3 que muestra información de la fecha inicial y final).

Tabla 4: Medidas de resumen del diámetro ecuatorial (DE) y diámetro polar (DP), en mm, por lote y campaña, en todas las fechas.

CAMPAÑA	LOTE	Variable	n	E.E.	Mín	Máx
2006/07	Los Hermanos	DE	17110	0,08	19,60	92,65
		DP	17110	0,07	21,03	89,29
	Santa María	DE	17419	0,06	31,15	87,24
		DP	17419	0,06	31,65	79,97
2007/08	Los Hermanos	DE	13616	0,14	11,63	94,11
		DP	13616	0,12	11,75	84,00
	Santa María	DE	12596	0,11	15,64	86,42
		DP	12596	0,10	14,45	84,29

Debido a que se observó un comportamiento similar entre los diámetros ecuatorial y polar y considerando antecedentes como Avanza (2011), se decidió realizar un análisis de

correlación de Pearson, entre las variables DE y DP. Se obtuvo un $r = 0,96$ y un p-valor menor que 0,0001. Por tanto, teniendo en cuenta la alta correlación que es evidenciada entre ambas variables, de aquí en adelante se trabajará con DE como indicador del tamaño del fruto.

Ajuste y selección de los modelos de crecimiento

En la Tabla 5, se presentan los modelos evaluados y los criterios de selección utilizados: Criterio de Información de Akaike (AIC), el que tiene en cuenta los cambios en la bondad de ajuste y las diferencias en el número de parámetros entre dos modelos. Los mejores modelos son aquellos que presentaron el menor valor de AIC.

Tabla 5: Modelos no lineales evaluados.

MODELOS	AIC	BIC	CME
Gompertz	374343	374379	27,7985
Logístico	374799	374835	28,0081
L5	374799	374835	28,0081
Monomolecular	388837	388873	35,2901
Weibull		**	
Richards	394664	394709	38,8430

AIC: criterio de información de akaike, BIC: criterio de información baysediano, CME: cuadrado medio del error. **: Para la estimación que realiza Nelder-Mead el modelo Weibull no converge.

De la totalidad de la información evaluada ($n=60741$), el modelo que mejor ajustó la relación del DE (mm) y los DDPF, fue el modelo Gompertz por presentar menores valores de los criterios de selección AIC, BIC y CME. Este modelo difiere de lo encontrado por Avanza (2011) quien seleccionó el modelo L5, lo que podría ser debido a diferencias ambientales entre las localidades analizadas, en función de estos resultados se procedió a evaluar los modelos Logístico, L5 (quinta reparametrización del modelo Logístico) y Gompertz por campaña y lote, dado que presentaban los menores valores de AIC, BIC y CME como se presentó en la tabla 5.

La Tabla 6 muestra los criterios de selección de modelos, para cada lote y campaña.

Tabla 6: Modelos evaluados en naranja dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. ‘Valencia late’.
Modelo Logístico, L5 y Gompertz por campaña y lote.

Campaña	Lote	Modelo	AIC	BIC	CME
2006/07	Los Hermanos	Logístico	106787	106818	30,0564
		L5	106787	106818	30,0564
		Gompertz	106889	106920	30,2366
	Santa María	Logístico	102654	102685	21,2231
		L5	102654	102685	21,2231
		Gompertz	102759	102790	21,3514
2007/08	Los Hermanos	Logístico	84066	84096	28,1020
		L5	84066	84096	28,1020
		Gompertz	83645	83676	27,2477
	Santa María	Logístico	74175	74204	21,1259
		L5	74175	74204	21,1259
		Gompertz	73817	73847	20,5351

AIC: criterio de información de akaike, BIC: criterio de información baysediano, CME: cuadrado medio del error.

Se observó que hay diferencia en los modelos por campaña, en el 2006/07 ambos lotes responden tuvieron un mejor ajuste con el modelo Logístico y L5, en cambio, en la campaña 2007/08 el modelo que mejor demostró estimar el diámetro de los frutos en función de los DDPF fue el de Gompertz. El crecimiento de los frutos entonces estaría afectado por la campaña y los manejos culturales del monte frutal, otro factor que podría ser el causante de la diferencia es la fecha de inicio de las mediciones. Agustí (2003), considera que la fase I es hasta el final de la caída fisiológica de los frutos y que la fase II en el caso de variedades tardías, como lo es ‘Valencia’, puede durar de 5 a 6 meses. Así mismo, de Camacaro *et al.*, (2009) realizaron estudios en naranjo ‘Valencia’ en el Estado Portuguesa, Venezuela, afirman que el principal pico de abscisión de flores y frutos recién cuajados se da entre los primeros 30 a 60 días después de antesis, según las condiciones meteorológicas prevalecientes. De modo similar, Guardiola (1992) señala que la reducción de la caída de flores y frutos recién formados ocurre alrededor de 15 semanas después de antesis y que va estar determinado por el número de flores presentes y las condiciones climáticas. Por todo lo expuesto, se puede inferir que en la primera

campaña inician las mediciones en principios o mediados de la fase II del crecimiento del fruto, en cambio, para la segunda campaña fue finalizando la fase I y dando comienzo a la fase II, lo que modificaría el ajuste de los modelos. Para registrar el crecimiento del fruto de tangor Ortanique da Cunha Barros *et. al* (2006), comenzaron las mediciones de diámetro ecuatorial a partir de los 28 días post-floración. Por otra parte, Álvarez *et. al* (1999), realizaron las mediciones a partir de los 10 días después de plena floración para describir crecimientos doble sigmoideos en frutos de un nectarin tardío (cv Sun Grand), en cuanto que Casierra-Posada *et. al* (2003), para evaluar el crecimiento de frutos de manzano 'Anna' (*Malus domestica* Borkh) determinaron periódicamente el crecimiento desde los 30 días después de plena floración. Todos estos investigadores iniciaron sus registros de crecimiento de forma anticipada pudiendo abordar desde la fase I del fruto, y luego prosiguieron con mediciones semanales/quincenales hasta la cosecha. Si bien, son diferentes especies, e incluso en el grupo de las naranjas se distinguen variedades tempranas, intermedias y tardías como lo es Valencia (Agustí, 2012), es importante tener en cuenta las mediciones de las tres fases de los frutos para ajustar el modelo sigmoideo.

Validación y estudio de la precisión del modelo seleccionado

Se utilizó el método de validación cruzada, para ver la precisión de los modelos ajustados. A partir del procedimiento *nls* del paquete *stats*, se evaluaron los modelos no lineales: Logístico, L5 y Gompertz con el software RStudio.

De los resultados obtenidos, el que presentó menor % porcentaje de error de estimación fue el modelo Gompertz (Tabla 7).

Tabla 7. Porcentaje (%) de errores de estimación de los modelos no lineales.

Modelo	Error de estimación %
Gompertz	27,82
Logístico	28,05
L5	28,04

De igual manera, en la Tabla 8 se analizó el porcentaje de error de estimación por lote y por campaña por las diferencias encontradas en la selección del modelo.

El error de predicción es menor en el lote Santa María que en Los Hermanos. Sin embargo, en la campaña 2006/07 tiene menor porcentaje de error el modelo L5 y en la

campaña 2007/08 el modelo Gompertz. Tal como, Gamarra (2019) en los estudios de crecimiento para el fruto de limonero ‘Eureka’ en Corrientes, en el modelo seleccionado (Logístico) obtuvo un porcentaje de error de estimación de 25,01%. Al igual que Bóbeda *et al.*, (2018), en estudios de árboles de regresión donde comparaban métodos de pronóstico para naranja y mandarina, obtuvo que en naranja el porcentaje de error era 24,7%.

Tabla 8. Porcentaje de error de estimación (%) de los modelos Logístico, L5 y Gompertz, por campaña y lote.

Campaña	Lote	Modelo	Error de estimación %
2006/07	Los Hermanos	Logístico	30,1792
		L5	30,1785
		Gompertz	30,3590
	Santa María	Logístico	21,3527
		L5	21,3430
		Gompertz	21,4710
2007/08	Los Hermanos	Logístico	28,3102
		L5	28,2729
		Gompertz	27,4401
	Santa María	Logístico	21,2539
		L5	21,2445
		Gompertz	20,6644

Por lo tanto, para estimar DE (diámetro ecuatorial, expresado en mm) en función de los DDPF (días después de plena flor) queda expresado mediante la fórmula de Gompertz:

$$DE (mm) = \alpha * \exp(-\beta * \exp(-\gamma * DDPF))$$

Donde:

DE (mm): diámetro ecuatorial de frutos.

α : Parámetro relacionado con la asíntota superior (máximo crecimiento del fruto).

β : Parámetro relacionado con la ordenada al origen de la función.

γ : Parámetro relacionado con la velocidad de crecimiento del fruto.

DDPF: días después de plena floración.

La estimación de los parámetros alfa, beta y gamma, resultaron significativos para el diámetro ecuatorial de frutos de naranja, ($p < 0.0001$).

Tabla 9. Estimación de parámetros del modelo Gompertz ajustado, error estándar (EE) y p-valor de los frutos de naranja ‘Valencia’.

Parámetros Estimados		EE	p-valor
α	70,9200	0,057	< 0,0001
β	2,5982	0,0183	< 0,0001
γ	0,0149	0,0000708	< 0,0001

CONCLUSIONES

- El patrón general de crecimiento estudiado para naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. ‘Valencia late’ en Entre Ríos se describe con la ecuación matemática de Gompertz: $DE \text{ (mm)} = \alpha * \exp(-\beta * \exp(-\gamma * DDPF))$. Los parámetros son $\alpha = 70,9200$, $\beta = 2,5982$ y $\gamma = 0,0149$.
- La precisión del modelo de crecimiento seleccionado (Gompertz) se obtuvo mediante una validación cruzada con un porcentaje de error de estimación del 27,82%. Cuando se estudió a nivel de campaña y lote, hubo discrepancias en las campañas, con el modelo que presenta menor porcentaje de error de estimación; y por lote, dado que Santa María presenta menor porcentaje de error que Los Hermanos.

ANEXO I: Modelos ajustados

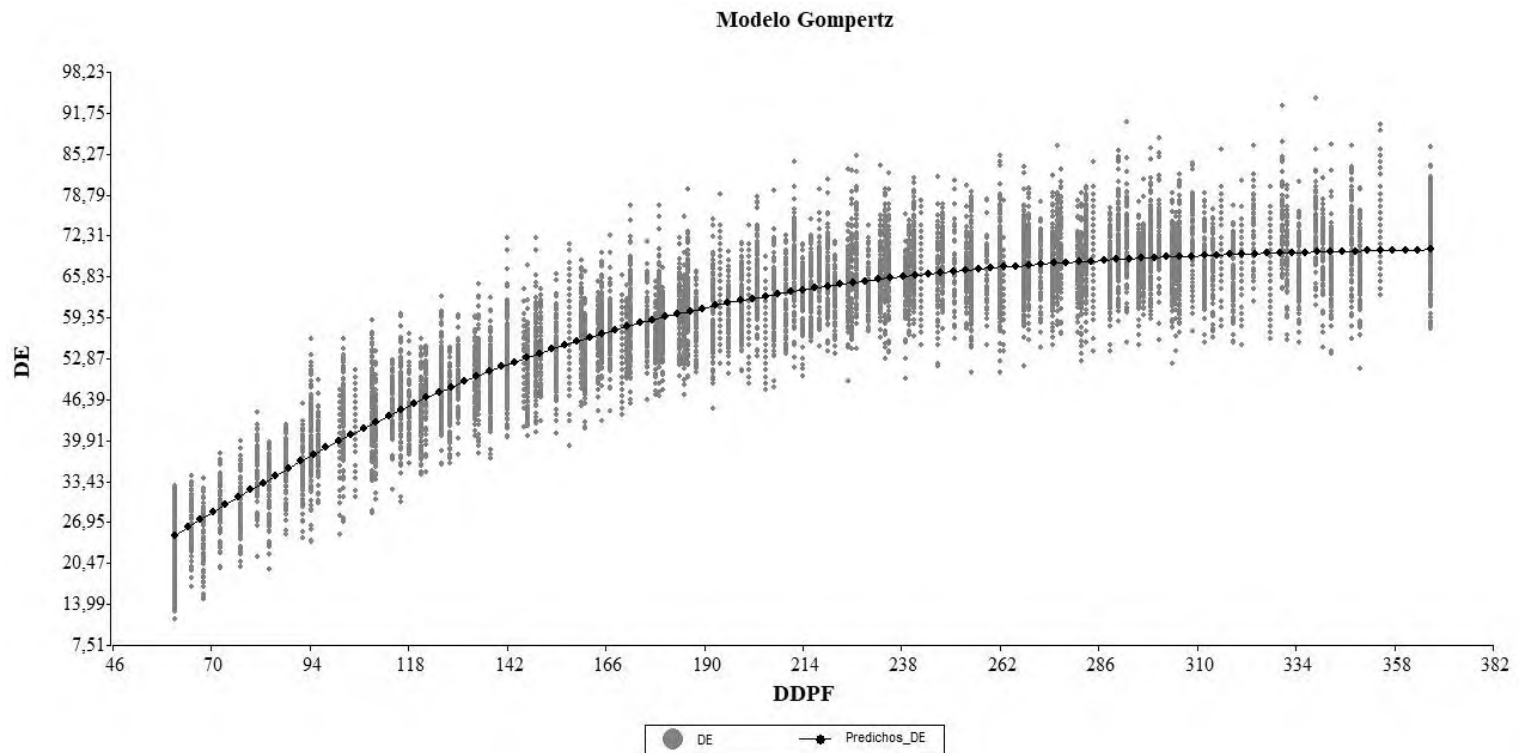


Figura 1. Curva promedio de crecimiento de naranjo ‘Valencia’ (diámetro ecuatorial y días después de la plena floración), ajuste del modelo Gompertz.

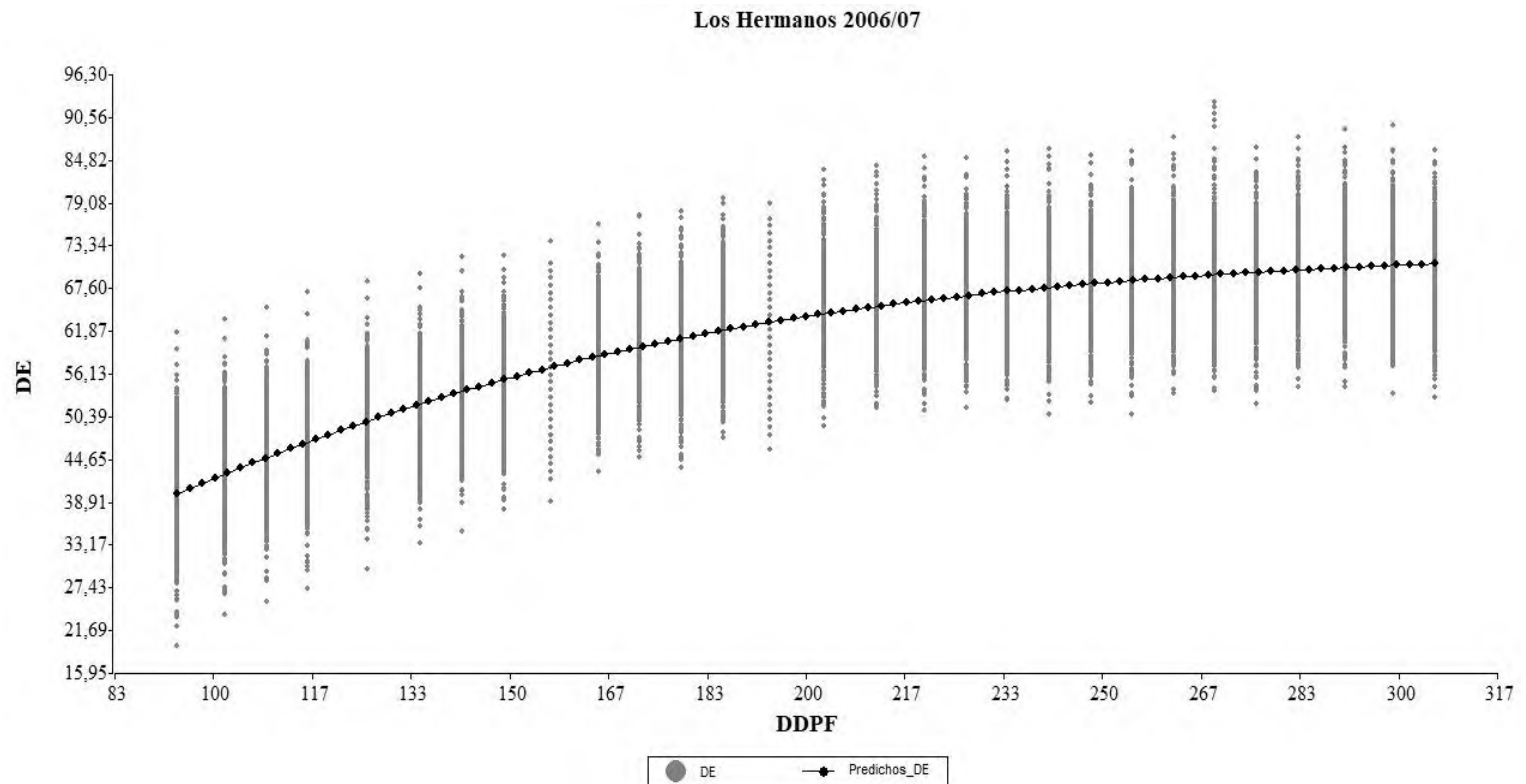


Figura 2. Curva promedio de crecimiento de naranjo ‘Valencia’ (diámetro ecuatorial y días después de la plena floración) del modelo Gompertz para Los Hermanos en 2006/07.

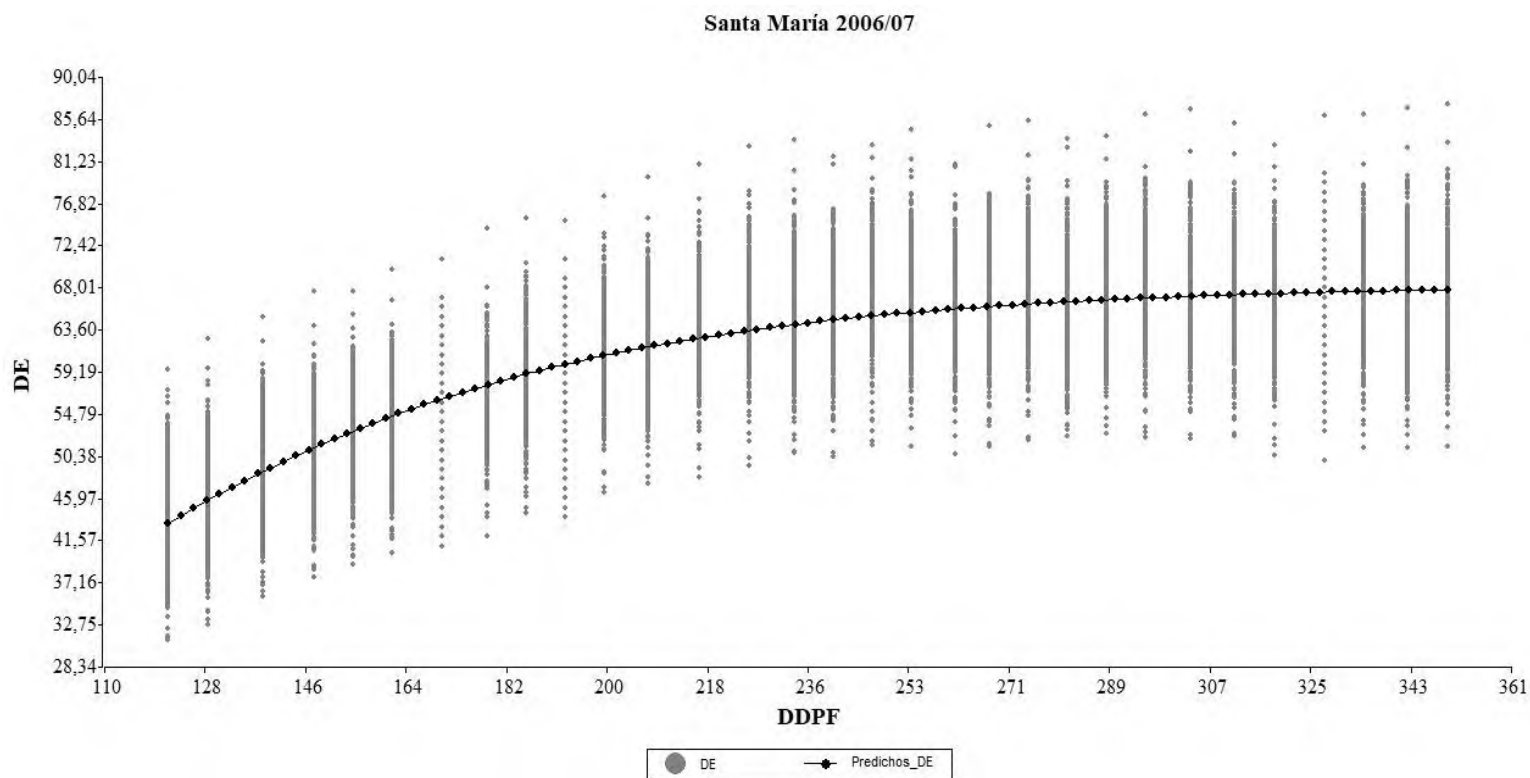


Figura 3. Curva promedio de crecimiento de naranjo ‘Valencia’ (diámetro ecuatorial y días después de la plena floración) del modelo Gompertz para Santa María en 2006/07.

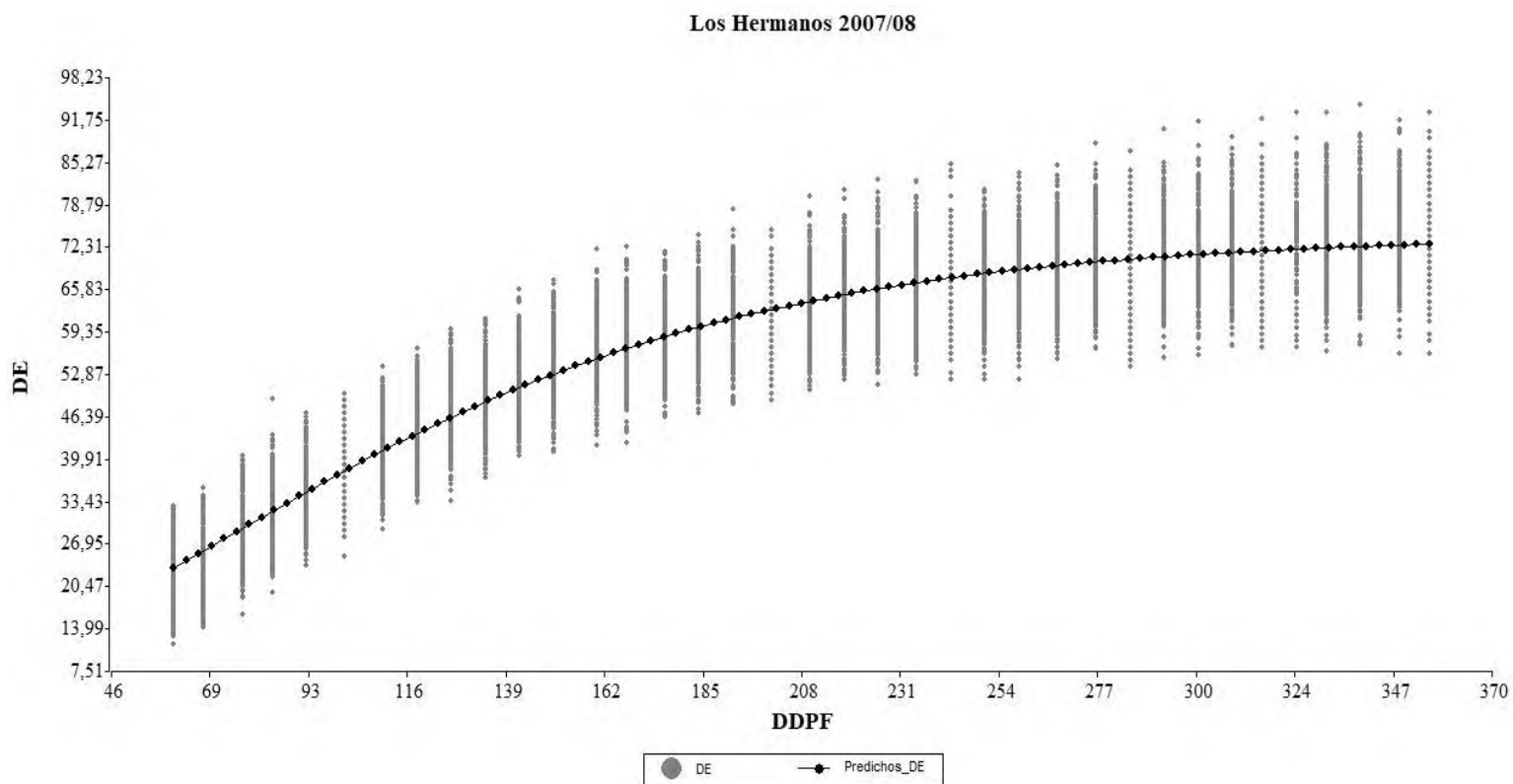


Figura 4. Curva promedio de crecimiento de naranjo ‘Valencia’ (diámetro ecuatorial y días después de la plena floración) del modelo Gompertz para Los Hermanos en 2007/08.

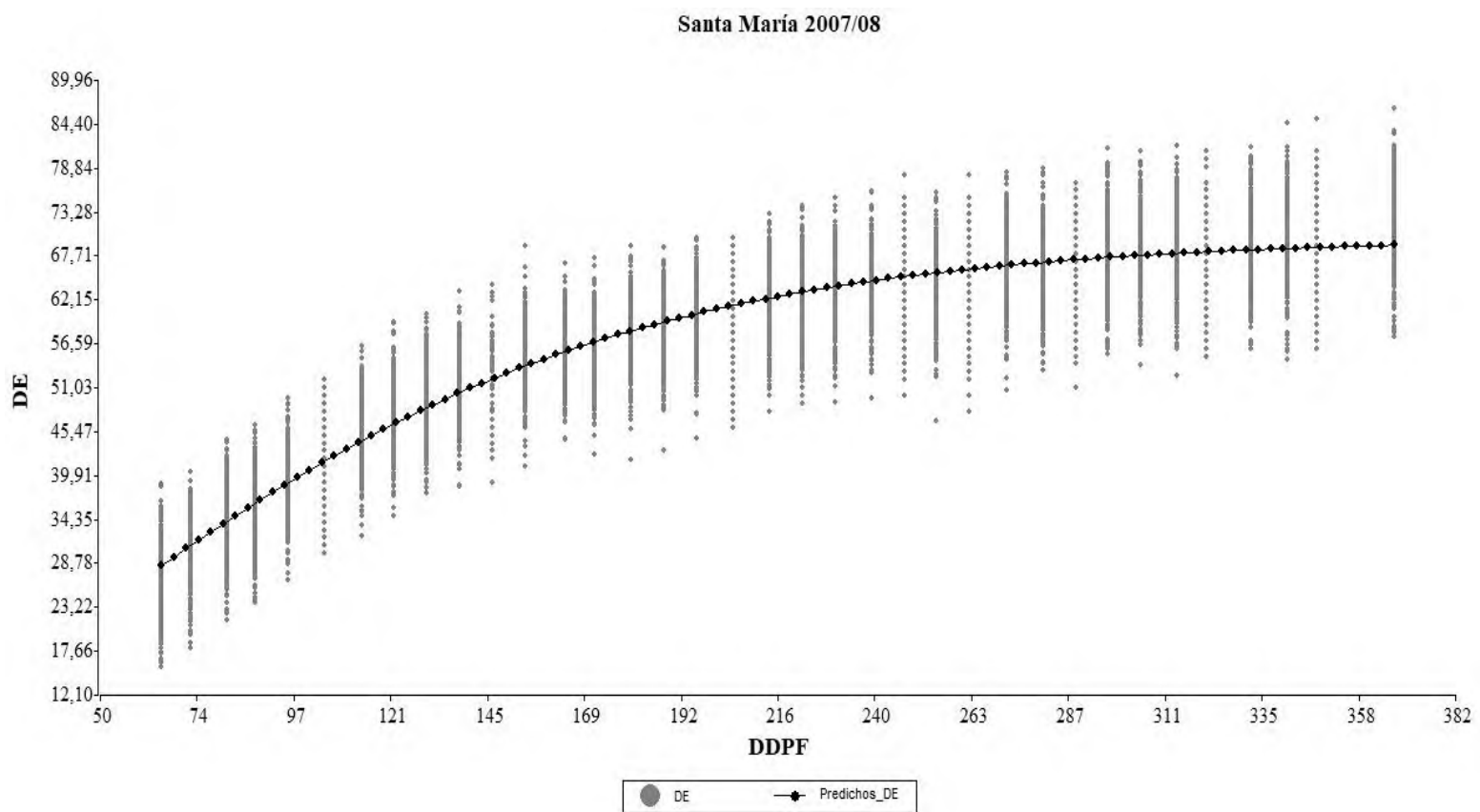


Figura 5. Curva promedio de crecimiento de naranjo ‘Valencia’ (diámetro ecuatorial y días después de la plena floración) del modelo Gompertz para Santa María en 2007/08.

ANEXO II: Datos meteorológicos

PARÁMETROS	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL ANUAL
PRECIPITACIONES 2006 (mm/día)	79,46	37,69	111,58	135,06	41,47	142,26	34,93	27,95	71,70	191,09	119,70	263,24	1256,13
TEMPERATURA MÁX 2006 (°C)	35,76	34,67	31,64	25,71	20,03	18,79	20,96	19,43	22,75	28,21	28,08	32,1	26,47
TEMPERATURA MIN 2006 (°C)	21,64	20,58	17,13	13,77	8,27	9,23	10,12	7,2	8,63	14,23	15,14	19,34	13,74
PARÁMETROS	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL ANUAL
PRECIPITACIONES 2007 (mm/día)	90,06	230,32	285,37	156,16	23,49	56,32	14	78,34	96,02	256	67,99	52,61	1406,68
TEMPERATURA MÁX 2007 (°C)	31,79	32,21	27,56	24,82	17,64	16,8	14,92	15,72	23,02	24,79	25,83	32,67	23,93
TEMPERATURA MIN 2007 (°C)	20,14	19,79	18,47	15,53	7,47	6,54	3,58	5,73	12,59	14,88	12,81	17,4	12,86
PARÁMETROS	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TOTAL ANUAL
PRECIPITACIONES 2008 (mm/día)	150,11	71,65	64,03	82,17	86,08	73,11	66,32	57,76	59,19	169	17,91	49,16	946,49
TEMPERATURA MÁX 2008 (°C)	34,11	33,11	30,95	26,96	21,07	15,9	20,02	19,39	21,18	25,24	31,69	34,53	26,17
TEMPERATURA MIN 2008 (°C)	19,95	20,32	17,61	13,3	9,64	5,84	10,52	6,51	8,73	13,23	16,97	19,34	13,48

BIBLIOGRAFÍA

Agustí, M. (2003). *Citricultura* (No. 634.3 A3).

Agustí, M. (2012). *Citricultura* (No. 634.3 A282).

Álvarez, A., & Boche, S. (1999). Modelos matemáticos para describir crecimientos doble sigmoideos en frutos de un nectarin tardío (cv Sun Grand). *Agro sur*, 27(1), 21-28.

Avanza, M. M., Giménez, L., Mazza, S. M., & Rodriguez, V. A. (2004). Descripción del crecimiento de frutos de naranjo dulce mediante el uso de modelos no lineales. *Comunicaciones Científicas y Tecnológicas. Universidad Nacional del Nordeste, Argentina*.

Avanza, M. M., Bramardi, S. J., & Mazza, S. M. (2008). Statistical models to describe the fruit growth pattern in sweet orange "Valencia late". *Spanish Journal of Agricultural Research*, 6(4), 577-585.

Avanza, M. M. (2011). Desarrollo de una propuesta metodológica para la predicción de cosecha de naranjo dulce (*Citrus sinensis* L. Osbeck) var. Valencia late en la provincia de Corrientes (tesis doctoral). Universidad Nacional del Nordeste, Corrientes, Argentina.

Bain, J. M. (1958). Morphological, anatomical, and physiological changes in the developing fruit of the Valencia orange, *Citrus sinensis* (L) Osbeck. *Australian Journal of Botany*, 6(1), 1-23.

Bóbeda, G. R. R., Giménez, L. I., Mazza, S. M., Bramardi, S. (2017). Curvas de crecimiento para la elaboración de tablas de predicción de calibres de frutos de "Tangor Murcott". *VI Encuentro Iberoamericano de Biometría*. ISSN 1390-3004.

Bóbeda, G. R., Combarro, E. F., Mazza, S., Giménez, L. I., & Díaz, I. (2018). Using regression trees to predict citrus load balancing accuracy and costs. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 12(1), 79-89.

Casierra-Posada, F., Hernandez, D. I., Lüdders, P., & Ebert, G. (2003). Crecimiento de frutos y ramas de manzano 'Anna' (*Malus domestica* Borkh) cultivado en los altiplanos colombianos. *Agronomía Colombiana*, 21(1-2), 69-73.

Chacín, A. E. C., Bonafine, O., Natera, J. R. M., Laverde, D., & Puesme, R. (2012). Crecimiento, desarrollo y calidad del fruto de Lima" Tahití" (*Citrus latifolia* Tanaka) en el Estado Monagas, Venezuela. *Revista Científica UDO Agrícola*, 12(3), 535-541.

da Cunha Barros, M., & Gravina, A. (2006). Influencia del tipo de brote en el cuajado y crecimiento del fruto del tangor ortanique. *Agrociencia-Sitio en Reparación*, 10(1), 37-46.

de Camacaro, M. P., & Jiménez, A. (2009). Crecimiento y abscisión del fruto de naranja valencia (*Citrus sinensis* L. Osbeck) en un huerto del estado Portuguesa, Venezuela. *Bioagro*, 21(2), 133-138.

Di Rienzo, J. A., Casanoves, F., Balzarini, M., Gonzalez, L., Tablada, M., Robledo, C., & Estadístico, I. S. (2018). Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2013. *Grupo InfoStat, FCA. JA Di Rienzo, F. Casanoves, MG Balzarini, L. Gonzalez, M. Tablada, CW Robledo, Grupo InfoStat, FCA, Universidad Nacional de Cordoba, Argentina.*

Franco & Gravina A. (2000). Early prediction of fruit size haverst for Valencia orange using experimental data. *Proc. Intl.Citricul.* 456-458.

Federcitrus, 2018. La Actividad Citrícola Argentina. [en línea]. <http://www.federcitrus.org.ar/actividad-citricola-2017.pdf>. [Consulta: Mayo, 2018].

Gamarra, M. (2019). Curvas de crecimiento en limonero 'Eureka' y distribución del tamaño del fruto al momento de cosecha (tesis de grado). Universidad Nacional del Nordeste, Corrientes, Argentina.

Gil, F. (1996). Bases para elaborar un pronóstico de cosecha de manzano (*Malus pumila* Mill) cv. Fuji. Factores que modifican el crecimiento el crecimiento del fruto (Tesis de maestría). *Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales, Universidad de Chile*, 99pp.

Guardiola, J. (1992). Fruit set and growth. In: Donadío L.C. (Ed.) *Second International Seminar on Citrus. Bebedouro, Sao Pablo, Brazil*: 1-30.

James, G., Witten, D., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2013). *An introduction to statistical learning* (Vol. 112, pp. 3-7). New York: springer.

Morgan P.H., Mercer L.P., Flodin N.W. (1975). General model for nutritional responses of higher organisms. *Proc Nat Acad Sci USA* 72, 4327-4331

Palacios, J. (2005). *Citricultura*.

R Development Core Team, version 3.6.3 (2020-02-29): A language and environment for statistical computing. *R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria*. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.

Ratkowsky D.A. (1983). Nonlinear regression modeling: a unified practical approach, Marcel Dekker Inc., NY, USA, 276 pp.

Regazzi, A. J., & Silva, C. H. O. (2004). Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear. I. dado no delineamento inteiramente casualizado. *Revista de Matemática e Estatística*, 22(3), 33-45.

Richards F.J. (1959). A flexible growth function for empirical use. *J Exp Biol* 10, 290-300.

Rojas-Lara, P. C., Pérez-Grajales, M., Colinas-León, M. T. B., Sahagún-Castellanos, J., & Avitia-García, E. (2008). Modelos matemáticos para estimar el crecimiento del fruto de chile manzano (*Capsicum pubescens* R y P). *Revista Chapingo. Serie horticultura*, 14(3), 289-294.

Tassile, V.; Alvarez, O; Bramardi, S. (2001). Tratamiento de modelos ajustados a medidas repetidas sobre una misma unidad muestral. Una aplicación al crecimiento de manzanos cv. Red Delicious. *XXIX Coloquio de la Sociedad Argentina de Estadística. Neuquén, Argentina*. Resúmenes Pag. 71. Trabajo completo en Actas. CD.

Talón, M. (1997). Regulación del cuajado del fruto en Cítricos: Evidencias y Conceptos. *Levante Agrícola*, 338: 27-37.