

Universidad Nacional del Nordeste

Facultad de Ingeniería

Carrera:

Doctorado de la Universidad Nacional del Nordeste en el Área de la Ingeniería



**Modelado numérico de medios porosos multifásicos.
Aplicación a filtración y estabilidad de taludes mediante
algoritmos genéticos**

T E S I S

Para obtener el título de:

Doctor de la Universidad Nacional del Nordeste en el Área de la Ingeniería

Presenta:

Ing. Pablo Alejandro Beneyto

Director de tesis:

Prof. Dr. Ing. Héctor Ariel Di Rado

Co-Director de tesis:

Prof. Dr. Ing. Armando Miguel Awruch

Resistencia, Chaco Argentina

2016

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE



MODELADO NUMÉRICO DE MEDIOS POROSOS
MULTIFÁSICOS. APLICACIÓN A FILTRACIÓN Y
ESTABILIDAD DE TALUDES MEDIANTE ALGORITMOS
GENÉTICOS

por

Pablo Alejandro Beneyto

Director: Prof. Dr. Ing. Héctor Ariel Di Rado

CoDirector: Prof. Dr. Ing. Armando Miguel Awruch

Tesis presentada como requerimiento parcial

para acceder al grado de

Doctor de la UNNE en el área de la Ingeniería

Editado en L^AT_EX

Agosto, 2016

Índice general

Objetivos y motivaciones	XI
Agradecimientos	XVII
1. El problema de la consolidación en suelos no saturados con presencia de poluentes	1
1.1. Introducción	1
1.1.1. El fenómeno de la consolidación en suelos	1
1.1.2. Origen de los suelos no saturados	4
1.1.3. Propiedades de las fases y relaciones entre ellas	7
1.2. Naturaleza y propiedades de fases de suelos no saturados	7
1.2.1. 2.1 Introducción	7
1.2.2. ¿Qué es un suelo no saturado?	8
1.2.3. Características distintivas de la piel contráctil	10
1.2.4. Designación de variables de estado de tensiones	11
1.2.5. Propiedades de fase	12
1.3. Flujo en zona no saturada	16
1.3.1. El suelo como un medio poroso	18

1.3.2. Potencial agua-suelo	19
1.3.3. Curvas características suelo-agua	21
1.3.4. Variables de estado para suelos no saturados	22
1.4. Permeabilidad	23
1.5. Permeabilidad efectiva y relativa	25
1.5.1. Aproximaciones	31
1.5.2. Modelo de Corey	32
1.5.3. Modelo LET	33
1.6. Sistemas trifásicos	34
2. Modelado matemático de suelos no saturados con poluentes	39
2.1. Introducción	39
2.2. Ecuaciones de gobierno	43
2.2.1. Modelo de descomposición aditiva propuesto	45
2.2.2. Equilibrio mecánico	50
2.2.3. Modelo de flujo: fase agua	50
2.2.4. Modelo de flujo: fase poluente	51
2.2.5. Modelo de flujo: fase gaseosa	52
2.3. Estados de suelos propuestos	53
2.3.1. Combinación 1	53
2.3.2. Combinación 2	56
2.3.3. Combinación 3	58

2.4. Sistema de ecuaciones para análisis de suelos no saturados con presencia de poluentes	60
2.4.1. Acoplamiento de las ecuaciones de equilibrio mecánico con las de flujo:	61
2.5. Flujo multifásico. Generalización para n fluidos mutuamente inmiscibles . .	65
2.5.1. Fase sólida:	65
2.5.2. Fase líquida:	66
2.5.3. Fase gaseosa:	66
2.6. Casos límites: Validación del modelo.	67
2.6.1. Caso totalmente saturado	67
2.6.2. Dos fases líquidas equivalentes con presencia de fase aire.	68
2.7. Implementación mediante el Método de los Elementos Finitos	71
2.8. Ejemplos numéricos	75
2.8.1. Columna unidimensional de suelo	75
2.8.2. Zapata corrida	77
3. Estabilidad de Taludes	81
3.1. Introducción	81
3.2. El problema de la estabilidad de taludes	84
3.3. Deslizamientos	87
3.3.1. Deslizamientos Superficiales (creep)	87
3.3.2. Movimiento del cuerpo del talud	88
3.3.3. Flujos	89
3.4. Métodos existentes para determinar la superficie de falla crítica	90

3.5. El método de los elementos finitos y los métodos de equilibrio límite	92
3.6. Obtención del factor de seguridad	100
3.7. Obtención de la superficie de deslizamiento circular crítica	102
3.8. Algoritmos genéticos	103
3.9. Algoritmo de Optimización	106
3.9.1. Población inicial	107
3.9.2. Selección	108
3.9.3. Cruzamiento	109
3.9.4. Mutación	109
3.10. Resultados	110
3.10.1. Ejemplo 1: Talud vertical	110
A. Métodos de Equilibrio límite	119
A.1. Método Ordinario	119
A.2. Método Simplificado de Bishop	120
A.3. Método Simplificado de Janbu	122
A.4. El método de Morgenstern-Price	123
A.5. Método de Spencer	124
B. Filtración	127
B.1. Introducción	127
B.2. Obtención directa de la superficie libre	129
B.3. Implementación de Algoritmos Genéticos	131
B.3.1. Estrategia de optimización	131

B.3.2. Selección	132
B.3.3. Cruzamiento	132
B.3.4. Mutación	133
B.4. Resultados numéricos	134
C. Conclusiones	139
C.1. Conclusiones	139
Bibliografía	143

Índice de tablas

1.1. Espesores típicos de suelos residuales [72].	5
2.1. Condiciones de borde	78
3.1. Pseudocódigo elemental del AG implementado.	107
3.2. Propiedades mecánicas y variables de control.	111
3.3. Propiedades mecánicas.	113
3.4. Variables de control del programa de círculos.	115
3.5. Variables de control del programa de AG	115
3.6. Resumen de los resultados obtenidos por ambos programas	116
B.1. Valores del ejemplo corrido.	134
B.2. Valores del ejemplo corrido.	134

Índice de figuras

1.1. Distribución de la densidad a través de la interfase aire-agua (piel contráctil) [71].	10
1.2. Diagrama de fases para un suelo no saturado.	13
1.3. Elemento de suelo no saturado con fase de aire continua.	14
1.4. Fenómeno de tensión superficial en la interfase agua-aire. (a) Fuerzas in- termoleculares que actúan sobre la piel contráctil. (b) Fuerzas de tensión superficial asociadas con la superficie curvada bidimensional.	17
1.5. Curva característica succión-saturación.	21
1.6. Modelo de flujo lineal	24
1.7. Modelado de curvas características de suelos arcillosos.	30
1.8. Gráfico en el cual se indica como obtener los valores de p_i^c, p_p^c, S_{w_i} y S_{w_0} con el objeto de calcular los parámetros a, n y m , usados en la ecuación [1.21] [44].	30
1.9. Normalización de valores de saturación de agua.	32
1.10. Ejemplo de aproximación de Corey en coordenadas S_w normalizadas, con coeficientes $N_0 = N_w = 2$	33
1.11. Ejemplo de correlación LET, con $L=E=T=2$, y $K_{rw}^0 = 0,6$, S_w en coorde- nadas normalizadas	35

1.12. Sistema de representación triangular.	36
1.13. Representación de la permeabilidad relativa de agua.	37
1.14. Propuesta de zonas de dependencia de permeabilidad relativa.	37
1.15. Representación esquemática de ejes para saturaciones en sistemas de cuatro fases.	38
2.1. Volumen elemental representativo de un medio multifásico a escala mi- croscópica.	44
2.2. Esquema representativo de volumen diferencial de suelo.	45
2.3. Descomposición del estado de tensiones de un elemento representativo de un medio poroso multifásico	47
2.4. Primer conjunto de variaciones de volumen de elementos representativos de suelo.	53
2.5. Segundo conjunto de variaciones volumétricas de elementos representativos de suelo.	56
2.6. Tercer conjunto de variaciones volumétricas de elementos representativos de suelo	58
2.7. Esquema del mapeo entre el espacio de saturaciones reales y el espacio de saturaciones reducidos.	64
2.8. a) Mapeo de presiones capilares utilizando interpolación lineal, b) gráfico tridimensional de las presiones capilares.	65
2.9. Columna de suelo: a) Geometría y condiciones de contorno; b) Desplaza- miento vs. Tiempo para los puntos seleccionados. (Beneyto et.al. (2015) [35])	76
2.10. Presión de poro a 0.5m de profundidad para: a) fase aire; b) fase agua; c) fase poluente	77

2.11. Malla de elementos finitos distorsionada	78
2.12. Distribución de la presión del poro de agua	79
2.13. Distribución de la presión del poro de poluente	79
3.1. Superficie de deslizamiento en talud de suelo.	84
3.2. Método de obtención de la superficie de falla circular para un punto de la grilla.	102
3.3. Superficie de deslizamiento probable.	108
3.4. Geometría de la masa de suelo con talud vertical.	110
3.5. Superficie de deslizamiento crítica para un talud vertical de suelo seco.	111
3.6. Evolución del factor de seguridad para un talud vertical de suelo seco a lo largo de la ejecución.	112
3.7. Superficie de deslizamiento crítica para un talud vertical de suelo saturado.	113
3.8. Evolución del factor de seguridad para un talud vertical de suelo saturado a lo largo de la ejecución.	114
3.9. Geometría del talud de suelo cohesivo a modelar	115
3.10. Mejores individuos por generación.	116
3.11. Superficie circular ajustada a la obtenida por AG.	116
3.12. Superficie circular obtenida por tanteo y no circular obtenida por AG.	117
B.1. Condiciones de contorno del problema a modelar por el MEF.	129
B.2. Esquema explicativo del mecanismo de cruzamiento de los individuos	133
B.3. Solución para 100 iteraciones ($f_s = 251, 68$), 1000 iteraciones ($f_s = 40, 21$) y valor obtenido de la bibliografía ($f_s = 22, 57$) [110]	135
B.4. Evolución de la población para una probabilidad de mutación de 0,02.	135

B.5. Evolución de la población para una probabilidad de mutación de 0,05.	137
B.6. Malla de elementos finitos del mejor individuo de la población (1000 generaciones)	137
B.7. Líneas equipotenciales obtenidas con la malla de elementos finitos (1000 generaciones)	138

Objetivos y motivaciones

El presente trabajo de Tesis ha sido desarrollado por el Mag. Ing. Pablo Alejandro Beneyto, bajo la dirección del Dr. Ing. Héctor Ariel Di Rado y del Dr. Ing. Armando Miguel Awruch

Los modelos matemáticos para resolver el fenómeno de consolidación en medios porosos representan un tema ampliamente estudiado en la mecánica computacional moderna. Desde los primeros trabajos de Biot, a las complejas formulaciones actuales, se consideraron una amplia gama de situaciones mecánicas, condiciones térmicas, fluidos transportados, condiciones de contorno y tipos de carga. En este trabajo se pretende demostrar que es posible desarrollar un nuevo modelo matemático apto para suelos de la región que permita describir el comportamiento mecánico ante cargas (de materiales porosos con presencia de gas, líquido y poluente en sus intersticios), recurriendo a técnicas numéricas como el Método de los Elementos Finitos para la integración de las ecuaciones obtenidas y el posterior desarrollo del código necesario para su resolución por medio de computador y su aplicación a taludes y filtración mediante técnicas de optimización. Se presenta la deducción de las ecuaciones de gobierno correspondientes a las distintas fases que componen el medio poroso en estudio (sólida, líquida y gaseosa), con la presencia adicional de la fase poluente no miscible en agua, la cual es considerada como una fase adicional.

Se presentan dos innovaciones al modelo basado en la descomposición de estado de tensiones desarrollado previamente por el grupo de investigación del Departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la UNNE: la incorporación de una fase de contaminantes inmiscibles al sistema de tres fases descritas por Di Rado et. al. [35] y la introducción de una función simple ponderada que permite utilizar las curvas

características succión-saturación para los componentes individuales en lugar de utilizar una curva de la mezcla de fluidos, presentando finalmente una generalización para N fases fluidas inmiscibles. Este enfoque matemático mejorado, permitirá ser reducido a otros más restrictivos pero más fáciles de resolver, como el caso saturado, el no saturado sin acoplamiento de la succión, la consolidación sin presencia de contaminantes, la consolidación con presencia de contaminantes o poluentes, pero sin acoplamiento de succión, etc., al limitar convenientemente algunos coeficientes al valor requerido.

Además, se presenta el análisis de estabilidad de taludes mediante la aplicación del método de equilibrio límite utilizando la formulación desarrollada, para esto se obtiene el estado tensional de la totalidad de la masa de suelo mediante el análisis por elementos finitos a través del software FECCUND, en el cual las tensiones normales y de corte obtenidas son computadas en relación a una superficie de falla seleccionada, utilizando un procedimiento para combinar un análisis de tensiones por elementos finitos en un talud con los conceptos del método de análisis por equilibrio límite, y se obtiene un factor de seguridad general que expresa la estabilidad del talud propuesto basándose en las tensiones calculadas en la masa de suelo. Luego se obtiene la superficie de deslizamiento crítica implementando una técnica de optimización heurística denominada algoritmo genético (AG) y se comparan los factores de seguridad obtenidos con los de la búsqueda determinística mediante el método de la grilla.

Se analiza también el flujo de agua a régimen permanente a través de presas de tierra, el cual está gobernado por la ecuación de Laplace y es un problema de gran importancia en la ingeniería práctica. La solución del mismo es el conjunto de curvas que forman la red de flujo dentro del medio poroso, siendo la superficie libre, cuya ubicación es desconocida en el caso de flujo inconfinado, una de las condiciones de contorno de este problema. Sobre esta superficie la presión de poros es igual a la atmosférica y se la considera la primera línea de corriente. Existen métodos empíricos para su obtención, desarrollados originalmente para resolver filtraciones a régimen permanente a través de suelos saturados, homogéneos e isotrópicos, sin embargo, cuando se analizan sistemas de suelos heterogéneos y/o anisotrópicos, se vuelven complejos y difíciles de utilizar. Para resolver casos complejos, se recurre a métodos más sofisticados y a técnicas iterativas para poder obtener la

superficie libre. En este trabajo se empleó el método de los elementos finitos (MEF) como herramienta para conocer la ubicación de la misma mediante dos planteos distintos, el primero consiste en emplear una malla deformable que contiene sólo a la zona saturada, que es deformada a medida que varía la posición de la superficie libre y el segundo es un método de optimización heurística utilizando algoritmos genéticos. Finalmente se comparan ambos métodos y se evalúan las ventajas relativas de cada procedimiento.

El análisis del comportamiento de suelos no saturados multifásicos es de gran interés para las construcciones civiles como edificios y presas de tierra, especialmente cuando la zona de ubicación se encuentra en el valle de antiguos ríos, donde suele encontrarse arcilla, limo o incluso arena con un alto grado de saturación (por lo general debido a la posición del nivel freático), como ocurre en la región noreste de Argentina o el sur de Paraguay y Brasil. En estos lugares, además del fenómeno tradicional de consolidación, y debido a la localización de nuevas industrias, se plantea una situación adicional: las situaciones potenciales de riesgo ambiental relacionadas con el confinamiento de residuos municipales, industriales o nucleares, donde es fundamental el correcto diseño de barreras apropiadas, el hundimiento de la superficie debido a la extracción de aguas subterráneas, o por encima de las explotaciones de yacimientos de hidrocarburos junto a los peligros naturales asociados como deslizamientos de suelos, avalanchas, comportamiento sísmicos de presas de tierra, taludes, etc. Estos hechos y la posibilidad de ampliar el código desarrollado previamente fueron las principales motivaciones para el presente trabajo.

A partir del análisis del comportamiento físico y la interacción entre fases componentes de una masa de suelo, se desarrolló una formulación general para modelar matemáticamente el proceso de consolidación de suelos no saturados con presencia de poluentes. Las ecuaciones que rigen, en términos de desplazamientos y presiones de fluido, dan como resultado un sistema de ecuaciones diferenciales parciales acoplado debido a la incorporación de la tasa de succión dentro del marco matemático ya que involucra al grado de saturación y a las principales variables, ésta es una característica de suma importancia porque revela el papel crucial de la variación de la saturación en el modelado.

El comportamiento de los poluentes dependerá de su capacidad para mezclarse, se analizará el caso más común, en el que los poluentes son inmiscibles, describiendo su

comportamiento mediante la consideración de una fase líquida adicional. En el caso de presencia de poluentes solubles se deben considerar las correspondientes ecuaciones de balance cuando se trate de un medio deformable, o tenerse en cuenta los procesos de transporte: advección, difusión y dispersión.

Si bien lo anterior ha actuado como disparador para realizar el trabajo, se han conseguido algunas ventajas adicionales que se irán detallando a lo largo de la tesis, la cual ha sido dividida en varias partes de modo de ir introduciendo al lector en los diferentes problemas abordados.

Durante el Capítulo 1 se expone una breve teoría de suelos parcialmente saturados y con presencia de poluentes inmiscibles en agua que solo pretende remarcar los elementos sobresalientes del problema y que posteriormente serán usados para desarrollar el modelo matemático de consolidación (denominación bajo la cual se engloba al comportamiento bajo cargas de materiales granulares con fluidos en los intersticios).

En el Capítulo 2, luego de la introducción teórica, se presenta el modelo matemático de consolidación con presencia de poluentes mediante una mecánica deductiva que permite definir la importancia relativa que tienen las diferentes variables relevantes del problema y manifestar algunas interconexiones que quedan muchas veces encubiertas por los despliegues de fórmulas y expresiones. Es importante aclarar que ya se han desarrollado otros modelos que resuelven problemas semejantes al planteado aquí, pero estos en general son poco especializados y consecuentemente pueden no incluir totalmente el problema de interés, además de ser ofrecidos en forma de “enlatados” informáticos de alto costo y sin posibilidades de ser modificados (excepto algunas excepciones).

Primero se enumeran los tensores de tensiones y deformaciones, se desarrollan las relaciones constitutivas que los vinculan y se da lugar a la formulación del problema, analizando además la validación de casos más sencillos y su generalización a N fases inmiscibles, luego se desarrolla la forma discreta (o algebraica) de las ecuaciones diferenciales obtenidas y se las resuelve utilizando el Método de los Elementos Finitos.

En el Capítulo 3 se presenta una introducción a la teoría de optimización utilizando el método heurístico de algoritmos genéticos, se ofrece un abanico de alternativas (motivo

de muchísimas publicaciones) y aunque durante este trabajo no se ha profundizado en las distintas posibilidades que pueden presentarse a la hora de modelar el comportamiento del suelo, se dan los lineamientos para una modificación que permite la utilización del modelo usado en estudios previos para suelos no saturados [14], a suelos no saturados con presencia de poluentes. Para completar, y con miras a la implementación computacional de los sistemas algebraicos, se incluye una guía de los procesos involucrados en forma semejante a un diagrama de flujo muy general pero que permite individualizar los diferentes pasos que deben darse para escribir un código. De alguna manera se pretende que este capítulo sustituya la codificación.

En el Capítulo 4 se aplicaron conjuntamente el modelo de suelo desarrollado y la técnica de optimización heurística para la determinación de la superficie crítica de deslizamiento en el análisis de estabilidad de taludes y la superficie libre y diagrama de flujo y presiones en filtración en medios porosos. Se resolvieron ejemplos recorriendo los diferentes problemas afrontados durante la tesis, tratando de reproducir casos que hayan sido resueltos anteriormente y de los que se conozcan los resultados a partir de otros trabajos de manera de poder contrastar los aquí obtenidos. Finalmente, en el Capítulo 5, se resumen los logros mas importantes y se enuncian los trabajos que pueden desprenderse del desarrollado durante esta Tesis.

Agradecimientos

Al personal del Departamento de Mecánica Aplicada, que siempre han puesto a mi entera disposición todos los recursos para que esta Tesis sea llevada adelante, y especialmente a quien ha sido durante muchos años su Director, Ing. Mario P. Favretto, pilar fundamental de las Carreras de Postgrado de la Facultad de Ingeniería. A mis colegas Javier Mroginski y Guillermo Gutierrez, sin los cuales nunca hubiera culminado este trabajo. A Ricardo Barrios D´ambra, Bruno Uberti y Juan Manuel Podestá, que en este último tramo de carrera aportaron sus energías cuando las propias se ven disminuidas. A mis directores, Dr. Ing. Ariel Di Rado y Dr. Ing. Armando M. Awruch que desde siempre han sido el ejemplo a seguir en mi carrera de Investigador y cuya capacidad de abordar una diversidad impresionante de problemas nunca ha dejado de sorprenderme. Al cuerpo integrante de la Comisión de Postgrado de la Facultad de Ingeniería, por su interminable paciencia. A las autoridades de la Facultad de Ingeniería y de la Universidad Nacional del Nordeste por su apoyo económico. Finalmente, un profundo agradecimiento a mi esposa y mis hijos, por la cantidad de tiempo para compartir que cedieron para terminar este trabajo.

CAPÍTULO 1

El problema de la consolidación en suelos no saturados con presencia de poluentes

1.1 Introducción

Se presentará aquí el marco teórico general para el análisis de consolidación en suelos parcialmente saturados con presencia de poluentes. Primeramente se darán algunos lineamientos generales del comportamiento de los suelos en estado de no saturación, luego se hará referencia a un modelo matemático para la consolidación de este tipo de material geológico, para finalmente presentar conceptos necesarios para el desarrollo de un modelo a partir del presentado por Beneyto et. al. [17], que permite considerar efectos no tenidos en cuenta hasta entonces, permitiendo la posibilidad de poder ser reducido a otros más sencillos (como el presentado por Khalili y Khabbaz [66] y Di Rado et. al. [36] [35]). También se propondrán valores para algunos de los coeficientes utilizados en el modelo, basados en experiencias de laboratorio y conceptos físicos.

1.1.1 El fenómeno de la consolidación en suelos

La mecánica de suelos involucra a la ingeniería mecánica, a las propiedades de los suelos y a su comportamiento. Esta descripción es amplia y puede abarcar un gran espectro de

tipos de suelo, los cuales pueden estar saturados con agua o albergar otros fluidos en sus espacios vacíos, denominados poros, tales como aire, gas o poluentes. Los suelos más estudiados en la mecánica de suelos clásica son las arenas, los limos y arcillas saturadas y las arenas secas, los que han formado parte de la mayoría de los libros del área. A medida que evolucionó el estudio de los materiales, surgió la necesidad de prestar atención a un espectro más amplio de suelos. Los asentamientos experimentados por los suelos compresibles son por lo general excesivos y/o irregulares, causando daños muy serios a las estructuras que soportan, se requiere entonces de rigurosos análisis, como la simulación numérica, que puedan predecir dichos efectos con procedimientos de cálculo que sean capaces de representar las no linealidades físicas y geométricas del comportamiento de la masa del suelo a lo largo del tiempo. Entiéndase por no linealidad física a aquellas que devienen del comportamiento material, abarcando inelasticidad como elasticidad no lineal, mientras que no linealidad geométrica se refiere a efectos de segundo orden descritos en teorías de grandes deformaciones y deformaciones finitas.

La deformación de una masa de suelo bajo carga se debe principalmente a la reducción del volumen de los vacíos, llamados poros. Si estos poros se encuentran llenos de agua, caso que se conoce como saturado, la disminución de volumen se produce principalmente debido a la expulsión del agua de dichos poros. Cuando los poros tienen además aire, caso que se conoce como no saturado, se inicia un conjunto de procesos que llevan a la disminución de los poros por eliminación de ambos componentes y por interacción entre ellos; este proceso se denomina consolidación de suelos.

En el suelo en estado no saturado coexisten tres fases: sólida, líquida y gaseosa. Yoshími y Osterberg (1963) resumen los componentes principales de cada una de dichas fases, sin embargo, Fredlund y Morgenstern [46] consideran que el suelo no saturado puede tratarse como un sistema con cuatro fases, añadiendo a las anteriormente citadas la “membrana contráctil” producida por la interfase entre la fase líquida y la fase gaseosa. Según estos autores es posible hablar de una cuarta fase por cuanto dicha interfase tiene propiedades diferentes a las de los materiales que la rodean y tiene unos límites definidos. Por ejemplo, la “membrana contráctil” es menos densa que el agua de la fase contigua, su conductividad térmica es mayor y sus propiedades birrefringentes son similares a las del hielo. A efectos

de este trabajo, se seguirá el criterio tradicional de considerar al suelo en estado no saturado como un sistema trifásico por cuanto la “membrana contráctil” viene considerada implícitamente al estudiar el comportamiento conjunto de las fases líquida y gaseosa con sus propiedades.

El proceso de consolidación de suelos puede ser prácticamente instantáneo o durar un largo periodo de tiempo, según sea la permeabilidad de los suelos cargados. La deformación total de la masa de suelo, debido a la reducción de vacíos por la disipación de la presión de poros y a la deformación de las partículas sólidas, genera los asentamientos en superficie que afectan a las estructuras fundadas sobre ese suelo.

En terrenos muy permeables como las arenas, el proceso es casi instantáneo, puesto que el agua de los poros puede drenar rápidamente, en cambio, la consolidación de arcillas o limos arcillosos es mucho más lenta debido a la dificultad que encuentra el agua para escurrir dentro de una masa de suelo muy poco permeable, haciéndose necesario incluir al tiempo como una variable fundamental para tratar el problema. Este último caso es el analizado en el presente trabajo.

Se presenta a continuación un resumen teórico con los temas de la mecánica de suelos para suelos no saturados necesarios para la comprensión e interpretación del fenómeno de consolidación en los mismos. Primero se tratan las propiedades básicas de cada fase de un suelo no saturado, esta información es necesaria para describir el comportamiento del suelo como un sistema de fases, abordando las relaciones volumen-masa más usadas para resolver problemas en ingeniería, luego se presentarán las variables de estado, y luego se describirán las leyes de flujo para agua, aire y poluentes, conjuntamente con el tratamiento del flujo en medios porosos multifásicos.

La mecánica clásica supone una distribución continua de las partículas (sólidas y fluidas), para las cuales están establecidas las leyes de balance y las relaciones constitutivas. Los fenómenos aquí estudiados ocurren en dominios ocupados por varias fases, la fase que siempre está presente es la fase sólida, o esqueleto sólido, cuyos espacios vacíos se consideran llenos de fluidos (líquidos y gaseosos) los cuales están separados entre sí por una superficie denominada interfase. Aquí debe enfatizarse la diferencia que existe entre fases y componentes, las fases son porciones químicamente homogéneas del sistema multifásico

cuyo comportamiento mecánico se considera uniforme, en cambio, los componentes son las partes individuales que conforman las fases y se comportan también en forma independiente, un ejemplo de esto es lo que ocurre en la fase gaseosa, la cual puede estar compuesta por una mezcla de gases que son los componentes.

Para describir la configuración intergranular del medio multifásico hay primordialmente dos niveles posibles, el microscópico y el macroscópico. A nivel microscópico se considera la estructura real del medio poroso, la cual no es homogénea, a este nivel las ecuaciones de gobierno se plantean para cada componente por separado, lo que dificulta en gran medida la solución del problema. Por otro lado, las propiedades microscópicas de los medios porosos son de difícil obtención, por estos motivos, y atendiendo a que los detalles microscópicos por lo general escapan a los intereses de la ingeniería, se considera suficientemente preciso hacer una descripción macroscópica del medio. Como principal característica, esta descripción asume que en cada punto material están presentes simultáneamente todas las fases en sus respectivas proporciones.

La solución de una serie de problemas que involucren suelos no saturados puede ser obtenida mediante el uso de modelado numérico. Estos problemas involucran la solución de una ecuación diferencial o de un sistema de ecuaciones diferenciales, las cuales pueden estar acopladas o desacopladas.

Estos problemas pueden ser abordados a partir de la solución de ecuaciones en derivadas parciales (EDP), las que se obtienen a partir de aplicar las relaciones constitutivas a un volumen elemental representativo, teniendo en cuenta las leyes de conservación de masa y energía, las EDP resultantes deberán satisfacer las condiciones físicas asociadas con el comportamiento del suelo ante un problema en particular de ingeniería geotécnica.

1.1.2 Origen de los suelos no saturados

La geomecánica del medio ambiente abarca una amplia clase de problemas en los que intervienen deformación de geomateriales, usualmente acoplados con flujo y transporte de alguna sustancia.

S.E de los Estados Unidos	6 a 23 m
Angola	8 m
Sur de la India	8 a 15 m
Africa del Sur	9 a 18 m
Africa Occidental	10 a 20 m
Brasil	10 a 25 m

Tabla 1.1: Espesores típicos de suelos residuales [72].

Los problemas típicos tratan sobre transporte en acuíferos, particularmente en la zona no saturada, donde la deformación del sólido es importante debido a la naturaleza del suelo y a los efectos capilares. Estos suelos no saturados pueden clasificarse, teniendo en cuenta su origen, en naturales y artificiales, entre los primeros se han descrito casos en la bibliografía tanto en suelos sedimentarios, ya sean eólicos, aluviales, coluviales, etc., como en suelos residuales (Tabla 1.1).

Debido a su proceso de formación, los suelos sedimentarios pueden haberse depositado en ambientes acuosos o no acuosos. En el primer caso, procesos de descenso del nivel de la superficie libre del agua hasta quedar por debajo del terreno y su posterior desecación, pueden originar un estado no saturado del suelo depositado. Ello implica una mayor probabilidad de aparición de estos fenómenos en zonas con clima árido, donde dicha desecación es más marcada. Sin embargo no sólo los agentes climáticos pueden favorecer dicho fenómeno sino que otros, como puede ser la vegetación, originan procesos similares por absorción del agua intersticial. Esta desecación afecta a un determinado espesor superficial de terreno, que en zonas de clima mediterráneo, de inviernos lluviosos y veranos calurosos, puede ser de hasta 10 m.

Los suelos sedimentarios depositados en ambientes no acuosos pueden estar sometidos análogamente a cambios de humedad que los hagan pasar por estados no saturados. Un ejemplo típico lo constituyen los loess que cubren extensas regiones de la Unión Soviética, Estados Unidos, Rumania, Hungría, China, India y otros países, pudiendo tener cientos de metros de espesor (Abelev (1975)), o, en España, los limos yesíferos de Aragón (Faraco (1972)).

En el caso de los suelos residuales su espesor depende de la relación entre la pérdida de material por el arrastre que puedan producir diferentes agentes y la velocidad de meteori-

zación de la roca matriz. Dentro de los suelos artificiales se encuentran los producidos por el hombre, como los suelos compactados dispuestos en terraplenes, presas, etc. utilizados en estado no saturado buscando la humedad óptima para su compactación. Según Barden (1965) existen similitudes entre el comportamiento de suelos artificiales compactados y el de suelos naturales desecados, que permiten unificar su tratamiento, aún cuando ambos materiales tienen algunas propiedades diferentes (los suelos compactados por el lado seco contienen probablemente algunos huecos de aire mayores que los suelos desecados) [47].

El transporte de químicos y otros contaminantes en medios porosos geológicos es un tema de fundamental importancia en el área general de las ciencias de la tierra y de interés particular en la ingeniería geoambiental. El mecanismo básico de la gama de transporte advectivo, depende de la velocidad de flujo de advección, mientras que para el transporte difusivo, depende de un gradiente de concentración. Aunque los procesos fundamentales que rigen estos modos básicos de transporte pueden ser altamente no lineales y dependientes de la morfología microestructural, de la química de poluentes y del medio poroso, las teorías lineales asociadas con estos procesos básicos de transporte proporcionan primeras aproximaciones útiles para el estudio de procesos advectivos y difusivos. El transporte advectivo está relacionado a la velocidad de flujo, que está gobernada por la ley de Darcy, mientras que el proceso de transporte difusivo está gobernado por la ley de Fick.

Las fases fluidas presentes en los poros podrán o no ser miscibles entre sí, pero inmiscibles y en general no reactivas con el esqueleto sólido. Para manejar correctamente este sistema multifásico. Se utilizará un método de combinación de estados para obtener las ecuaciones de gobierno que rigen el problema.

El modelo numérico resultante resuelve las ecuaciones de balance de momento lineal para todo el medio multifásico, la ecuación de balance de masa para las fases fluidas acuosa y no acuosa, la ecuación de balance de energía (entalpía) para el medio multifásico y la ecuación de transporte de masa para poluente en fase acuosa y no acuosa.

1.1.3 Propiedades de las fases y relaciones entre ellas

A un suelo no saturado se lo define como un sistema trifásico, si posee más fases se lo denomina multifásico, sin embargo, el importante rol realizado por la interfase agua - aire (o membrana contráctil (contractile skin)) ha generado su inclusión como fase adicional al considerar ciertos mecanismos físicos. Si bien lo anterior es cierto, a esta fase sólo se la tendrá en cuenta teóricamente y servirá para determinar los distintos coeficientes que rigen el comportamiento del suelo e idéntico comportamiento para el resto de las interfases. A modo de ejemplo nos referiremos a la interfase agua-aire.

En el suelo, cuando la fase aire es continua la membrana contráctil interactúa con las partículas del suelo e influye en el comportamiento mecánico del suelo. Al dejar de ser continuo, pasando a ser burbujas de aire ocluidas, el fluido se torna significativamente compresible.

1.2 Naturaleza y propiedades de fases de suelos no saturados

1.2.1 2.1 Introducción

A la relación en términos de masa y volumen entre fases de una mezcla se la conoce como relaciones masa-volumen. Generalmente se considera que cada fase permanece químicamente inerte mientras que las proporciones de cada fase pueden cambiar como resultado de un proceso. Sin embargo, es posible que el aire se mueva dentro y fuera de la fase líquida. Se discuten brevemente los casos fuera de la fase líquida y los casos en los que puede haber cambios de fases, como así también el efecto de la temperatura. Las propiedades de la clasificación (p. ej.: distribución granulométrica, límites de Atterberg) adquieren mayor importancia cuando se trata de suelos no saturados. Se discutirá la importancia adicional de las propiedades de clasificación de suelos no saturados. Se introduce brevemente el concepto de variables de estado, pero más adelante se aborda el tema en

profundidad. En el desarrollo de la mecánica de suelos no saturados pueden adoptarse numerosos enfoques, los cuales pueden ir desde uno empírico, uno basado principalmente en la experiencia de la mecánica de partículas e inclusive hasta uno basado en mecánica cuántica. En esta tesis se utiliza un enfoque que puede ser referido como una aproximación fenomenológica macroscópica al comportamiento del suelo no saturado. Es decir, se desarrolla alrededor de fenómenos observables pero adhiere a los principios de la mecánica de medios continuos. El enfoque de la mecánica de medios continuos comienza con una comprensión de las variables de estado para el material en cuestión. Este enfoque de la mecánica del continuo ha demostrado su eficacia en la mecánica de suelos saturados y parece razonable mantener el mismo enfoque para la mecánica de suelos no saturados.

1.2.2 ¿Qué es un suelo no saturado?

Comúnmente se supone a un suelo no saturado compuesto por tres fases: (1) sólida, (2) líquida y (3) gaseosa. Sin embargo es más correcto reconocer una cuarta fase: la interfase aire-agua denominada “piel contráctil” (Fredlund y Morgenstern [46]), sin embargo, la justificación y necesidad de una cuarta fase será tratada más adelante. La presencia de la más mínima cantidad de aire torna a un suelo no saturado, incluso una pequeña cantidad de aire, que probablemente ocurra como burbujas de aire ocluídas, hace que el poro sea compresible.

Es posible para un suelo permanecer esencialmente saturado mientras la presión del poro de agua se vuelve negativa en relación con la fase aire. La zona inmediatamente por encima de la napa freática se conoce como la zona capilar y se caracteriza por ser esencialmente saturada, mientras que las presiones de poro de agua son negativas, el suelo en la zona capilar en general es tratado en el contexto de un suelo no saturado. Es la presión de agua intersticial negativa respecto a la presión de aire interno o externo lo que califica al suelo como un suelo no saturado, en general, es una mayor cantidad de aire (aproximadamente 15 % de aire en volumen) la que vuelve continua la fase aire a través del suelo. Se requieren los principios y conceptos necesarios para describir el comportamiento de un suelo no saturado a medida que las presiones de poros de aire y agua comienzan a ser significativamente diferentes. Terzaghi en los capítulos 14 y 15 de “Theoretical Soils

Mechanics” [117] describe claramente el importante papel de la interfase aire-agua (piel contráctil) en la comprensión del comportamiento de los suelos no saturados

Esta piel contráctil actúa como una delgada membrana entretejida entre los huecos del suelo, formando una partición fija entre las fases agua y aire, los cambios en el estado de tensión de la misma pueden causar cambios en el contenido de agua, cambios en el volumen o cambios de la resistencia al corte de un suelo no saturado. Además forma una barrera entre el aire y el agua, determinando la relación entre el volumen de aire y agua en los poros (es decir, el grado de saturación), siendo particularmente importante al considerar el estado de tensión de un suelo no saturado.

Las ecuaciones de equilibrio pueden escribirse para cada fase en el contexto de la mecánica del continuo multifásico. El análisis de equilibrio revela las variables de estado de tensiones asociadas con el mantenimiento de las condiciones de equilibrio en el suelo no saturado (Cap. 3 Fredlund et. al. [48]).

Un suelo no saturado debe ser visto como compuesto por dos fases que fluyen bajo la influencia de un gradiente de tensión (es decir, la disposición estructural de las partículas de suelo y la piel contráctil forman una partición entre las fases del fluido) (Fredlund y Rahardjo [47]). La misma tiene propiedades físicas que difieren de las fases aire y agua contiguas e interactúa con la estructura de suelo influyendo en el comportamiento del mismo, puede ser considerada como parte de la fase acuosa al considerar los cambios en las propiedades masa-volumen del suelo, sin embargo, se la debe considerar como una fase independiente cuando se describe el estado de tensión y el comportamiento fenomenológico de un suelo no saturado. Terzaghi [117] hizo hincapié en la importancia del papel que desempeña la tensión superficial asociada a la interfase aire-agua. Puede demostrarse el importante papel desempeñado por la misma mediante la simple observación de la contracción de una pelota de arcilla inicialmente saturada a la que se le permite que el agua se evapore. Puede que no haya cambios en el estado de tensión total al evaporarse el agua, sin embargo, la piel contráctil puede generar un significativo cambio de volumen global en la masa de suelo. En otras palabras, la piel contráctil actúa como una membrana elástica tirando de las partículas cercanas de suelo y juntándolas cuando se elimina el agua.

curvatura se reduce a la escala molecular (Adamson y Gast (1997); Christenson (1988)). En 1943 Terzaghi [17] reconoció las limitaciones de la ecuación de Kelvin y declaró que si el radio de una burbuja de gas se aproxima a cero, la presión del gas tiende a infinito, sin embargo, dentro de la gama de dimensiones moleculares la ecuación pierde validez. Además reconoció las limitaciones asociadas con la ecuación de Kelvin, posteriormente algunos investigadores intentaron en vano incorporar la ecuación de Kelvin en formulaciones para la compresibilidad de mezclas aire-agua (Schuurman (1966)). Declaró que la tensión superficial “es válida independientemente de las causas físicas” y que “Los puntos de vista sobre el mecanismo molecular que produce la tensión superficial son objeto de controversia. Sin embargo, más allá de toda duda, la existencia de la película superficial se estableció durante el último siglo”, estas declaraciones siguen siendo relevantes hoy en día.

Aunque todavía no se comprenden detalles relativos al comportamiento de la piel contráctil, se sabe que juega un papel importante en el comportamiento del suelo no saturado.

1.2.4 Designación de variables de estado de tensiones

Las variables de estado deben definirse dentro del contexto de la mecánica de medios continuos como variables independientes de las propiedades del suelo. Se requieren estas variables para la caracterización de un sistema o mezcla de fases (Fung, (1965)). La base teórica para las variables de estado se encuentra dentro de las leyes fundamentales de la física conservativa, más específicamente, las variables de estado de tensiones surgen a partir de la conservación de la energía.

Las variables de estado de tensiones asociadas a un suelo no saturado están relacionadas con las consideraciones de equilibrio (es decir, suma de fuerzas y conservación de momento) de un sistema multifásico (Fredlund y Morgenstern [46]). Las variables de estado de tensiones pueden extraerse de las ecuaciones de equilibrio para formar uno o más tensores. Las variables de estado de tensiones toman la forma de tensores debido al sistema tridimensional de coordenadas cartesianas y se utilizan generalmente para la formulación

de problemas de ingeniería (es decir, nuestro mundo tridimensional).

La descripción de las variables de estado para un suelo no saturado se convierte en un elemento fundamental para el desarrollo de la ciencia de ingeniería aplicada. Es la capacidad de describir el comportamiento del suelo en términos de variable de estado de tensiones que nos permite referirnos a la mecánica de suelos no saturados como ciencia. La aceptación universal de la mecánica de suelos no saturados como ciencia depende en gran medida de que también puedan definirse, justificarse y medirse las variables de estado de tensiones y lamentablemente ha sido lenta la aceptación universal del estado de esfuerzos para un suelo no saturado, teniendo como resultado final una lenta aparición de un marco teórico consistente para suelos no saturados.

1.2.5 Propiedades de fase

Una porción de una mezcla califica como una fase independiente si tiene las siguientes características: (1) diferentes propiedades de los materiales contiguos y (2) las superficies limítrofes definidas, debiendo cumplirse estas dos condiciones para que una parte de un sistema multifásico califique como una fase independiente. Es fácil entender cómo un suelo saturado consta de dos fases (sólida y líquida). También es bastante comprensible que el aire se convierte en otra fase independiente cuando el suelo se vuelve no saturado. Cada una de estas fases (sólida, líquida y gaseosa) se ajustan claramente a los requisitos para la denominación como fase. También es posible que una fase cambie de “estado”, como es el caso del agua cuando se congela o evapora. En este caso el hielo se convierte en una fase independiente del agua en el análisis de problemas de ingeniería. Además, como también puede existir en forma de vapor, se verifica que el agua puede existir en los tres estados en un suelo no saturado. Más adelante se presentan propiedades especiales e interacciones entre fases. En el diagrama de fases de la Fig. 1.2 se muestran las cantidades de masa y volumen asociadas con cada fase de un suelo no saturado. Como se describió anteriormente, el espesor de la piel contráctil es del orden de solo unas pocas capas moleculares, por lo tanto, la subdivisión física de la piel contráctil se torna innecesaria a la hora de establecer las relaciones volumen-masa para un suelo no saturado y, si se la considera parte de la fase líquida, no se incurre en errores significativos.

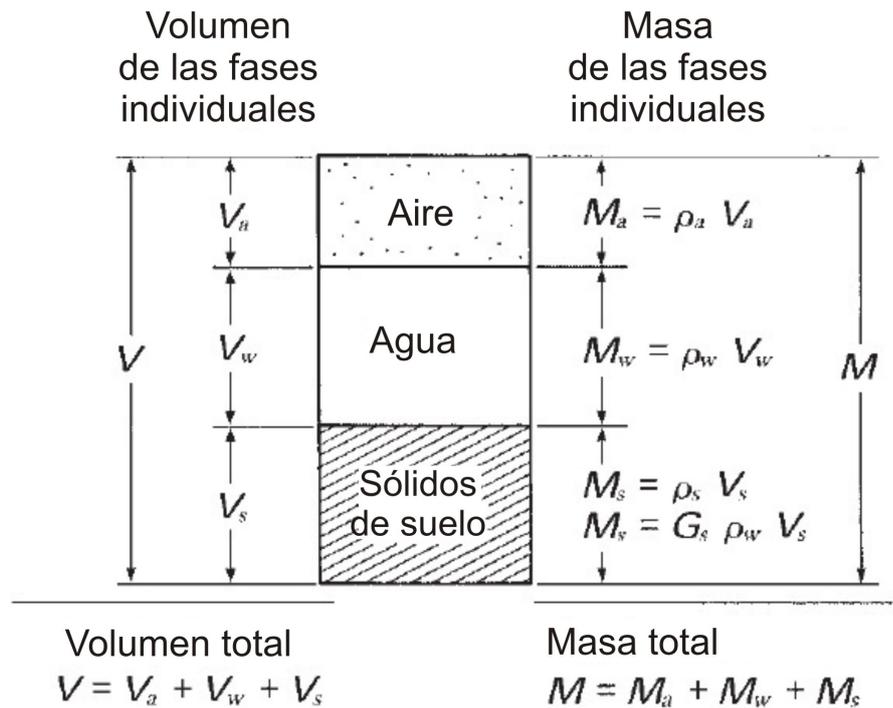


Figura 1.2: Diagrama de fases para un suelo no saturado.

El suelo no saturado es una mezcla de varias fases, siendo importante establecer el número de fases que comprende el suelo, ya que influye en la definición del estado tensional de la mezcla, así como entender primero las propiedades de cada fase de un suelo no saturado. Sobre la base de la definición de una fase, se propone que un suelo no saturado conste en realidad en cuatro fases, en lugar de las conocidas tres fases, proponiendo que la interfase aire-agua (piel contráctil) sea referida legítimamente como la cuarta fase del suelo no saturado. Por lo expuesto podemos afirmar que el suelo no saturado es un sistema multifásico que comprende: (1) fase sólida (granos de suelo), (2) fase líquida, (3) fase gaseosa y (4) piel contráctil.

La piel contráctil juega un papel importante desde el punto de vista de las consideraciones del estado de tensiones. Sin embargo, al considerar las relaciones volumen-masa para un suelo no saturado no es necesario separar el agua de la piel contráctil de la masa de agua restante, en otras palabras, puede considerárselo como un sistema trifásico con respecto a las propiedades volumen-masa, pero debería ser considerado como un sistema de cuatro fases con respecto al análisis del estado tensional (Fig. 1.3)

La propiedad más distintiva de la piel contráctil es su capacidad para ejercer tracción.

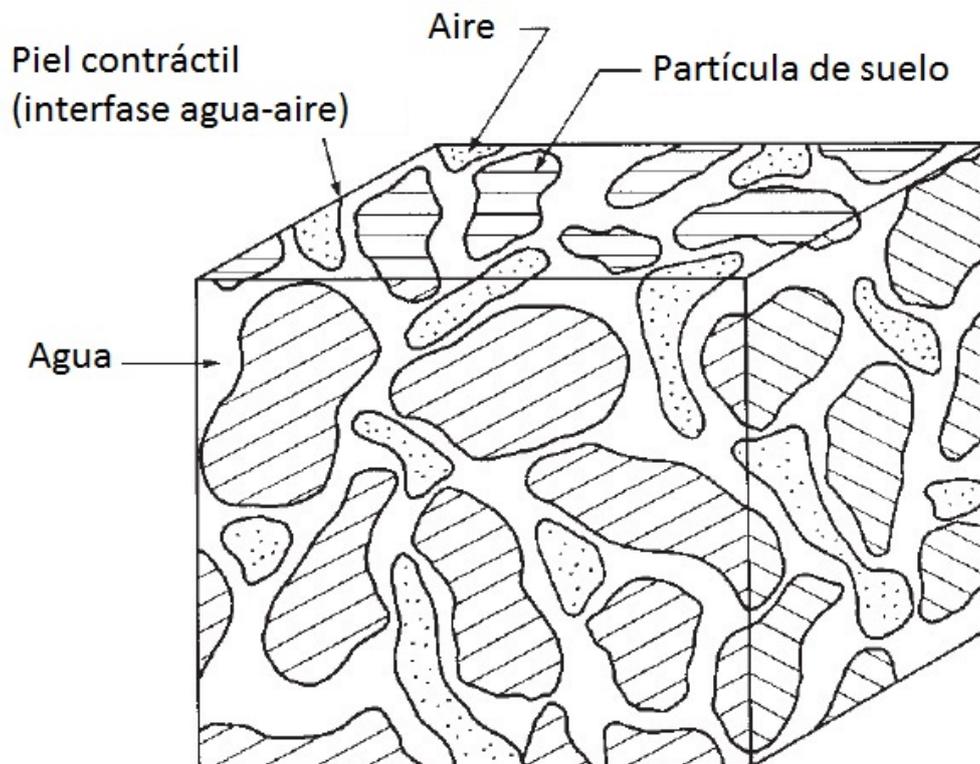


Figura 1.3: Elemento de suelo no saturado con fase de aire continua.

Se comporta como si fuera una membrana elástica tensionada entretejiendo la estructura de suelo. La mayoría de las propiedades de la piel contráctil parecen ser diferentes de la de la fase agua (Davies y Rideal (1963)) Por ejemplo, en la piel contráctil, la densidad del agua se reduce, aumenta su conductancia de calor y los valores de birrefringencia (una medida de la estructura del agua) son similares a los del hielo. La transición de agua líquida a piel contráctil parece ser distinta y cambiante según Derjaguin (1965). Es interesante observar que insectos como la araña de agua son capaces de caminar en la parte superficial de la piel contráctil, mientras que los similares a los notonéticos o nadadores de espalda (garapitos o barqueritos) son capaces de caminar en la parte inferior de la piel contráctil (Milne y Milne (1978)). El zancudo de agua se hundiría si no fuera por la piel contráctil, mientras que los garapitos harían saltar el agua si la piel contráctil no existiera. Algunos autores analizan el comportamiento físico-conductual de un suelo no saturado como una mezcla de dos fases que alcanza el equilibrio bajo gradientes de tensión aplicada (es decir partículas de suelo y piel contráctil). Los ingenieros geotécnicos están familiarizados con un tipo de experimento de contracción, en el cual una pequeña muestra de suelo inicialmente saturado es secado por exposición a la atmósfera. Las tensiones de la muestra se mantienen sin cambios cerca del cero, mientras se somete a una disminución de volumen y la presión del poro de agua se vuelve cada vez más negativa. Siendo la piel contráctil (o interfase agua-aire) la que actúa como una membrana de goma delgada que tira de las partículas entre sí, provocando estos cambios de volumen.

El aire y el agua se comportan tanto como una mezcla miscible como una mezcla inmisible. La mezcla inmisible es una combinación de aire libre y agua pura sin ninguna interacción. Se caracteriza por una separación de las fases agua y aire producida por la piel contráctil. Una mezcla aire-agua miscible puede tener dos formas. En primer lugar, el aire se disuelve en agua y puede ocupar aproximadamente el 2% del volumen de agua (Dorsey (1940)), en segundo lugar, el vapor de agua puede estar presente en el aire, existiendo varios tipos de mezclas aire-agua

Tensión superficial

La interfase aire-agua (o piel contráctil) posee una propiedad llamada tensión superficial. El fenómeno de la tensión superficial resulta de las fuerzas intermoleculares que actúan sobre las moléculas en la piel contráctil. Estas fuerzas son diferentes de las que actúan sobre las moléculas en el interior del agua (Fig. 1.4 (a)). Una molécula experimenta en el interior del agua fuerzas iguales en todas las direcciones, lo que significa que no existen fuerzas desequilibradas. Una molécula de agua dentro de la piel contráctil experimenta una fuerza desequilibrada hacia el interior del agua, generándose a lo largo de la piel contráctil un esfuerzo a la tracción (un estiramiento) para que la piel esté en equilibrio. La propiedad de la piel contráctil que le permite ejercer una tensión de tracción se denomina tensión superficial T_s . La tensión superficial se mide como la fuerza de tracción por unidad de longitud de piel contráctil (es decir, unidades de mN/m). La tensión superficial es tangencial a la superficie de la piel contráctil. Su magnitud disminuye ligeramente a medida que aumenta la temperatura. La tensión superficial hace que la piel contráctil se comporte como una membrana elástica. El comportamiento de la piel contráctil es similar a un globo inflado que tiene una mayor presión en el interior del globo que en el exterior. Si una membrana flexible en dos dimensiones está sometida a diferentes presiones en cada lado, la membrana debe asumir una curvatura cóncava hacia la presión más grande y ejercer una tensión en la membrana con el fin de estar en equilibrio. La diferencia de presión a través de la superficie curvada puede estar relacionada con la tensión superficial y el radio de curvatura de la membrana (Fig. 1.4 (b)).

1.3 Flujo en zona no saturada

El flujo a través de la zona no saturada es un tema que la mayoría de los textos de Hidrogeología tienden a cubrir de manera superficial. La hidrogeología clásica se refiere principalmente a la obtención de agua de pozos. La zona vadosa (llamada también de aireación) o zona no saturada, está vista como un reino un tanto misterioso a través del cual debe pasar la carga del agua en su camino a la napa freática (un purgatorio del agua). Los científicos del área de suelos han sido la fuerza principal detrás del desarrollo

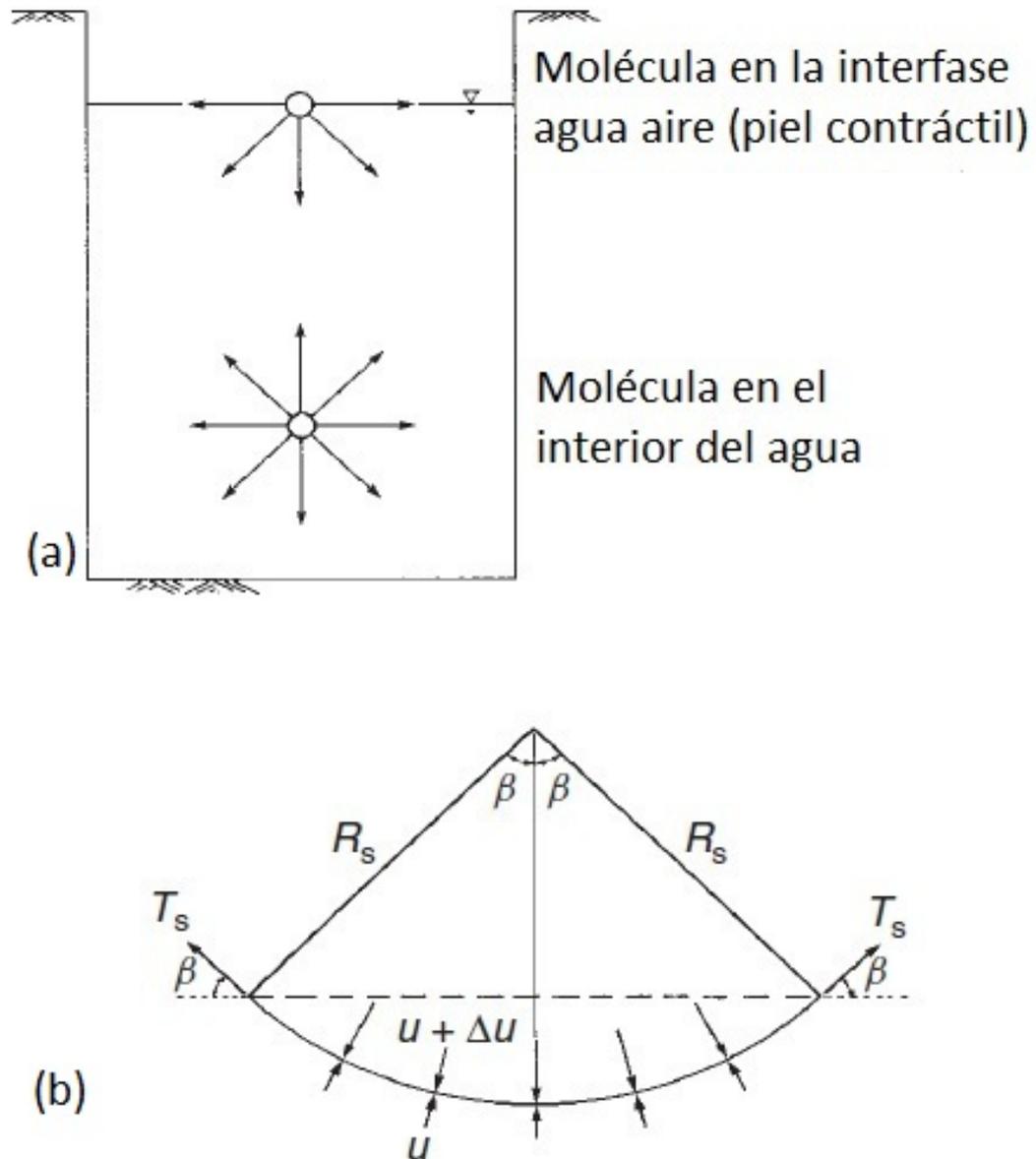


Figura 1.4: Fenómeno de tensión superficial en la interfase agua-aire. (a) Fuerzas intermoleculares que actúan sobre la piel contráctil. (b) Fuerzas de tensión superficial asociadas con la superficie curvada bidimensional.

de teorías de comprensión del flujo en la zona no saturada.

Históricamente, los científicos del área de suelos se ocuparon de temas tales como el paso del agua y solutos a las raíces de las plantas, agua que fluye principalmente en la zona no saturada. Más recientemente los científicos han estudiado el transporte y destino de los contaminantes en la zona no saturada. Con el desarrollo de la Hidrogeología contaminante, los hidrogeólogos se interesaron mucho más en los misterios de la zona no saturada. Muchas liberaciones de contaminantes al subsuelo ocurren dentro o por encima de la zona no saturada. Se entiende que los contaminantes incluyen materiales aplicados deliberadamente al suelo, como fertilizantes y pesticidas, así como los liberados accidentalmente. Los hidrogeólogos se enfrentan de repente con la difícil tarea de entender el transporte de contaminantes disueltos a través de la zona no saturada. Con este fin, se puede aprender mucho del trabajo de los científicos del suelo. El transporte en la zona no saturada puede ocurrir también por el flujo de una fase líquida no acuosa pura o fase gaseosa. Por lo tanto la zona no saturada se extiende desde la superficie terrestre hasta la napa freática, que incluye la franja capilar, donde los poros de agua pueden ser saturados, la principal característica distintiva es que la presión del poro de agua generalmente es negativa. Áreas de la zona no saturada por encima de la franja capilar pueden estar saturadas temporalmente debido al encharcamiento de la superficie o por el desarrollo de napas freáticas por encima de las capas de suelo de relativamente baja permeabilidad.

1.3.1 El suelo como un medio poroso

La zona no saturada abarca los suelos sobre la superficie terrestre. También puede incluir sedimentos y/o roca consolidada. Sin embargo, la presencia de suelo complica el estudio de la Hidrología de la zona no saturada, conocida también como física del suelo. El suelo es un material complejo, en formas físicas que consisten principalmente de granos minerales de diferentes tamaños, así como cantidades variables de materia orgánica. Los granos minerales están dispuestos de manera tal que el suelo tiene estructura, es decir, hay una orientación y disposición específica de los granos individuales. Los granos individuales usualmente forman unidades más grandes denominadas agregados, que están unidas por materia orgánica (Hillel [59]). La porosidad y la permeabilidad de un suelo son funciones

de la textura y la estructura del suelo. La estructura es una función de la forma física y tamaño de los agregados. Además, puede estar muy influenciada por la composición química del suelo, ya que los minerales del suelo poseen carga eléctrica en su superficie. Esta superficie cargada, que es debida principalmente a los minerales de la arcilla, afecta la estabilidad de las unidades estructurales de suelo. El suelo contiene materia mineral, orgánica, agua con solutos disueltos y gases. El suelo también tiene macroporos, tales como huecos de raíces, agujeros de gusanos y grietas de secado en suelos de textura fina, estos forman canales preferenciales para el escurrimiento del agua. La cantidad de agua en un suelo puede expresarse como humedad gravimétrica w , que es la relación entre la masa de agua y la masa de suelo una vez seca. Las condiciones de humedad puede expresarse como el contenido volumétrico de agua (o humedad volumétrica), θ , que es la relación entre el volumen de agua y el volumen total de la masa de suelo. Hay que tener cuidado en la medición del contenido volumétrico de agua, ya que en muchos suelos (especialmente aquellos de textura fina) los cambios de volumen como el agua son absorbidos o drenados. Esto es debido a las interacciones entre las partículas de suelo cargadas y las moléculas polares de agua.

La Hidrología de la zona no saturada es diferente de la de la zona saturada debido a la presencia de aire en los poros. La proporción relativa de agua y aire en los poros puede variar, y con ella pueden hacerlo las propiedades hidráulicas de los medios porosos.

1.3.2 Potencial agua-suelo

En suelos saturados el potencial para flujo subterráneo se debe a la presión del poro de agua y a la elevación por encima de un punto de referencia (Fetter, 1994 [42]). Sin embargo, en flujo en suelos no saturados el poro de agua está bajo la presión negativa ocasionada por la tensión superficial. Los físicos de suelos llaman a esto potencial capilar, o potencial matricial, ψ , el cual es función del contenido volumétrico de agua, θ . Cuanto menor es el contenido de agua, menor, es decir, más negativo el valor del potencial matricial (o succión matricial). El potencial humedad de suelo total, φ , es la suma del potencial matricial, un potencial de presión, el potencial gravitacional, Z , un potencial osmótico y un potencial electroquímico. Sin embargo, suponemos que el potencial osmótico y el electroquímico no

varían dentro del suelo y que la presión es igual a la atmosférica. Dado que tendrá que encontrarse el gradiente del potencial, ya que podemos despreciar la presión osmótica y la electroquímica, porque sus gradientes serán cero. Por lo tanto, el potencial humedad de suelo se reduce a la suma de los potenciales gravitacional y matricial

$$\varphi = \psi(\theta) + Z \quad (1.1)$$

El potencial matricial puede medirse como presión capilar p^c , que tiene unidades de Newton por metro cuadrado, que son equivalentes a Joules por metro cúbico o energía por unidad de volumen ($LM^{-1}Y^{-2}$). Si el potencial matricial se mide en base a la presión, entonces el potencial gravitacional, z , es igual a $\rho_w g z$, donde g es la aceleración de la gravedad, ρ_w la densidad del agua y z la elevación sobre un plano de referencia. El potencial de humedad de suelo total en términos de la energía por unidad de volumen puede determinarse a partir de:

$$\theta_{EV} = P_c + \rho_w g z \quad (1.2)$$

Si la ecuación [1.2](#) se divide por $\rho_w g$, obtenemos el potencial de humedad total expresado como energía por unidad de peso, que también tiene unidades de longitud (L). Esto equivale al cabezal hidráulico o altura piezométrica (head) en flujo saturado. El potencial matricial se expresa también en unidades de longitud, normalmente en cm de agua:

$$\theta_{EVV} = \frac{P_c}{\rho_w g} + z = h + z \quad (1.3)$$

Donde h , potencial de presión, es el potencial matricial en unidades de longitud. Dividiendo la ecuación [1.2](#) por ρ_w obtenemos el potencial humedad del suelo expresado como energía por unidad de masa, con unidades de Joule por kg (L^2T^{-2})

Unidades comunes para potencial total y potencial de presión incluyen atmósferas de presión y cm de columna de agua. Una atmósfera es equivalente a alrededor de 1000 cm de columna de agua. Además, $10E5$ pascales de presión es igual a aproximadamente una

atmósfera (1 atm)

1.3.3 Curvas características suelo-agua

La relación entre el potencial matricial o cabezal de presión (pressure head) y el contenido volumétrico de agua para un suelo en particular se conoce como curva característica suelo-agua, o curva de retención suelo-agua. La Fig. 1.5 muestra una curva característica idealizada. A presión atmosférica el suelo está saturado, con el contenido de agua igual a θ_s . El suelo permanece saturado mientras el potencial matricial disminuye gradualmente. Finalmente, el potencial matricial será lo suficientemente negativo para que el agua pueda comenzar a drenar en el terreno. Este potencial matricial es conocido como presión de burbujeo. Esto está marcado en la Fig. 1.5. El contenido de humedad continuará descendiendo mientras el potencial matricial se reduce, hasta que se alcanza el contenido de agua irreducible, θ_r . En caso que el potencial matricial se reduzca más, el suelo no perdería humedad.

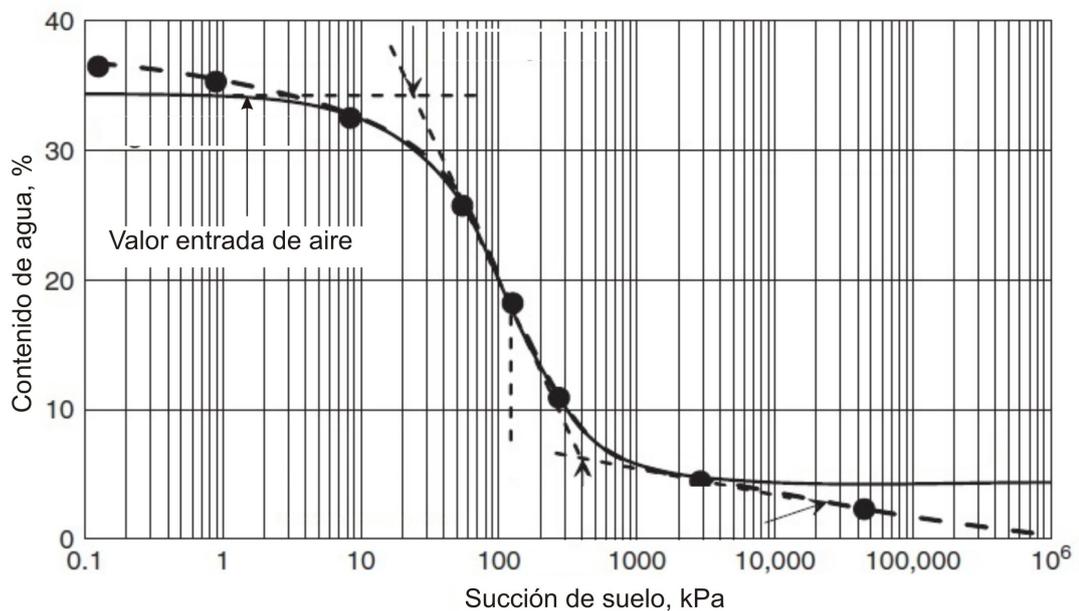


Figura 1.5: Curva característica succión-saturación.

La curva característica suelo-agua es también una muestra de la distribución del tamaño de poros del suelo. El suelo bien clasificado tiene un rango más estrecho de variación del potencial matricial sobre el cambio en el contenido volumétrico de agua que el suelo

mal clasificado. En el suelo bien clasificado, la mayoría de los granos de suelo está dentro de un estrecho rango de tamaños y por lo tanto el rango de variación de tamaño de poros también es pequeño. Los suelos mal clasificados poseen un amplio rango de tamaño de poros y granos. Los suelos bien clasificados tienen una presión de burbujeo mayor porque tienen poros grandes. Sin embargo, una vez que el suelo bien clasificado comienza a desaturarse, lo hace rápidamente, nuevamente porque la mayoría de los poros son grandes.

1.3.4 Variables de estado para suelos no saturados

El comportamiento mecánico de un suelo puede ser descrito en términos del estado de tensiones del suelo. El estado de tensiones en un suelo consiste en ciertas combinaciones de variables de tensión que pueden ser referidas como “variables de estado”, las cuales deben ser independientes de las propiedades físicas de los suelos. El número de variables de estado requeridos para la descripción del estado de tensiones de un suelo depende principalmente del número de fases involucradas. Para suelos saturados, la tensión efectiva fue a menudo considerado como una ley física. Más correctamente, la tensión efectiva debe ser considerada una variable de estado que puede usarse para describir el comportamiento de un suelo saturado, siendo aplicable a arenas, limos, o arcillas porque es independiente de las propiedades del suelo. El proceso de cambio de volumen y las características de corte de un suelo saturado son controlados por la tensión efectiva. Las variables del estado para un suelo no saturado han sido considerablemente más difíciles de establecer. Solo recientemente ha habido algún acuerdo sobre las variables de estado más aceptables a usar en la práctica.

El comportamiento mecánico de los suelos se controla por las mismas variables de tensión que controlan el equilibrio de la estructura de suelo. Por lo tanto, las variables de tensión requeridas para describir el equilibrio de la estructura de suelo pueden tomarse como variables de estado para el suelo. Las variables de estado de tensión deben expresarse en términos de tensiones que se puedan medir, tales como la tensión total, la presión de poro de agua y poluyente, y la presión del poro de aire. Un análisis de la tensión de equilibrio puede llevarse a cabo para un suelo no saturado después de considerar el estado en tensiones en un punto del suelo.

1.4 Permeabilidad

La permeabilidad es una propiedad del medio poroso que mide la capacidad y la habilidad de la formación para transmitir fluidos. La permeabilidad de la roca k , es una propiedad muy importante porque controla el movimiento direccional y el caudal de los fluidos del yacimiento en la formación. Esta propiedad fue definida matemáticamente por Darcy, de hecho, la ecuación que define la permeabilidad en términos de cantidades medibles se llama ley de Darcy. Si un flujo horizontal de un fluido incompresible se establece a través de una muestra de la base de longitud L , con una sección transversal A , entonces la ecuación que gobierna el fluido se define como:

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dL} \quad (1.4)$$

donde:

v = velocidad aparente del flujo, cm/seg.

k = constante de proporcionalidad, o permeabilidad.

μ = viscosidad del flujo.

dp/dL = pérdida de presión por unidad de longitud, atm/cm.

La velocidad v , no es la velocidad real del fluido fluyendo, pero es la velocidad aparente determinada por dividir el caudal con el área transversal por donde el flujo pasa. Sustituyendo la relación q/A en lugar de v , y despejando q se obtiene:

$$q = -\frac{kA}{\mu} \frac{dp}{dL} \quad (1.5)$$

donde:

q = caudal a través del medio poroso, cm^3 /seg.

A = sección transversal por donde cruza el flujo, cm^2 .

El signo negativo es necesario porque la presión aumenta en una dirección mientras que la longitud lo hace en la opuesta. Si la geometría del sistema que atraviesa el fluido es conocida, la ecuación puede ser integrada:

$$q \int_0^L dL = -\frac{kA}{\mu} \int_{p_1}^{p_2} dp \quad (1.6)$$

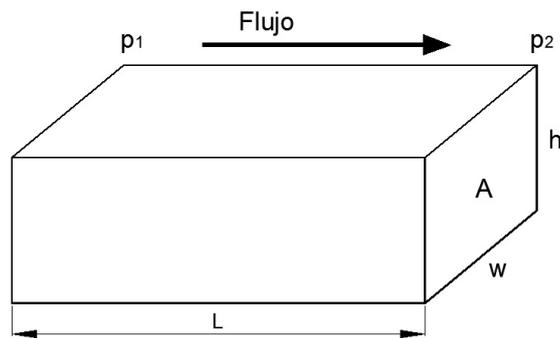


Figura 1.6: Modelo de flujo lineal

Integrando la expresión anterior:

$$qL = -\frac{kA}{\mu}(p_2 - p_1) \quad (1.7)$$

Dado que p_1 es mayor que p_2 , los términos pueden ser reagrupados, lo que eliminaría el signo negativo de la ecuación, resultando:

$$qL = \frac{kA(p_1 - p_2)}{\mu} \quad (1.8)$$

La permeabilidad se mide al pasar un fluido de viscosidad conocida μ a través de una muestra de dimensiones conocidas (A y L), y luego se mide el caudal q y la pérdida de presión Δp . Resolviendo la ecuación anterior se halla k:

$$k = \frac{q\mu L}{A\Delta p} \quad (1.9)$$

donde:

L = longitud de la muestra, cm.

A = sección transversal, cm^2 .

Las siguientes condiciones deben existir durante la medición de la permeabilidad.

- Fluido laminar.
- No existe reacción entre el fluido y la roca.
- Solo flujos de una fase con el 100 % de saturación de poros.

Esta medida de la permeabilidad con el 100 % de saturación para una sola fase se llama permeabilidad absoluta de la roca.

1.5 Permeabilidad efectiva y relativa

En reservas de petróleo, las rocas usualmente se encuentran saturadas con dos o más fluidos, tales como agua, aceite y gas. Es necesario generalizar la ley de Darcy al introducir el concepto de permeabilidad efectiva para describir el flujo simultáneo de más de un fluido. En la definición de permeabilidad efectiva cada fase de fluido es considerada completamente independiente de los otros fluidos en la red de flujos. Los fluidos son considerados inmiscibles, por lo que la ley de Darcy puede ser aplicada a cada uno individualmente. Pudiendo obtenerse una ley de Darcy modificada:

$$v_{os} = -\frac{k_{\phi}}{\mu_{\phi}} \left(\frac{dP_{\phi}}{ds} - p_{\phi}g \frac{dz}{ds} \right) \quad (1.10)$$

$$v_{gs} = -\frac{k_g}{\mu_g} \left(\frac{dP_g}{ds} - p_gg \frac{dz}{ds} \right) \quad (1.11)$$

$$v_{ws} = -\frac{k_w}{\mu_w} \left(\frac{dP_w}{ds} - p_wg \frac{dz}{ds} \right) \quad (1.12)$$

donde ϕ , g y w , se refieren a poluente, aire y agua respectivamente.

La permeabilidad efectiva es una medida relativa de la conductancia del medio poroso para una fase del fluido cuando el medio está saturado con más de un fluido. Esta definición de permeabilidad efectiva implica que el medio puede tener diferentes y medibles conductancias para cada fase presente en el medio. Las permeabilidades efectivas son normalmente medidas directamente en el laboratorio sobre pequeñas muestras, sin embargo, debido a las muchas y posibles combinaciones de saturación para un solo medio, los datos de laboratorio son generalmente resumidos y presentados como permeabilidad relativa. La permeabilidad relativa se define como la relación entre la permeabilidad efectiva de un fluido a un determinado valor de saturación y la permeabilidad efectiva del mismo fluido a un 100 % de saturación. Normalmente se asume que la permeabilidad efectiva es la misma para todos los fluidos al 100 % de saturación, esta permeabilidad es llamada permeabilidad del medio poroso.

Durante el flujo simultáneo de dos fluidos inmiscibles, parte del espacio de poros disponible se llenará con un fluido y el resto con el otro. Debido a la competencia de los fluidos por el espacio en el cual deben fluir, la sección normal del área de poros disponible para cada fluido es menor que el espacio total de poros. Esto conduce al concepto de permeabilidad relativa.

La permeabilidad relativa es la relación entre la permeabilidad intrínseca para el fluido a una saturación determinada y la permeabilidad intrínseca total del medio poroso, existiendo tanto para las fases de fluido que mojan como para las que no mojan. La saturación de agua irreducible es el contenido de agua debajo del cual no existirá flujo. Para un sistema bifásico petróleo-agua, si el contenido de agua es menor que el grado de saturación de agua irreducible, el petróleo puede fluir pero el agua quedará atrapada por fuerzas capilares. Del mismo modo, si el contenido de petróleo es menor que la saturación de petróleo residual, el agua puede fluir pero el petróleo no, al menos como fase separada; aunque pueden migrar gotas de petróleo dispersas en el agua. Normalmente la permeabilidad relativa se determina en laboratorio.

Si definimos a la permeabilidad relativa como la relación entre la permeabilidad efectiva y la permeabilidad absoluta, la ley de Darcy puede ser reexpresada para un sistema que contenga tres fases de fluidos como sigue:

$$v_{os} = -\frac{kk_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{dP_o}{ds} - p_o g \frac{dz}{ds} \right) \quad (1.13)$$

$$v_{gs} = -\frac{kk_{rg}}{\mu_g} \left(\frac{dP_g}{ds} - p_g g \frac{dz}{ds} \right) \quad (1.14)$$

$$v_{ws} = -\frac{kk_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{dP_w}{ds} - p_w g \frac{dz}{ds} \right) \quad (1.15)$$

Notar que k_{ro} , k_{rg} , k_{rw} son las permeabilidades relativas de las tres fases de fluidos a sus respectivas saturaciones de las fases dentro de la roca.

Generalmente, se usan dos tipos de técnicas de laboratorio para medir la permeabilidad relativa:

Métodos de estado de equilibrio: una proporción fija de dos fases es impulsada simultáneamente a velocidad y presión constante a través del medio hasta que la saturación y la presión diferencial a lo largo de la muestra se vuelvan constantes.

Métodos de estado de no equilibrio: es el método de laboratorio más rápido, en donde un gas de solo una fase se inyecta en la muestra, sin que se alcance equilibrio en la saturación. Esta técnica involucra el desplazamiento de los fluidos del lugar debido a la inyección de la fase gaseosa.

La permeabilidad absoluta es una propiedad del medio poroso y es una medida de la capacidad del medio de transmitir fluidos. Cuando dos o más fluidos fluyen al mismo tiempo, la permeabilidad relativa de cada fase a una determinada saturación es la relación entre la permeabilidad efectiva de esa fase con la permeabilidad absoluta, o:

$$k_{ro} = \frac{k_o}{k} \quad (1.16)$$

$$k_{rg} = \frac{k_g}{k} \quad (1.17)$$

$$k_{rw} = \frac{k_w}{k} \quad (1.18)$$

donde:

k_{ro} = permeabilidad relativa del aceite.

k_{rg} = permeabilidad relativa del gas.

k_{rw} = permeabilidad relativa del agua.

k = permeabilidad absoluta.

k_o = permeabilidad efectiva del aceite para una determinada saturación.

k_g = permeabilidad efectiva del gas para una determinada saturación.

k_w = permeabilidad efectiva del agua para una determinada saturación.

Dado que la permeabilidad efectiva varía entre cero y k , las permeabilidades relativas tendrán cualquier valor entre cero y uno. Debe remarcarse que cuando las tres fases están presentes y se suman sus permeabilidades relativas siempre el valor será menor o igual a uno.

Parece existir un efecto de histéresis para la permeabilidad relativa, esto no es raro, ya que dicho efecto existe en el fenómeno de presión capilar. El fenómeno de histéresis es una complejidad adicional al tratamiento analítico del flujo multifásico. Parker and Lenhard [96] y Lenhard and Parker [73] han propuesto modelos para describir la histeresis en las relaciones presión-saturación y saturación-permeabilidad.

La permeabilidad relativa de sistema trifásico de aire-agua-petróleo son más complejas, un método para estimar estos valores a partir de datos desarrollados para sistemas bifásicos fue ideado por Stone [113]. Primero se obtiene la permeabilidad relativa del agua, k_{rw} como una función de la saturación de agua, S_w , obtenida para el sistema bifásico agua-petróleo, a continuación se determina la permeabilidad relativa de aire k_{ra} como una función de la saturación de aire, S_a , obtenida para el sistema bifásico aire-petróleo. Finalmente la permeabilidad relativa de la fase líquida no acuosa (petróleo) k_{rn} en un sistema trifásico se determina a partir de la siguiente ecuación presentada por Faust [40]:

$$k_{rn} = k_{rnw}^* \left[\left(\frac{k_{rnw}}{k_{rnw}^*} + k_{rw} \right) \left(\frac{k_{rna}}{k_{rnw}^*} + k_{ra} \right) - (k_{rw} + k_{ra}) \right] \quad (1.19)$$

$$\Delta = [45 - 18\alpha^2] \quad (1.20)$$

En el presente trabajo, se utilizó la curva característica de suelo para relacionar los valores de saturación y los de succión. Esta curva puede adoptar diferentes formas dependiendo de las características del suelo y varios autores se refieren a sus diferentes aspectos y su utilidad [44, 81, 98]. Por otra parte, Fredlund y Xing [44] presenta un enfoque para obtener un modelo matemático a partir de curvas experimentales y, puesto que es específicamente importante aquí, se lo describirá brevemente.

La curva característica puede obtenerse a partir de la siguiente ecuación:

$$S_w = \left[1 - \left\{ \frac{\ln \left(1 + \frac{p^c}{p_r^c} \right)}{\ln \left(1 + \frac{10^6}{p_r^c} \right)} \right\} \right] \left[\frac{S_{w_0}}{(\ln(e + (p^c/a)^n))^m} \right] \quad (1.21)$$

Los parámetros de suelo utilizados anteriormente son:

p^c	valor de succión (kPa)
p_r^c	succión residual (kPa)
S_w	Saturación del poro de agua
S_{w_0}	Valor inicial de saturación (aquí este valor fue considerado igual a 1)
$a = p_i^c$	Valor de la succión en el punto de inflexión.
$m = 3,67 \ln \left(\frac{S_{w_0}}{S_{w_i}} \right) p_r^c$	Con S_{w_i} , valor de la saturación de la fase líquida en el punto de inflexión.
$n = \frac{1,31^{m+1}}{m S_{w_0}} 3,72 s p_i^c$	
$s = \frac{S_{w_0}}{p_p^c - p_i^c}$	Pendiente de la línea tangente

En la Fig. 1.7 se muestran diferentes curvas características que representan la evolución de la saturación de la fase líquida con respecto a la succión matricial para suelos tipo arcillosos [35].

Como puede observarse, la ecuación 1.21 está basada en algunos parámetros experimentales. Estos valores, p_p^c, p_i^c, S_{w_i} ; se encuentran indicados en la figura 1.8:

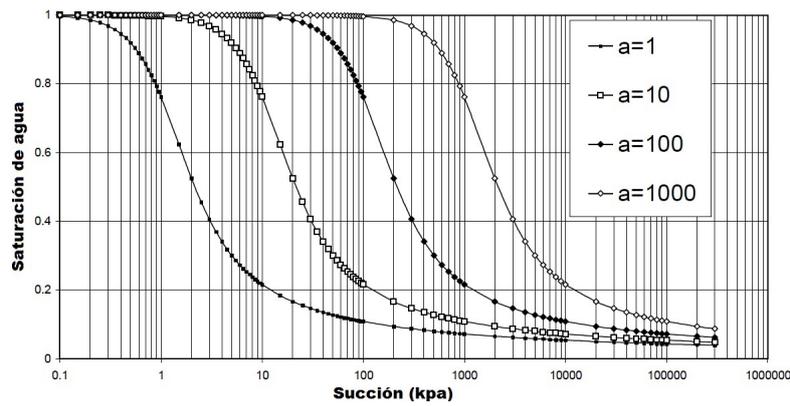


Figura 1.7: Modelado de curvas características de suelos arcillosos.

En el flujo multifásico en medios porosos, la permeabilidad relativa de una fase es una medida adimensional de la permeabilidad efectiva de cada fase. Es la relación entre la permeabilidad efectiva de cada fase y la permeabilidad absoluta. Puede comprenderse como una adaptación de la ley de Darcy a flujo multifásico.

Para flujo bifásico del medio poroso en condiciones estacionarias, puede escribirse

$$q_i = -\frac{k_i}{\mu_i} \nabla P_i \quad \text{con} \quad i = 1, 2 \quad (1.22)$$

donde q_i es el flujo, ∇P_i es la caída de presión, μ_i es la viscosidad. El índice i indica que los parámetros son para la fase i .

k_i es la permeabilidad de fase (la permeabilidad efectiva de la fase i), como puede obser-

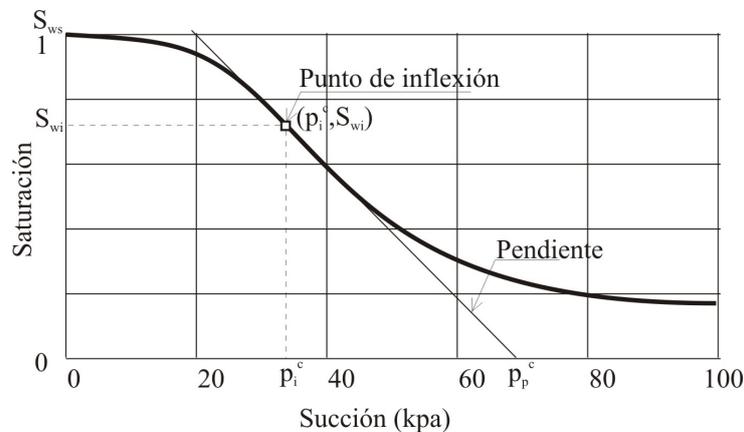


Figura 1.8: Gráfico en el cual se indica como obtener los valores de p_i^c , p_p^c , S_{wi} y S_{w0} con el objeto de calcular los parámetros a , n y m , usados en la ecuación 1.21 [44].

vase en la ecuación de arriba.

La permeabilidad relativa, k_{ri} , para la fase i puede definirse como $k_i = k_{ri}k$

$$k_{ri} = \frac{k_i}{k} \quad (1.23)$$

donde k es la permeabilidad del medio poroso en flujo de una sola fase, es decir la permeabilidad absoluta. La permeabilidad relativa debe estar entre cero y uno.

1.5.1 Aproximaciones

En modelos numéricos o simulaciones, la permeabilidad relativa se representa frecuentemente como una función de la saturación de agua, sin embargo debido a la histéresis capilar, a menudo se recurre a una función o curva de mediciones realizadas en drenaje e imbibición. A medida que el flujo de cada fase es inhibida por la presencia de las otras fases, la suma de permeabilidades relativas sobre todas las fases es siempre menor que 1.

El formato anterior de la ley de Darcy es a veces también llamado ley de Darcy extendida, formulada para flujo multifásico inmiscible en un medio poroso homogéneo, isótropo, horizontal y unidimensional. Se desprecian las interacciones entre los fluidos, por lo que este modelo supone que el medio poroso sólido y los otros fluidos forman una nueva matriz porosa a través de la cual una fase puede fluir, lo que implica que las interfaces fluido-fluido permanecen estáticas en el flujo en estado estacionario, que si bien no es así en la realidad, esta aproximación ha demostrado ser útil de todos modos. Cada una de las saturaciones de las fases debe ser mayor que la saturación irreductible, y cada fase se supone continua en el medio poroso. Sobre la base de datos experimentales, para el caso de sistemas bifásicos pueden construirse modelos simplificados de permeabilidad relativa en función de la saturación de agua.

1.5.2 Modelo de Corey

La correlación de Corey es una aproximación usada frecuentemente para obtener la permeabilidad relativa [21] [29]. Si S_{wi} (también denotado S_{wir} , o S_{wr} , o S_{wc}) es la saturación de agua irreductible (mínima), y S_{0rw} es la saturación de poluente no miscible residual (mínima) después de flujo de agua, podemos definir un valor de saturación de agua normalizado (o escalado).

$$S_{wn}(S_w) = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{0rw}} \quad (1.24)$$

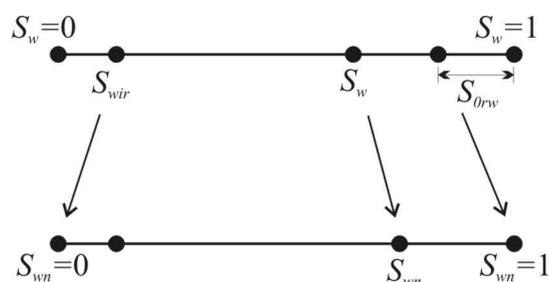


Figura 1.9: Normalización de valores de saturación de agua.

Las correlaciones de Corey de la permeabilidad relativa de poluente y agua son:

$$K_{r0w}(S_w) = (1 - S_{wn}(S_w))^{N_0} \quad \text{y} \quad (1.25)$$

$$K_{rw}(S_w) = K_{rw}^0 S_{wn}(S_w)^{N_w} \quad (1.26)$$

Cuando la permeabilidad base es el poluente no miscible con presencia de agua irreductible, notamos las propiedades deseadas:

$$K_{r0w}(S_{wi}) = 1 \quad K_{r0w}(1 - S_{0rw}) = 0 \quad (1.27)$$

$$K_{rw}(S_{wi}) = 0 \quad K_{rw}(1 - S_{0rw}) = K_{r0w} \quad (1.28)$$

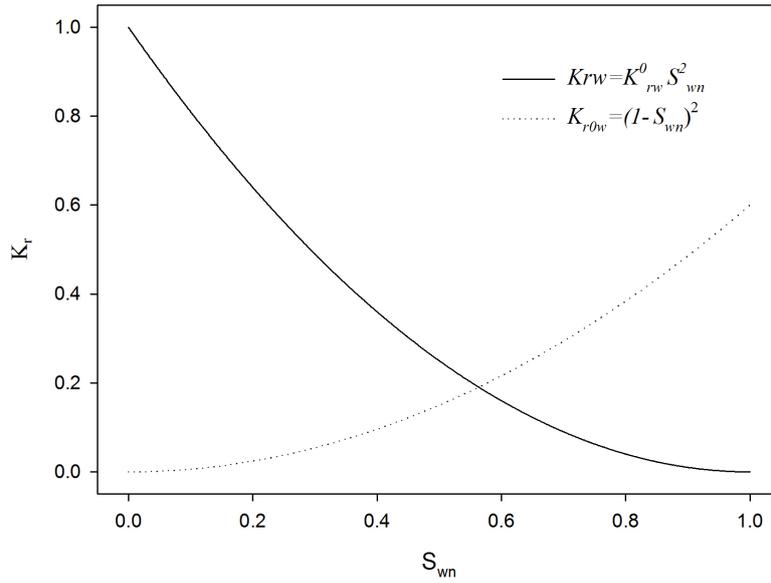


Figura 1.10: Ejemplo de aproximación de Corey en coordenadas S_w normalizadas, con coeficientes $N_0 = N_w = 2$.

Los parámetros empíricos N_0 y N_w pueden obtenerse a partir de datos medidos ya sea mediante la optimización de la interpretación analítica de los datos medidos, o mediante la optimización usando un simulador numérico de flujo básico para que coincida con el experimento (a menudo llamado ajuste histórico). A veces es apropiado tomar $N_0 = N_w = 2$. La propiedad física K_{r0w} se denomina punto final de la permeabilidad relativa, y se obtiene, ya sea antes o junto con la optimización de N_0 y N_w .

En el caso del sistema de gas-agua o del sistema gas-poluyente hay correlaciones de Corey similares a las correlaciones de permeabilidades relativas del petróleo-agua que se muestran arriba.

1.5.3 Modelo LET

Debido a que la aproximación de Corey tiene solo un grado de libertad para la permeabilidad relativa, se propuso una mejor aproximación denominada LET, mediante la cual se añaden más grados de libertad para adaptarse a la forma de las curvas de permeabilidad relativa medidas en laboratorio.

La aproximación de tipo LET está definida por 3 parámetros L, E, T. La correlación para la permeabilidad relativa de petróleo y agua con la inyección de agua es:

$$K_{r0w} = \frac{(1 - S_{wn})^{L_0}}{(1 - S_{wn})^{L_0} + E_0 S_{wn}^{T_0}} \quad (1.29)$$

y

$$K_{rw} = \frac{K_{rw}^0 S_{wn}^{L_w}}{S_{wn}^{L_w} + E_w (1 - S_{wn})^{T_w}} \quad (1.30)$$

utilizándose para las fórmulas anteriores la misma normalización de S_w que utiliza Corey.

Solo S_{wi} , S_{orw} y K_{rw}^0 tienen un significado físico directo, mientras que los parámetros L, E y T son empíricos. El parámetro L describe la parte inferior de la curva, por similitud y experiencia los valores de L pueden ser comparables a los parámetros adecuados de Corey. El parámetro T describe la parte superior de la curva de una manera similar que el parámetro L describe la parte inferior de la misma. El parámetro E describe la posición de la pendiente (o elevación) de la curva. El valor uno se considera neutro, y la posición de la pendiente se rige mediante los parámetros L y T.

Aumentar el valor del parámetro E empuja la pendiente hacia el extremo superior de la curva. La disminución del valor del parámetro E empuja la pendiente hacia el extremo inferior de la curva. La experiencia en el uso de la correlación LET indica que los parámetros deben estar entre los siguientes límites, $L \geq 0,3$, $E > 0,3$ y $T \geq 0,3$. En el caso del sistema agua-gas o el sistema de petróleo-gas hay correlaciones LET similares a las correlaciones de permeabilidades relativas de petróleo-agua que se mostraron más arriba.

1.6 Sistemas trifásicos

Las permeabilidades relativas de sistemas trifásicos de aire-agua-petróleo son mas complejas, un método para estimar estos valores a partir de datos desarrollados para sistemas

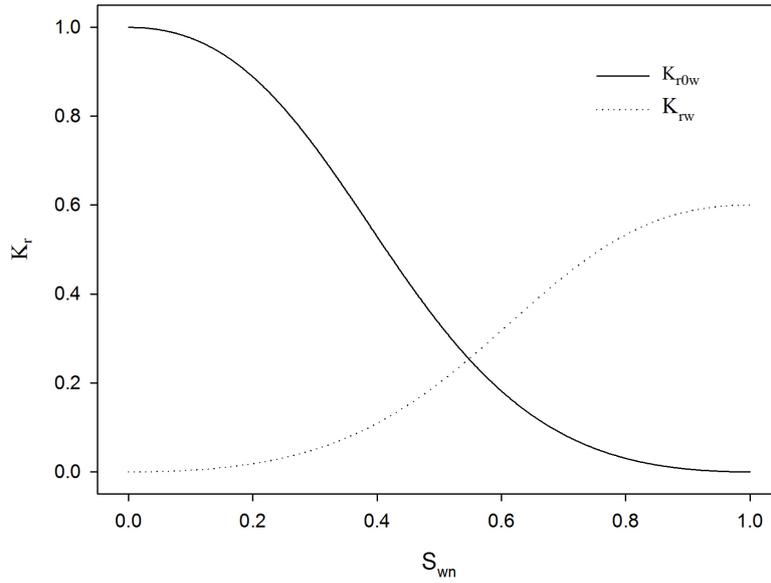


Figura 1.11: Ejemplo de correlación LET, con $L=E=T=2$, y $K_{rw}^0 = 0,6$, S_w en coordenadas normalizadas

bifásicos fue ideado por Stone [113]. Primero se obtiene la permeabilidad relativa del agua, k_{rw} como una función de la saturación de agua, S_w , obtenida para el sistema bifásico agua-petróleo, a continuación se determina la permeabilidad relativa de aire k_{ra} como una función de la saturación de aire, S_a , obtenida para el sistema bifásico aire-petróleo. Finalmente la permeabilidad relativa de la fase líquida no acuosa (petróleo) k_{rn} en un sistema trifásico se determina a partir de la siguiente ecuación Faust(1985) [40]:

$$k_{rn} = k_{rnw}^* \left[\left(\frac{k_{rnw}}{k_{rnw}^*} + k_{rw} \right) \left(\frac{k_{rna}}{k_{rnw}^*} + k_{ra} \right) - (k_{rw} + k_{ra}) \right] \quad (1.31)$$

siendo:

k_{rnw}^* la permeabilidad relativa de la fase no acuosa (petróleo) en la saturación residual de agua, medida en un sistema de fases acuosa-no acuosa.

k_{rnw} la permeabilidad relativa de la fase no acuosa como una función de la saturación de agua S_w

k_{rna} la permeabilidad relativa de la fase no acuosa, en un sistema de fases aire-no acuosa, como una función de la saturación de aire S_a

Con el objeto de obtener una formulación analítica para sistemas multifásicos, y teniendo en cuenta el análisis efectuado por van Dijke et. al. [122], se propone adoptar la siguiente formulación para el sistema trifásico:

$$K_{rw} = K_{rw}(S_{wn}) \quad (1.32)$$

$$K_{r\pi} = K_{r\pi}(S_{\pi n}) \quad (1.33)$$

$$K_{rg} = K_{rg}(S_{gn}) \quad (1.34)$$

Con el objeto de poder representar gráficamente se recurre a un sistema de ejes triangulares:

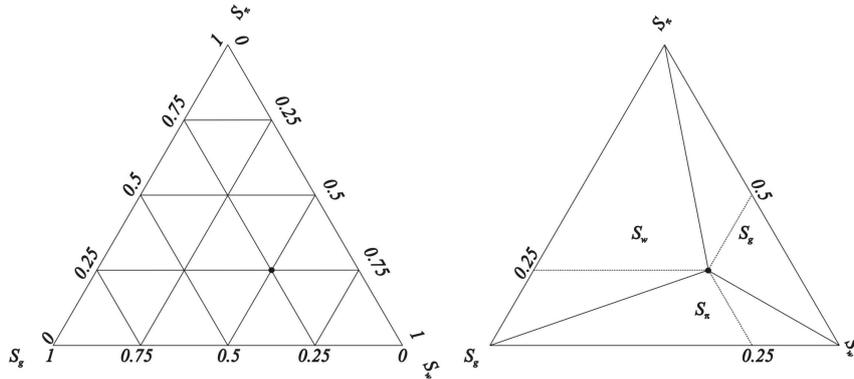


Figura 1.12: Sistema de representación triangular.

Dentro del triángulo se encuentran representados todas las posibles combinaciones de saturaciones para el caso trifásico, pudiendo observarse la línea a lo largo de la cual cada saturación se mantendrá constante.

Analizando la configuración de la permeabilidad relativa de agua, y suponiendo que en el caso extremo en que alguna de las restantes saturaciones sea cero, el caso general trifásico se habrá convertido en bifásico, tomando para ello cualquiera de las propuestas analizadas anteriormente. Teniendo en cuenta además que la variación de la permeabilidad relativa en el caso bifásico solo depende del grado de saturación correspondiente a la fase analizada, puede asumirse que la misma permanecerá constante a lo largo de las líneas de igual grado de saturación. De esta manera se obtendrá la superficie representativa de los valores adquiridos por K_{rw} descrita en la Fig. [1.13].

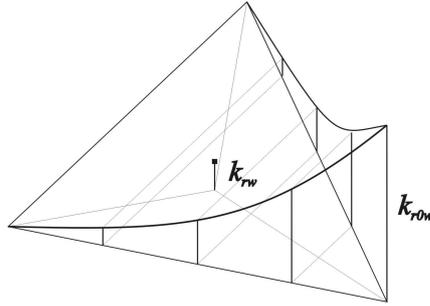


Figura 1.13: Representación de la permeabilidad relativa de agua.

Un modelo más complejo puede proponerse a partir de la sectorización del triángulo de saturaciones en las cuales las permeabilidades relativas sean función de varias saturaciones

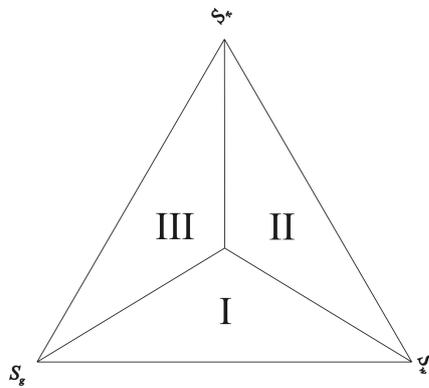


Figura 1.14: Propuesta de zonas de dependencia de permeabilidad relativa.

Zona I

$$K_{rw} = K_{rw}(S_{wn}) \quad (1.35)$$

$$K_{r\pi} = K_{r\pi}(S_{wn}, S_{gn}) \quad (1.36)$$

$$K_{rg} = K_{rg}(S_{gn}) \quad (1.37)$$

Zona II

$$K_{rw} = K_{rw}(S_{wn}) \quad (1.38)$$

$$K_{r\pi} = K_{r\pi}(S_{\pi n}) \quad (1.39)$$

$$K_{rg} = K_{rg}(S_{\pi n}, S_{wn}) \quad (1.40)$$

y Zona III

$$K_{rw} = K_{rw}(S_{\pi n}, S_{wn}) \quad (1.41)$$

$$K_{r\pi} = K_{r\pi}(S_{\pi n}) \quad (1.42)$$

$$K_{rg} = K_{rg}(S_{gn}) \quad (1.43)$$

Pudiendo observarse que en cada zona las permeabilidades dependen de los valores que toman dos de las saturaciones intervinientes.

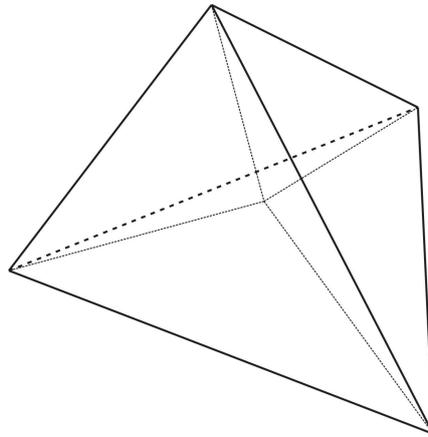


Figura 1.15: Representación esquemática de ejes para saturaciones en sistemas de cuatro fases.

A partir del análisis anterior puede imaginarse una generalización a sistemas de más fases, el sistema que sigue sería el de cuatro fases, que si bien puede determinarse un diagrama tetraédrico de la Fig. 1.15, no se podrá visualizar la superficie representativa de cada permeabilidad relativa.

CAPÍTULO 2

Modelado matemático de suelos no saturados con poluentes

2.1 Introducción

El análisis de consolidación en suelos no saturados multifásicos sin efectos térmicos es de gran interés para las construcciones civiles como edificios y presas de tierra, especialmente cuando la zona de ubicación se encuentra en la región noreste de Argentina o el sur de Paraguay y Brasil. En estos lugares, muchas ciudades importantes están situadas en el valle de antiguos ríos, donde suele encontrarse arcilla, limo o incluso arena con un grado de saturación mayor al 70 % (por lo general debido a la posición del nivel freático). Junto al problema clásico de consolidación de suelos arcillosos, se plantea una nueva situación en esta región del mundo, posiblemente debido a la localización de nuevas industrias: los daños ambientales. Estos hechos y la posibilidad de ampliar el código desarrollado previamente fueron las principales motivaciones para el presente trabajo.

Otra área importante es la relacionada con el confinamiento de residuos industriales, municipales o nucleares, donde es importante el correcto diseño de barreras apropiadas. Además, es motivo de preocupación el hundimiento de la superficie debido a la extracción de aguas subterráneas, o por encima de las explotaciones de yacimientos de hidrocarburos junto a los peligros naturales asociados como deslizamientos de suelos, avalanchas,

comportamiento sísmicos de presas de tierra, taludes, etc.

Los modelos matemáticos para resolver el fenómeno de consolidación en medios porosos representan un tema ampliamente estudiado en la mecánica computacional moderna. Desde los primeros trabajos de Biot, a las complejas formulaciones actuales, se consideraron una amplia gama de situaciones mecánicas, condiciones térmicas, fluidos transportados, condiciones de contorno y tipos de carga. Los casos no saturados bifásicos y trifásicos fueron abordados por Ghaboussi et al. [51] y Lewis et al. [74], respectivamente. El análisis no isotérmico de modelos saturados está incluido en el trabajo de Masters et al. [84], mientras que en el de Young et al. [128], el caso se extiende al caso no saturado.

El marco termodinámico para abordar formulaciones constitutivas enriquecidas fue considerado en propuestas realizadas por Abu Al-Rub y Voyiadjis [1], Polizzotto [97] y Vrech y Etse [124], para materiales cuasi frágiles y por Coussy [30] y Mroginiski et.al [91], para materiales porosos. Khoei y Haghghat [67] obtuvieron una solución para las interfaces de materiales independiente de los bordes del elemento, con un método de elementos finitos mejorado.

En cuanto a la mecánica geoambiental, distintos autores han abordado esta cuestión desde diferentes puntos de vista, aspectos e hipótesis. Li y Zienkiewicz [79], presentaron el transporte de fluidos a través de medios porosos, en una o dos fases separadas por una interfase sin reacciones químicas o componentes de intercambio entre las fases. Schrefler [108] y Mroginiski et. al. [89], presentaron el marco matemático de un sistema multifásico con poros llenos de agua, vapor de agua, aire seco y sustancias contaminantes, basándose en las teorías de mezclas de Hassanizadeh y Gray [56, 57]. Lewis y Schrefler [75] consideraron las propiedades termodinámicas de la interfase entre los distintos elementos constitutivos de medios porosos y, además, analizaron cuidadosamente la relación entre la tensión superficial de interfaces y la presión capilar.

Klubertanz et al. [69] trabajaron en modelos con fluidos de poro miscibles y no miscibles, analizando los dominios de aplicabilidad para cada caso y Ehlers y Blome [39] y Mroginiski y Etse [90] desarrollaron un modelo trifásico basado en la teoría de medios porosos. Además, Dasgupta et al. [31] adoptaron el método de diferencias finitas para resolver un problema de la contaminación del agua subterránea en una zona de eliminación de

residuos en Miami, Florida. La influencia de la permeabilidad relativa, que surge cuando se consideran fases mojadas y no mojadas, fue abordada por Noaman y El-Khatib [95].

Por su parte, Mroginski et al. [89] describieron la relación que une los desplazamientos verticales y el grado de saturación de los contaminantes. En los trabajos presentados por Ai et al. [2], así como por Su et al. [114] se consideraron diferentes grados de heterogeneidad. En el primer caso, se analizó un terreno de varias capas horizontales con una permeabilidad anisótropa sometida a una zapata cuadrada, mientras que en la segunda se adoptó una homogeneización de primer orden en el elemento de volumen representativo (RVE) para superar la heterogeneidad. Royer y Boutin [103] evaluaron la interpretación física de los tres comportamientos característicos de homogeneizado de doble porosidad junto con los efectos de memoria. En cuanto a la solución numérica del problema de contorno en medios porosos deformables, se presentaron diferentes enfoques, discutiéndose el problema de consolidación acoplada de medios porosos multifásico en el trabajo de Xikui et al. [80], Schrefler et al. [108] y Mroginski et al. [89]. A su vez, formulaciones con continuidad C_0 basadas en campos de aproximación para modelos constitutivos de medios no porosos fueron propuestos por de Borst y Pamin [32], Ramaswamy y Aravas [100] y Vrech y Etse [123], mientras que Mroginski y Etse [90] proponen una formulación de elementos finitos (EF) con funciones de interpolación $C1$ -continuas para medios porosos saturados no locales.

Lewis y Schrefler [75] presentan un estudio profundo de la solución numérica de problemas de consolidación acoplados en el suelo parcialmente saturado en el marco de los elementos finitos, mientras que Xue et al. [127] evaluaron la respuesta de la consolidación de un medio poroso saturado en el que se induce daño estructural, analizando el daño en la estructura del suelo considerado.

En cuanto al modelo constitutivo, Alonso et al. [3] llevaron a cabo el desarrollo de modelos para suelos arcillosos parcialmente saturados teniendo en cuenta la plasticidad y utilizando dos conjuntos independientes de variables de tensiones: el exceso de presión del poro de aire y la succión. Un modelo basado en ensayos triaxiales a succión controlada fue presentado por Sun et al. [115], mientras que Graziano et al. [54] analizaron la derivación de evolución de una ecuación constitutiva para medios porosos deformables. Por otra

parte, Schiava y Etse [107] proponen un modelo elastoplástico basado en superficies de cono y capa, para incorporar la dependencia friccional en régimen de bajo confinamiento.

Un enfoque matemático para medios parcialmente saturados isotérmicos basado en una descomposición de estados de tensiones aunque sin los efectos del acoplamiento de la saturación y la succión inducida fue presentado por Khalili et al. [66]. Esta cuestión fue objeto de gran controversia, solucionándose apropiadamente por Di Rado et al. [35] los efectos de la alta no linealidad que genera, en el sistema de ecuaciones, el acoplamiento succión-saturación del modelo constitutivo y su influencia en la pérdida de la simetría en el sistema principal de ecuaciones para el caso isotérmico.

Di Rado et al. [35] implementaron también, a través de la inclusión de las interacciones mencionadas, una ampliación del marco matemático presentado por Khalili y Khabbaz [66], que, a su vez, puede utilizarse para determinar el costo computacional que implica la consiguiente pérdida de la simetría.

En el presente capítulo, se presenta la deducción de las ecuaciones de gobierno correspondientes a las distintas fases que componen el medio poroso en estudio, compuesto por las fases sólida, líquida y gaseosa, con la presencia adicional de poluente no miscible en agua, el cual es considerado como una fase adicional.

El comportamiento de los poluentes dependerá de la capacidad de mezclarse, se analizará el caso más común, en el que los poluentes son inmiscibles, pudiendo describirse su comportamiento considerándolos una fase más de fluido. En el otro caso, la presencia de poluentes solubles debe realizarse considerando las correspondientes ecuaciones de balance cuando se trate de un medio deformable, o teniendo en cuenta los procesos de transporte: advección, difusión y dispersión. El flujo por dispersión es atribuido a variaciones de la velocidad de infiltración durante el transporte y el flujo de masa por dispersión se debe a la concentración de gradientes de presión.

Se asume que los componentes del suelo son químicamente inertes (no reaccionan entre sí), sin modificar las propiedades mecánicas del medio y se considerará un equilibrio termodinámico local, por lo que no se tendrá en cuenta el flujo convectivo de calor, difusión de vapor, flujo conductivo ni flujo debido a gradientes de presión o efectos capilares o

transferencia de calor latente debido a cambios de fase dentro del poro (evaporación y condensación). De esta manera la temperatura de un punto del medio multifásico debe ser igual para cada componente, esto no significa que la temperatura deba ser uniforme en todo el medio, sino que puede definirse el estado termodinámico en cada punto sabiendo el valor de la temperatura de un componente (que es igual a la del resto).

Además de la adición de una fase de contaminantes inmiscibles al sistema de tres fases basado en la descomposición de estado de esfuerzos descriptas por Di Rado et. al. [35], se pone a consideración la introducción de una función simple ponderada que permite utilizar las curvas de succión-saturación para los componentes individuales en lugar de utilizar una curva de la mezcla de fluidos, presentando además una generalización para N fases fluidas inmiscibles. Esta mejora en el enfoque matemático permite que el modelo constitutivo pueda ser reducido a otros más restrictivos pero más fáciles de resolver, como el caso saturado, el no saturado sin acoplamiento de la succión, la consolidación sin presencia de contaminantes, la consolidación con presencia de contaminantes o poluentes, pero sin acoplamiento de succión, etc., mediante la limitación o configuración al valor requerido de manera conveniente de algunos coeficientes.

Con respecto al comportamiento mecánico de la masa de suelo, y por razones de simplicidad, se considera un modelo elástico. Sin embargo, siempre que las restricciones establecidas en el trabajo de Di Rado et al. [35] sean consideradas, puede adoptarse un modelo elastoplástico sin mayores esfuerzos.

Se tiene en cuenta la interfase entre los diferentes componentes del medio, considerando que cualquier fluido del medio poroso permanecerá inmisible solo si no hay tensión superficial en la interfase, dado que si la tensión superficial es nula, la presión capilar se anula también, con lo cual la presión del fluido permanecerá constante.

2.2 Ecuaciones de gobierno

En el análisis mecánico clásico, se acepta frecuentemente como válida una distribución continua de partículas existentes, ya sean sólidas o fluidas, para las cuales son válidas

las leyes de balance y las relaciones constitutivas. Para el caso en estudio, hay una fase omnipresente: la fase sólida o esqueleto sólido, cuyos huecos se consideran llenos de fluidos (líquidos o gaseosos), los cuales se separan entre sí por una superficie denominada interfase.

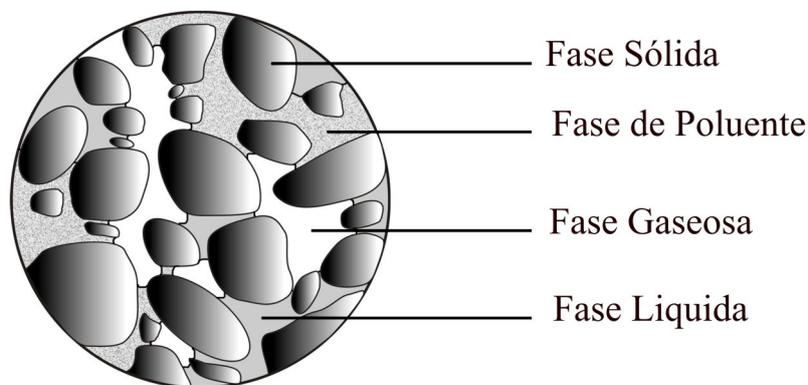


Figura 2.1: Volumen elemental representativo de un medio multifásico a escala microscópica.

Hay dos niveles posibles para describir la configuración de medios multifásicos granulares: el nivel macro y el microscópico. A un nivel microscópico se considera la estructura real de medios porosos, la cual no es homogénea (ver Fig. 2.1) y, debido a esta situación, las ecuaciones de gobierno se establecen considerando cada componente por separado, lo que genera una solución complicada. Teniendo en cuenta estas razones y agregando que la descripción microscópica está generalmente más allá de los objetivos de la ingeniería civil, se considera suficientemente preciso realizar una descripción macroscópica del medio. Como principal característica, esta descripción asume que en cada punto material están presentes simultáneamente todas las fases en sus respectivas proporciones, lo que a su vez, se presta a una fácil idealización de la estructura. Esta idealización puede llevarse a cabo basándose en diferentes puntos de vista, en el presente trabajo, se siguen los lineamientos generales propuestos originalmente por Khalili y Khabbaz [66] y modificado posteriormente por Di Rado et al. [35], sin embargo, deben introducirse otras modificaciones para considerar la presencia de una o más fases de poluentes.

La Fig. 2.2 resume una parte representativa de medios porosos con su volumen de vacíos dividido en tres partes, con cada uno de ellos lleno de agua, gas (normalmente aire) y poluentes. Los componentes de fuerzas exteriores representan la acción de la porción eliminada del suelo, del mismo modo p^w , p^g y p^π representan las presiones en los diferentes

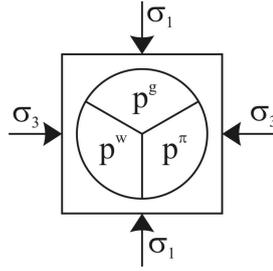


Figura 2.2: Esquema representativo de volumen diferencial de suelo.

volumenes de poros (agua, aire y poluente, respectivamente). Aunque se la considera, por una cuestión de simplicidad no se representa la componente de tensión externa normal al plano del papel. En la Fig. 2.3, se descompone convenientemente al estado de tensiones representado en la Fig. 2.2 en varios estados diferentes, que finalmente dan lugar a la sustentabilidad de todo el enfoque.

2.2.1 Modelo de descomposición aditiva propuesto

El balance de momento lineal y las ecuaciones de conservación de masa no son suficientes para obtener las distintas presiones que actúan en la porción de suelo que se describe en la Fig. 2.2, por lo tanto se agregan ecuaciones constitutivas sólido-fluido, requiriéndose la utilización del concepto de tensión efectiva, aunque modificado para suelos no saturados. Por lo tanto, la presión de los poros (aire, agua y poluentes), las componentes del tensor total de tensiones σ_{ij} y las del tensor de tensiones efectivas σ'_{ij} nos conducen a la siguiente expresión (usando notación indicial):

$$d\sigma'_{ij} = d\sigma_{ij} - a_1 dp^w \delta_{ij} - a_2 dp^\pi \delta_{ij} - a_3 dp^g \delta_{ij} \quad (2.1)$$

siendo σ'_{ij} la tensión efectiva, dp^w , dp^g y dp^π los diferenciales de las presiones de poros de agua, aire y poluente, respectivamente, δ_{ij} el delta de Kronecker, y a_1 , a_2 y a_3 los parámetros de tensiones efectivas. Esta ecuación puede también ser expresada en término de derivadas del tiempo, como:

$$\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - a_1 \dot{p}^w \delta_{ij} - a_2 \dot{p}^g \delta_{ij} - a_3 \dot{p}^\pi \delta_{ij} \quad (2.2)$$

La existencia de esta ecuación no se basa sólo en una división conveniente de las tensiones, sino que está fundamentada en investigaciones sobre la termodinámica de medios porosos y geomecánica del medio ambiente.

Con el fin de juzgar el valor de los parámetros a_1 , a_2 y a_3 , es necesario introducir algunos conceptos específicos de tensiones de mayor relevancia en el análisis de suelo no saturado. Éstos son los de succión de agua, succión de poluentes y tensión normal neta representada por $dp^{cw} = dp^g - dp^w$, $dp^{c\pi} = dp^g - dp^\pi$ y $p^n = \bar{\sigma} - dp^g$, con $\bar{\sigma} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ respectivamente, que se utilizan comúnmente para describir el comportamiento mecánico del suelo no saturado con fases de fluido constituido por agua y poluente.

Con el objeto de definir a_1 , a_2 y a_3 a partir de parámetros físicos, se descompone el tensor de tensiones actuante sobre un elemento representativo de suelo no saturado multifásico en siete componentes, según lo indicado en Fig. 2.3 (por una cuestión de simplicidad, no se grafica σ_2 , componente normal al plano del tensor de tensiones). La Fig. 2.3 muestra la descomposición aditiva propuesta para el estado de tensiones indicado en la Fig. 2.2 con un aspecto notable: todas las variables antes mencionadas, es decir, p^{cw} , $p^{c\pi}$ y $(\bar{\sigma} - p^g)$, surgen en alguno de los estados de tensiones componentes.

Estos diferentes estados de tensiones, aunque aparentemente arbitrarios han sido diseñados con el fin de proporcionar un significado físico a los parámetros buscados.

El componente 1 corresponde a una presión del poro de agua, poro de poluente, poro de gas y externa isotrópica igual a externa p^w . Los componentes 4 y 5 son similares a 1, pero con presiones de poro y exterior isotrópica iguales a las presiones de poluente y aire respectivamente. El componente 2 corresponde a una presión del poro de poluente, poro de gas y externa isotrópica igual a la externa $p^g - p^w$ (succión matricial del agua) y presión del poro de agua igual a cero. El componente 3 corresponde a una presión del poro de agua, poro de gas y externa isotrópica igual a externa $p^g - p^\pi$ (succión matricial del poluente) y presión del poro de poluente igual a cero. El componente 6 corresponde a una presión del poro de agua, poro de poluente y poro de gas igual a cero y una carga externa isotrópica igual a $\bar{\sigma} - p^g$. El componente 7 corresponde a una presión del poro de agua, poro de poluente y poro de gas igual a cero y una carga externa isotrópica igual al tensor desviador.

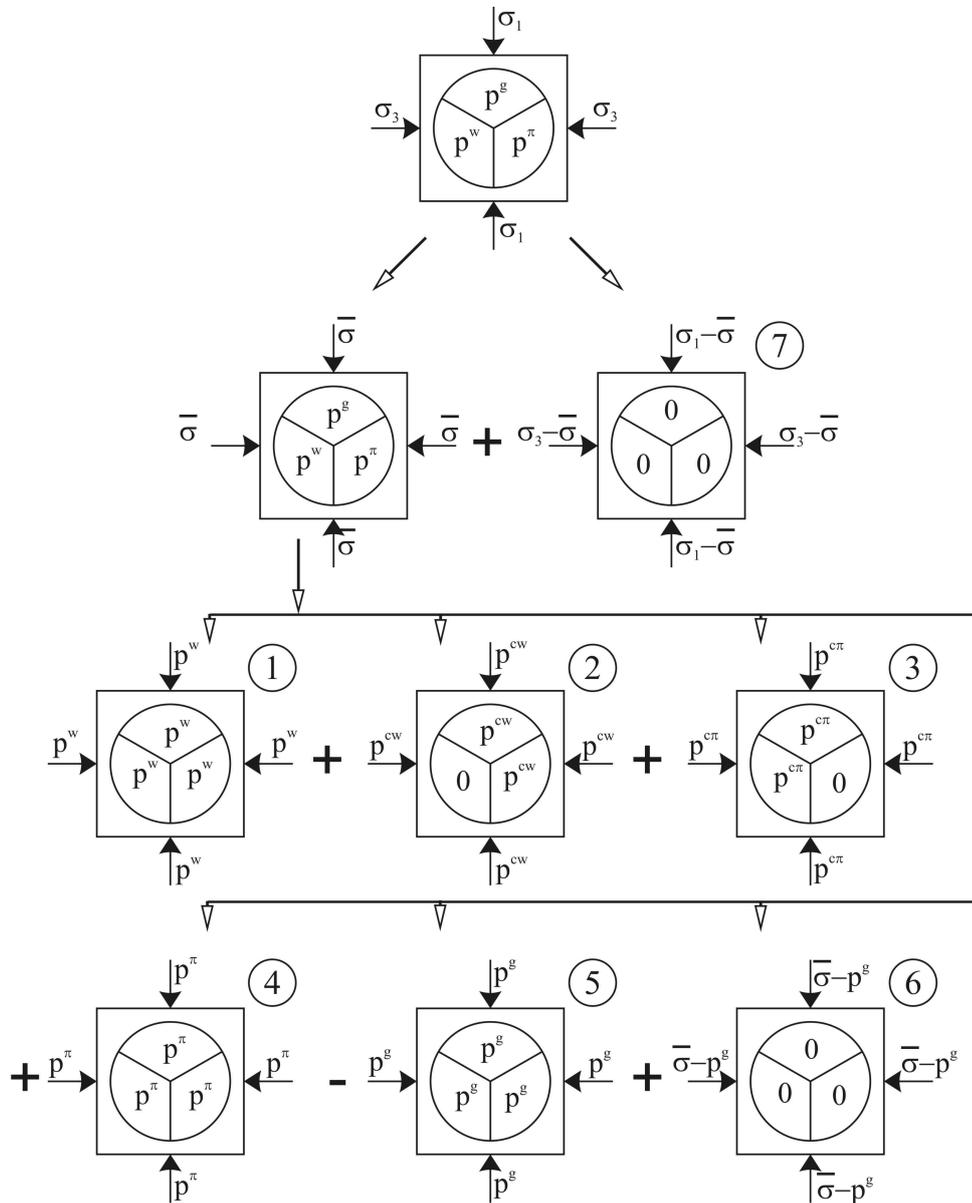


Figura 2.3: Descomposición del estado de tensiones de un elemento representativo de un medio poroso multifásico

A partir de esta figura podrá escribirse la deformación volumétrica como la suma de los componentes antes mencionados:

$$\epsilon_{ii} = \epsilon_{ii}^{(1)} + \epsilon_{ii}^{(2)} + \epsilon_{ii}^{(3)} + \epsilon_{ii}^{(4)} - \epsilon_{ii}^{(5)} + \epsilon_{ii}^{(6)} + \epsilon_{ii}^{(7)} \quad (2.3)$$

siendo:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ii}^{(1)} &= c_s p^w \\ \epsilon_{ii}^{(2)} &= c_{mw} (p^g - p^w) \\ \epsilon_{ii}^{(3)} &= c_{m\pi} (p^g - p^\pi) \\ \epsilon_{ii}^{(4)} &= c_s p^\pi \\ \epsilon_{ii}^{(5)} &= c_s p^g \\ \epsilon_{ii}^{(6)} &= c (\bar{\sigma} - p^g) \\ \epsilon_{ii}^{(7)} &= 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

donde $c_{mw} = \frac{1}{K_{mw}}$ es la compresibilidad de la estructura de suelo con respecto a un cambio en la succión de agua p^{cw} ($p^{cw} = p^g - p^w$). En este sentido, se propone la siguiente expresión:

$$K_{mw} = \frac{K_T K_s}{S_w K_s + \frac{S_w}{S_f} S_g K_T + \frac{S_\pi}{S_f} K_T} \quad (2.5)$$

donde:

S_w , S_π , S_g y $S_f = S_w + S_\pi$ son las saturaciones de las fases de agua, poluente, aire y fluido, respectivamente. Considerando que $S_w = V_w/V_v$, $S_\pi = V_\pi/V_v$ y que $S_g = V_g/V_v$ donde V_w , es el volumen del poro de agua, V_π , es el volumen del poro de poluente, V_g , es el volumen del poro de aire, y V_v , es el volumen de vacíos.

$c = \frac{1}{K_T}$ es la compresibilidad drenada de la estructura de suelo y $c_s = \frac{1}{K_s}$ es la compresibilidad de los granos de suelo.

$K_T = (1 - \alpha) K_s$ es el módulo de compresibilidad de la masa de suelo [75] siendo α la constante de Biot [18].

Además, $c_{m\pi} = \frac{1}{K_{m\pi}}$ es la compresibilidad de la estructura de suelo con respecto a un cambio en la succión de poluente $p^{c\pi}$, ($p^{c\pi} = p^g - p^\pi$). Proponiéndose la siguiente expresión:

$$K_{m\pi} = \frac{K_T K_s}{S_w K_s + \frac{S_\pi}{S_f} S_g K_T + \frac{S_w}{S_f} K_T} \quad (2.6)$$

Sustituyendo las ecuaciones [2.4] en la ecuación [2.3] y acomodando tenemos:

$$\epsilon_{ii} = c_s p^w + c_{mw} (p^g - p^w) + c_{m\pi} (p^g - p^\pi) + c_s p^\pi - c_s p^g + c (\bar{\sigma} - p^g) + 0 \quad (2.7)$$

Por otro lado, considerando la definición del concepto de tensión efectiva, la deformación volumétrica en términos de la presión efectiva y los parámetros del suelo, puede establecerse que:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ii} &= c \sigma' \\ \epsilon_{ii} &= c (\bar{\sigma} - a_1 p^w - a_2 p^g - a_3 p^\pi) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Comparando la ecuación [2.7] y la [2.8] obtenemos:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{c_{mw}}{c} - \frac{c_s}{c} = \alpha S_w \\ a_2 &= \frac{c_{m\pi}}{c} - \frac{c_s}{c} = \alpha S_\pi \\ a_3 &= 1 + \frac{c_s}{c} - \frac{c_{mw}}{c} - \frac{c_{m\pi}}{c} = \alpha S_g \end{aligned} \quad (2.9)$$

Reemplazando la ecuación [2.9] en la ecuación [2.2] se obtiene la expresión constitutiva buscada para la relación sólido-fluido:

$$\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \alpha \delta_{ij} (S_w \dot{p}^w + S_g \dot{p}^g + \dot{p}^\pi S_\pi) \quad (2.10)$$

2.2.2 Equilibrio mecánico

Considerando una porción de suelo no saturado sujeta a un campo de tensiones, el balance de momento lineal descartando efectos inerciales está dado por:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + F_i = 0 \quad \text{con} \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.11)$$

donde σ_{ij} son las componentes del tensor de tensiones y F_i las componentes de la fuerza de masa por unidad de volumen. El campo de deformaciones y desplazamientos está relacionado con el de tensiones efectivas a través de la siguiente expresión:

$$\dot{\sigma}'_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \quad \text{con} \quad \dot{\epsilon}_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (2.12)$$

donde C_{ijkl} es el tensor constitutivo tangencial y $\dot{\epsilon}_{kl}$ el tensor velocidad de deformación.

2.2.3 Modelo de flujo: fase agua

El flujo de agua en suelos saturados, así como en suelos no saturados, puede describirse mediante la combinación de la ley de Darcy y la ley de conservación de masa de fluidos.

De acuerdo a la ley de Darcy [72]:

$$\nu_{wi} = - \frac{k_{wi}}{\gamma^w} \frac{\partial p^w}{\partial x_i} \quad (2.13)$$

donde ν_{wi} es la velocidad de flujo correspondiente a la fase agua. Además, como la continuidad de la masa de fluido está dada por:

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho^w n_w \nu_{fwi}) = \frac{\partial}{\partial t}(n_w \rho^w) \quad (2.14)$$

puede obtenerse la siguiente expresión [66] :

$$-\frac{1}{\rho^w} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^w \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial p^w}{\partial x_i} \right) = -n_w c_{fw} \dot{p}^w + \frac{1}{V} \dot{V}_w \quad (2.15)$$

donde k_{wi} es el coeficiente de permeabilidad, ν_{wi} es la velocidad de descarga relativa del flujo de agua, γ_w es el peso específico de agua, ρ^w es la densidad del agua, ν_{fi} es la velocidad de fluido absoluta, $n_w = V_w/V$ representa la porosidad de la fase agua, V es el volumen total, y c_f es la compresibilidad del fluido .

2.2.4 Modelo de flujo: fase poluente

Al suponerlo inmisible, el poluente presente en el medio poroso no tiene la propiedad de mezclarse con las fases no sólidas, por lo tanto se encontrará formando parte de una nueva fase π . Una manera de estudiar este fenómeno es considerar que el comportamiento del poluente será similar a la fase líquida [108], con lo cual es posible plantear las ecuaciones de conservación en forma similar a dicha fase.

De acuerdo a la ley de Darcy generalizada para flujo multifásico [72]:

$$\nu_{\pi i} = -\frac{k_{\pi i}}{\gamma^\pi} \frac{\partial p^\pi}{\partial x_i} \quad (2.16)$$

realizando operaciones similares a las de la fase agua, se obtiene la siguiente expresión:

$$-\frac{1}{\rho^\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^\pi \frac{k_{\pi i}}{\gamma_\pi} \frac{\partial p^\pi}{\partial x_i} \right) = -n_\pi c_{f\pi} \dot{p}^\pi + \frac{1}{V} \dot{V}_\pi \quad (2.17)$$

donde $k_{\pi i}$ es el coeficiente de permeabilidad de la fase poluente, ν_π es la velocidad de descarga relativa del flujo de poluente, γ_π es el peso específico del poluente, ρ^π es la densidad del poluente, ν_{fi} es la velocidad de fluido absoluta, $n_\pi = V_\pi/V$ representa la

porosidad de la fase poluente, V es el volumen total, y c_f es la compresibilidad del fluido

2.2.5 Modelo de flujo: fase gaseosa

La fase gaseosa aquí considerada está compuesta por dos componentes, aire seco y vapor de agua. Dado que ambos componentes son miscibles y se comportan en forma similar, pueden ser tratados como una sola fase, pero ocuparán el mismo diferencial de volumen. Normalmente se utiliza la ley de Fick para describir el flujo de aire a través del suelo no saturado. De acuerdo a esta ley, la tasa de masa transferida por una sustancia en difusión a través de un área unitaria (J_{gi}) es proporcional a la concentración de sustancia difundida (C) [47]. Esto puede expresarse a través de la siguiente ecuación:

$$J_{gi} = -D_i \frac{\partial C}{\partial x_i} \quad (2.18)$$

donde D_i es el coeficiente de difusión.

Para condiciones isotérmicas, teniendo en cuenta la conservación de masa de aire y realizando un procedimiento similar al utilizado para las fases fluidas, se obtiene [66]:

$$-\frac{1}{\rho^g} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_i^* \frac{\partial p^g}{\partial x_i} \right) = -\frac{n_g}{P} \dot{p}^g + \frac{1}{V} \dot{V}_g \quad (2.19)$$

donde D_i^* es el coeficiente de transmisión de la fase aire, ρ^g es la densidad de aire, P es la presión absoluta, $n_g = V_g/V$ representa la porosidad de la fase aire, y V es el volumen total.

Las ecuaciones [2.15], [2.17] y [2.19] son las ecuaciones de gobierno diferenciales que describen el flujo de agua, poluente y aire a través de una masa de suelo no saturado, respectivamente. Nótese que hay tres ecuaciones para seis incógnitas ($p^w, p^\pi, p^g, V_w, V_\pi$ y V_g), por lo tanto serán necesarias tres ecuaciones más.

Para abordar este problema, en las siguientes secciones se presentan relaciones entre

las tasas de los volúmenes de agua, poluente y aire, las variables primarias: presión de poros de agua, poluente y aire y las componentes de desplazamiento (p^w , p^π , p^g , u_i). Una vez obtenida esta relación, la ecuación 2.2 deberá ser formulada en términos del campo de desplazamientos mediante el agregado de una relación constitutiva adecuada (para el caso saturado y elástico, ver referencia [66]). Por consiguiente 2.2, 2.15, 2.17 y 2.19 deberán ser resueltas simultáneamente.

2.3 Estados de suelos propuestos

Para establecer las relaciones necesarias para $\frac{dV_w}{V}$, $\frac{dV_\pi}{V}$ y $\frac{dV_g}{V}$ y las variables primarias de fluidos, se plantean tres combinaciones de estados:

2.3.1 Combinación 1

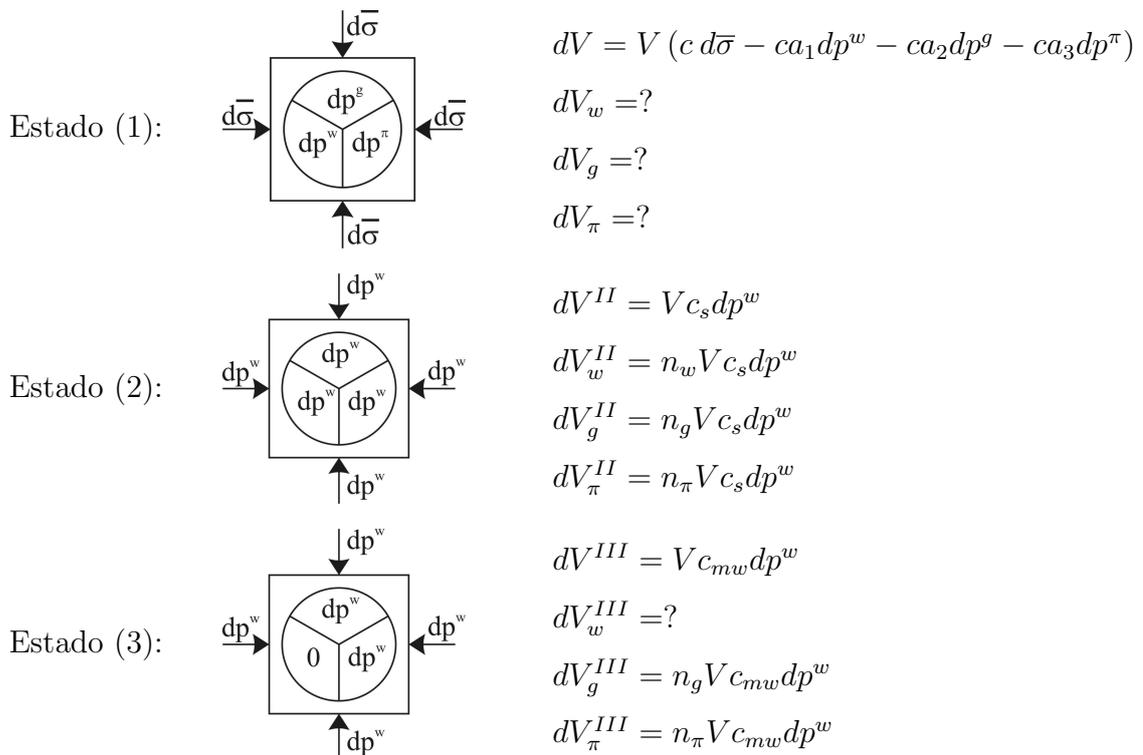


Figura 2.4: Primer conjunto de variaciones de volumen de elementos representativos de suelo.

El estado (1) de Fig. 2.4 corresponde a una presión externa isotrópica, $d\bar{\sigma}$, una presión

interna del poro de agua dp^w , una presión interna del poro de poluente dp^π y una presión interna del poro de gas dp^g . El estado (2) muestra presiones interna (poro de agua, gas y poluente) y externa iguales al valor de la presión del poro de agua. Finalmente, el estado (3) representa una porción de suelo igual a la anterior, pero con presión del poro de agua igual a cero. Aplicando de ley de reciprocidad de las tensiones a los estados idealizados [(1) - (2)], [(1) - (3)], y [(2) - (3)], podemos obtener las relaciones ocultas entre las incógnitas (relativas a V_w). Obteniendo:

$$(dV - dV_w - dV_g - dV_\pi) dp^w = Vc_s dp^w d\bar{\sigma} - n_w Vc_s dp^w dp^w - n_g Vc_s dp^w dp^g - n_\pi Vc_s dp^w dp^\pi \quad (2.20)$$

$$(dV - dV_g - dV_\pi) dp^w = Vc_{mw} dp^w d\bar{\sigma} - n_g Vc_{mw} dp^w dp^g - dV_w^{III} dp^w - dV_\pi^{III} dp^\pi \quad (2.21)$$

$$Vc_{mw} dp^w dp^w - n_g Vc_{mw} dp^w dp^w - dV_w^{III} dp^w - dV_\pi^{III} dp^\pi = Vc_s dp^w dp^w - n_\pi Vc_s dp^w dp^w - n_g Vc_s dp^w dp^w \quad (2.22)$$

Restando las ecuaciones [2.21](#) y [2.22](#) a la [2.20](#), obtenemos:

$$\frac{dV_w}{V} = (c_{mw} - c_s) d\bar{\sigma} - [c_{mw}(1 - n_g) + c_s(n_\pi - 1 - n_w + n_g) - n_\pi c_{mw}] dp^w - n_g(c_{mw} - c_s) dp^g - n_\pi(c_{mw} - c_s) dp^\pi \quad (2.23)$$

Considerando [2.8](#) en forma diferencial; y luego de algunas transformaciones algebraicas, la ecuación [2.23](#) queda:

$$\begin{aligned} \frac{dV_w}{V} = \alpha S_w \epsilon_{ii} - \left[(S_g + S_\pi) (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_{mw}} - \frac{1}{K_s} \right) + (\alpha - n) \frac{S_w}{K_s} \right] dp^w \\ + \left[S_g (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_{mw}} - \frac{1}{K_s} \right) \right] dp^g + \left[S_\pi (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_{mw}} - \frac{1}{K_s} \right) \right] dp^\pi \end{aligned} \quad (2.24)$$

donde $n = n_w/V_w = n_\pi/V_\pi = n_g/V_g$, luego de ordenar se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{dV_w}{V} = \alpha S_w \epsilon_{ii} - \frac{(\alpha - n) S_w}{K_s} (S_w dp^w + S_g dp^g + S_\pi dp^\pi) \\ + \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_w ((S_w - 1) dp^w + S_g dp^g + S_\pi dp^\pi) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Sustituyendo la ecuación [2.25](#) en la [2.15](#) y realizando la derivada con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho^w} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^w \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial p^w}{\partial x_i} \right) + \alpha S_w \dot{\epsilon}_{ii} \\ - S_w \left[\frac{n}{K_w} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_w - \frac{C_{sw}}{n} dp^w + \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi \right) \right. \\ \left. - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left(-\frac{C_{sw}}{n} dp^w + (S_w - 1) + \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi \right) \right] \frac{dp^w}{dt} \\ - S_w \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_g - \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^w - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi \right) \right. \\ \left. - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left(\frac{C_{sw}}{n} dp^w - \frac{C_{sw}}{n} dp^g + S_g - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi \right) \right] \frac{dp^g}{dt} \\ - S_w \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_\pi - \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_\pi \right] \frac{dp^\pi}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

donde $\dot{p}^c = \dot{p}^g - \dot{p}^w$ y n es la porosidad ($n = n_g/S_g = n_w/S_w$). Una cuestión importante que debe ser aclarada es que en la referencia [\[66\]](#) la variación de la saturación de agua con respecto al tiempo no es considerada, mientras que en este trabajo, este aspecto se tiene en cuenta a través de las derivadas mencionadas.

Además, para alcanzar los objetivos del presente trabajo, en el siguiente párrafo se abordará una propuesta diferente con respecto a los estados 1 a 3 mostrados en la Fig 2.4. A través de esta reformulación, se logra una relación conveniente entre V_g y las variables primarias.

En las ecuaciones anteriores,

$$C_{sw} = n \frac{dS_w}{dp^{cw}} \quad C_{s\pi} = n \frac{dS_\pi}{dp^{c\pi}} \quad (2.27)$$

2.3.2 Combinación 2

Esta combinación se forma analizando el estado (1) junto a los siguientes estados:

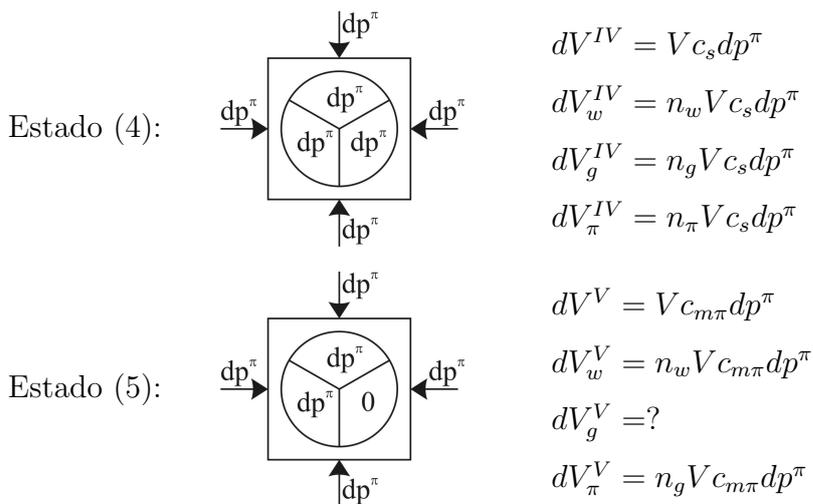


Figura 2.5: Segundo conjunto de variaciones volumétricas de elementos representativos de suelo.

El estado (4) representa una porción de suelo con presiones externas e internas iguales a dp^π . El estado (5) corresponde a una porción de suelo con presiones externa, del poro de aire y del poro de agua iguales a dp^π , además de una presión del poro de poluyente nula.

Aplicando el principio de reciprocidad de Betty a los estados [(1) - (5)], [(4) - (5)] y [(1) - (4)], puede obtenerse:

$$(dV - dV_w - dV_g) dp^\pi = V c_{m\pi} dp^\pi d\bar{\sigma} - n_w V c_{m\pi} dp^\pi dp^w - dV_\pi^V dp^\pi - n_g V c_{m\pi} dp^\pi dp^g \quad (2.28)$$

$$V c_{m\pi} dp^\pi dp^\pi - n_w V c_{m\pi} dp^\pi dp^\pi - dV^V dp^\pi - n_g V c_{m\pi} dp^\pi dp^\pi = \\ V c_s dp^\pi dp^\pi - n_w V c_s dp^\pi dp^\pi - n_g V c_s dp^\pi dp^\pi \quad (2.29)$$

$$(dV - dV_w - dV_\pi - dV_g) dp^\pi = V c_s dp^\pi d\bar{\sigma} \\ - n_w V c_s dp^\pi dp^w - n_g V c_s dp^\pi dp^g - n_\pi V c_s dp^\pi dp^\pi \quad (2.30)$$

Una vez más, restando la ecuación [2.12](#) a la [2.19](#), y luego de algunas transformaciones algebraicas, la ecuación [2.30](#) se convierte en:

$$\frac{dV_\pi}{V} = (c_{m\pi} - c_s) d\bar{\sigma} - (c_{m\pi} - c_s) n_w dp^w - (c_{m\pi} (1 - n_w) - n_g c_{m\pi} \\ + c_s (n_w - n_\pi - 1 + n_g)) dp^w + n_g (c_{m\pi} - c_s) dp^g \quad (2.31)$$

Reemplazando la ecuación [2.31](#) en la [2.17](#), conduce a:

$$\frac{1}{\rho^\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^\pi \frac{k_{\pi i}}{\gamma_\pi} \frac{\partial p^\pi}{\partial x_i} \right) + \alpha S_\pi \dot{\epsilon}_{ii} \\ - S_\pi \left[\frac{n}{K_\pi} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_\pi - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^g - \frac{C_{sw}}{n} dp^w \right) \right. \\ \left. - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left(-\frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi + (S_\pi - 1) + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^g - \frac{C_{sw}}{n} dp^w \right) \right] \frac{dp^\pi}{dt}$$

$$\begin{aligned}
 & - S_\pi \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_g - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi - \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^w \right) \right. \\
 & \left. - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left(\frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + S_g - \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^w \right) \right] \frac{dp^g}{dt} \\
 & - S_\pi \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_w - \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_w \right] \frac{dp^w}{dt} = 0 \quad (2.32)
 \end{aligned}$$

2.3.3 Combinación 3

Esta combinación se forma analizando el estado (1) junto a los siguientes estados:

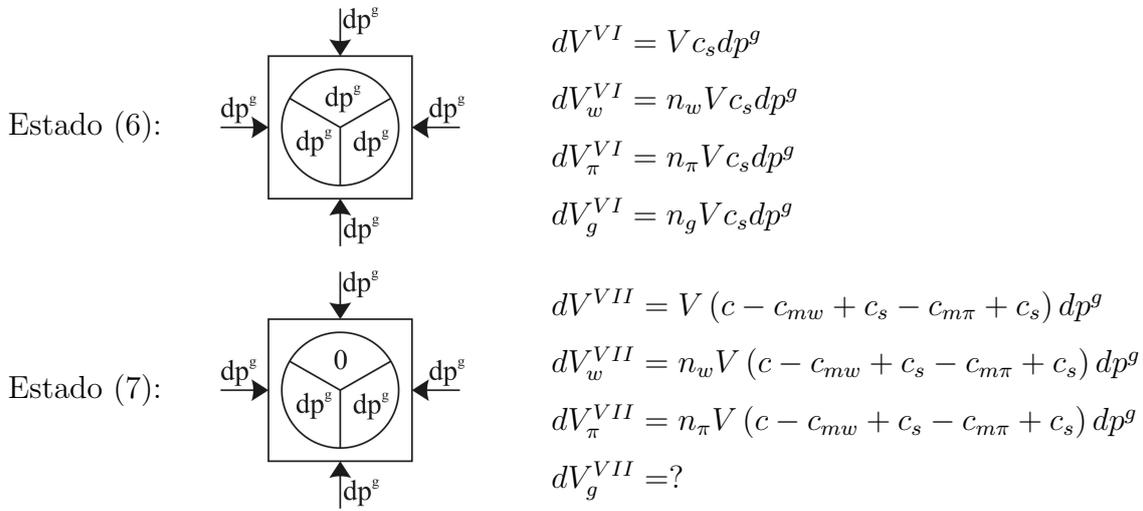


Figura 2.6: Tercer conjunto de variaciones volumétricas de elementos representativos de suelo

El estado (6) muestra una porción de suelo con presiones externas e internas iguales a dp^g . El estado (7) corresponde a una porción de suelo con presiones externa, del poro de aire y del poro de agua iguales a dp^g , además de una presión del poro de poluyente nula.

Aplicando el principio de reciprocidad de Betty a los estados [(1) - (5)], [(4) - (5)] y [(1) - (4)], puede obtenerse:

$$\begin{aligned}
 (dV - dV_w - dV_\pi - dV_g) dp^g &= V c_s dp^g d\bar{\sigma} \\
 & - n_w V c_s dp^g dp^w - n_\pi V c_s dp^g dp^\pi - n_g V c_s dp^g dp^g \quad (2.33)
 \end{aligned}$$

$$(dV - dV_w - dV_\pi) dp^g = V(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi} + c_s) dp^g d\bar{\sigma} - Vn_w(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi} + c_s) dp^g dp^w - Vn_\pi(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi} + c_s) dp^g dp^\pi - dV_V^g dp^g \quad (2.34)$$

$$Vc_s dp^g dp^g - n_w Vc_s dp^g dp^g - n_\pi Vc_s dp^g dp^g = V(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi} + c_s) dp^g dp^g - Vn_w(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi} + c_s) dp^g dp^g - Vn_\pi(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi} + c_s) dp^g dp^g - dV_V^g dp^g \quad (2.35)$$

combinando linealmente las ecuaciones anteriores (2.33) - (2.34) + (2.35), se obtiene:

$$\frac{dV_g}{V} = (c - c_{mw} - c_{m\pi} + c_s) d\bar{\sigma} - [-n_g c_s - (n_w + n_\pi - 1)(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi})] dp^g - n_w(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi}) dp^w - n_\pi(c - c_{mw} + c_s - c_{m\pi}) dp^\pi \quad (2.36)$$

Luego de algunas transformaciones algebraicas, la Ec. 2.36 queda:

$$\frac{dV_g}{V} = S_g \left[\alpha \epsilon_{ii} - \frac{(\alpha - n)}{K_s} (S_w dp^w S_\pi dp^\pi + S_g dp^g) - \frac{(\alpha - n)}{K_T} (S_w dp^{cw} + S_\pi dp^{c\pi}) \right] \quad (2.37)$$

De la misma manera que en la ecuación 2.26, sustituyendo la ecuación 2.37 en la 2.19 y realizando la derivada con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{1}{\rho^g} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_i^* \frac{\partial p^g}{\partial x_i} \right) - \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_g \left(S_w + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_g \left(-S_w - \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) \right) \right] \dot{p}^w$$

$$\begin{aligned}
 & - \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_g \left(S_\pi + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_g \left(-S_\pi - \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) \right] \dot{p}^\pi \\
 & - \left[\frac{nS_g}{P} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} S_g \left(S_g - \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) - \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) \right. \\
 & \left. + \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_g \left(S_w + S_\pi + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) \right] \dot{p}^g = 0 \quad (2.38)
 \end{aligned}$$

2.4 Sistema de ecuaciones para análisis de suelos no saturados con presencia de poluentes

Las ecuaciones 2.12, 2.26, 2.32 y 2.38 constituyen un conjunto de ecuaciones diferenciales independientes. Con el objeto de implementarlas mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF), se consideran las siguientes relaciones $\dot{S}_w = \frac{dS_w}{dp^{cw}} \dot{p}^{cw}$, $\dot{S}_\pi = \frac{dS_\pi}{dp^{c\pi}} \dot{p}^{c\pi}$, donde $\dot{p}^{cw} = \dot{p}^g - \dot{p}^w$ y $\dot{p}^{c\pi} = \dot{p}^g - \dot{p}^\pi$. Finalmente las ecuaciones de equilibrio mecánico y flujo de las diferentes fases podrán escribirse según:

$$\nabla (C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}) + a_1 \nabla \dot{p}^w + a_2 \nabla \dot{p}^\pi + a_3 \nabla \dot{p}^g + \dot{F}_i = 0 \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\rho^w} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^w \frac{k_{wi}}{\gamma_w} \frac{\partial p^w}{\partial x_i} \right) + \alpha S_w \dot{\epsilon}_{ii} \\
 & - S_w \left[\frac{n}{K_w} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_w - \frac{C_{sw}}{n} dp^w + \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi \right) \right. \\
 & \left. - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left(-\frac{C_{sw}}{n} dp^w + (S_w - 1) + \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi \right) \right] \frac{dp^w}{dt} \\
 & - S_w \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_g - \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^w - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi \right) \right. \\
 & \left. - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left(\frac{C_{sw}}{n} dp^w - \frac{C_{sw}}{n} dp^g + S_g - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi \right) \right] \frac{dp^g}{dt} \\
 & - S_w \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} (S_\pi) - \frac{(\alpha - n)}{K_T} (S_\pi) \right] \frac{dp^\pi}{dt} = 0 \quad (2.40)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\rho^\pi} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho^\pi \frac{k_{\pi i}}{\gamma_\pi} \frac{\partial p^\pi}{\partial x_i} \right) + \alpha S_\pi \dot{\epsilon}_{ii} \\
& - S_\pi \left[\frac{n}{K_\pi} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_\pi - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^g - \frac{C_{sw}}{n} dp^w \right) \right. \\
& \left. - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left(-\frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi + (S_\pi - 1) + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^g - \frac{C_{sw}}{n} dp^w \right) \right] \frac{dp^\pi}{dt} \\
& - S_\pi \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_g - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + \frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi - \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^w \right) \right. \\
& \left. - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left(\frac{C_{s\pi}}{n} dp^\pi - \frac{C_{s\pi}}{n} dp^g + S_g - \frac{C_{sw}}{n} dp^g + \frac{C_{sw}}{n} dp^w \right) \right] \frac{dp^g}{dt} \\
& - S_\pi \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} (S_w) - \frac{(\alpha - n)}{K_T} (S_w) \right] \frac{dp^\pi}{dt} = 0 \quad (2.41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\rho^g} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_i^* \frac{\partial p^g}{\partial x_i} \right) \\
& - \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_g \left(S_w + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_g \left(-S_w - \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) \right) \right] \dot{p}^w \\
& - \left[\frac{(\alpha - n)}{K_s} S_g \left(S_\pi + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_g \left(-S_\pi - \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) \right] \dot{p}^\pi \\
& - \left[\frac{nS_g}{P} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} S_g \left(S_g - \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) - \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) \right. \\
& \left. + \frac{(\alpha - n)}{K_T} S_g \left(S_w + S_\pi + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) \right] \dot{p}^g = 0 \quad (2.42)
\end{aligned}$$

2.4.1 Acoplamiento de las ecuaciones de equilibrio mecánico con las de flujo:

A partir de las ecuaciones [2.39](#), [2.40](#), [2.32](#) y [2.42](#), e introduciendo un grupo de parámetros con el objeto de volver más sencillo y fácil de manejar el sistema, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 (C_{ijkl}\dot{\epsilon}_{kl})_{,j} + a_1\dot{p}_{,i}^w + a_2\dot{p}_{,i}^\pi + a_3\dot{p}_{,i}^g + \dot{F}_i &= 0 \\
 a_1\dot{\epsilon}_{ii} - a_{11}\dot{p}^w - a_{12}\dot{p}^\pi - a_{13}\dot{p}^g + \frac{1}{\rho^w} \left(\rho^w \frac{K_{ij}^w}{\mu^w} p_{,j}^w \right)_{,i} &= 0 \\
 a_2\dot{\epsilon}_{ii} - a_{21}\dot{p}^w - a_{22}\dot{p}^\pi - a_{23}\dot{p}^g + \frac{1}{\rho^\pi} \left(\rho^\pi \frac{K_{ij}^\pi}{\mu^\pi} p_{,j}^\pi \right)_{,i} &= 0 \\
 a_3\dot{\epsilon}_{ii} - a_{31}\dot{p}^w - a_{32}\dot{p}^\pi - a_{33}\dot{p}^g + \frac{1}{\rho^g} (D_{ij}^* p_{,j}^g)_{,i} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

A continuación se detallan los coeficientes utilizados en el sistema de ecuaciones [2.43](#):

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \alpha S_w \quad , \quad a_2 = \alpha S_\pi, \quad a_3 = \alpha S_g \\
 a_{11} &= S_w \left[\frac{n}{K_w} + (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \left(S_w + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} \right] \\
 a_{12} &= S_w S_\pi \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \right] \\
 a_{13} &= S_w \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \left(S_g - \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) - \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) \right] \\
 a_{21} &= S_\pi S_w \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \right] \\
 a_{22} &= S_\pi \left[\frac{n}{K_\pi} + (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \left(S_\pi + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} \right] \\
 a_{23} &= S_\pi \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \left(S_g - \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) - \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) \right) \right] \\
 a_{31} &= \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) S_g \left(S_w + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) \right) \right] \\
 a_{32} &= \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) S_g \left(S_\pi + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) \right] \\
 a_{33} &= \left[\frac{n S_g}{P} + (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) S_g \left(S_g - \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) - \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} \right]
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones [2.43](#) representan un sistema de ecuaciones diferenciales parciales para la solución de problemas de consolidación del suelo con el transporte de contaminantes obtenido a partir del análisis de combinaciones de tensiones aplicadas sobre un sistema de

suelo. Esta formulación conduce a matrices no simétricas cuando se aplica el Método de los Elementos Finitos y puede ser reducida de manera sencilla a cualquier otra situación abarcados en ella (es decir, el caso saturado, no saturado y sin contaminantes, etc.) mediante el ajuste de coeficientes seleccionados en relación al grado de saturación de cada fase.

La simplicidad de esta situación descarta cualquier posibilidad de inconvenientes conceptuales al momento de implementar la optimización de los recursos computacionales. Sin embargo, algunos de los coeficientes requieren una inspección más detallada, por ejemplo, C_{sw} y $C_{s\pi}$.

Coefficientes Succión-saturación y permeabilidad relativa:

Tanto C_{sw} como $C_{s\pi}$ involucran derivadas de la saturación de la fase agua y saturación de la fase poluente con respecto a su correspondiente presión de poro. Por lo tanto, se necesitan las funciones relativas de S_w con respecto a p^{cw} por un lado, y de S_π con respecto a $p^{c\pi}$ por el otro.

En la referencia [35] se abordan directrices generales sobre la forma de hacer frente a este tipo de funciones para la determinación de C_{sw} , en la cual las curvas características succión-saturación descritas en Fredlund y Xing [44] otorgan el apoyo experimental a la aproximación matemática.

Sin embargo, estas curvas fueron confeccionadas cuando el único fluido presente es el agua. Cuando la estructura del suelo está impregnado de contaminantes, las interacciones entre ambos fluidos y la fase aire, genera una familia de curvas características succión-saturación de contaminantes para cada estado de saturación de agua y a la inversa [89, 6]. Junto con esta familia de funciones, debe evaluarse el coeficiente de permeabilidad relativa.

Hicks y Grader [58] presentaron una estrategia efectiva en la cual, apoyándose en el espacio de saturaciones reducidas (diagramas ternarios descritos en la Fig. 2.7) obtenido a través de ensayos experimentales en los que una saturación parcial se mantiene constante mientras los demás varían, se obtiene la variación de los coeficientes de permeabilidad relativa para el sistema trifásico. Con respecto a las curvas de saturación-succión para

el sistema antes mencionado puede abordarse una táctica similar a la implementada por Hicks and Grader [58] para el rediseño de los ensayos experimentales que subyacen en los diagramas ternarios:

a) C_{sw} : Manteniendo las mismas variables básicas para el triángulo plano, esto es, los diferentes grados de saturación de cada fase, se considera una dimensión adicional diferente, la succión matricial para la fase agua. El ensayo debe llevarse a cabo manteniendo constante la saturación de la fase poluente a valores constantes y evaluando los cambios de succión a medida que se modifican los valores de saturación de la fase agua (véase Fig. 2.8a). Con las curvas de saturación-succión (SSC) obtenidas de esta manera y siguiendo pautas similares a las dadas en [44], puede estimarse C_{sw} .

Además, una vez evaluada C_{sw} en varios puntos de los segmentos paralelos al lado de saturación de la fase gas del triángulo básico (es decir, las líneas de saturación de fase gaseosa constante), pueden esbozarse isolíneas que permita confeccionar un mapa de C_{sw} , admitiendo que el mismo puede ser ajustado a partir de algún modelo matemático adecuado (ver Fig. 2.8a).

b) $C_{s\pi}$: Este coeficiente puede obtenerse en un proceso análogo con un simple pero fundamental cambio: los ensayos de laboratorio deben llevarse a cabo manteniendo la saturación de agua inalterada (ver Fig. 2.8b) [34, 122, 64].

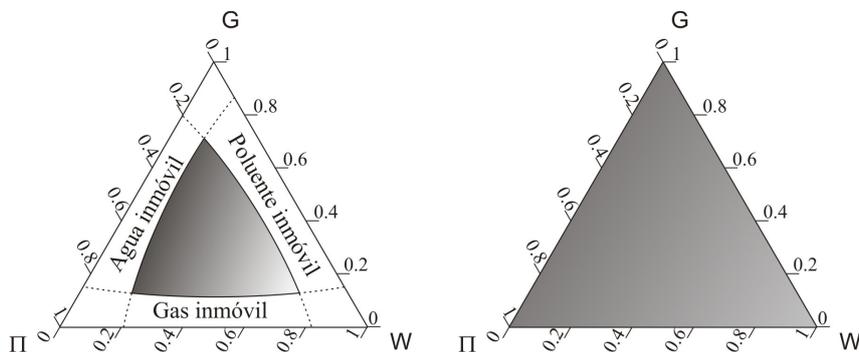


Figura 2.7: Esquema del mapeo entre el espacio de saturaciones reales y el espacio de saturaciones reducidos.

Los coeficientes C_{sw} y $C_{s\pi}$ involucran derivadas de la saturación de la fase líquida y la saturación de la fase poluente con respecto a sus respectivas succiones. En el trabajo de

Di Rado et al. [35] pueden observarse las pautas generales para hacer frente a este tipo de funciones, que conduzcan a la determinación del coeficiente C_{sw} . En ellas, las curvas succión-saturación (SSC) [44] proporcionaron el soporte experimental a la aproximación matemática.

Stone [112, 113] llevó a cabo una estrategia sencilla en la que, apoyado sobre un sistema simple de dos fases (agua-poluyente, aire-poluyente), puede obtenerse el valor de los coeficientes de permeabilidad para el sistema trifásico.

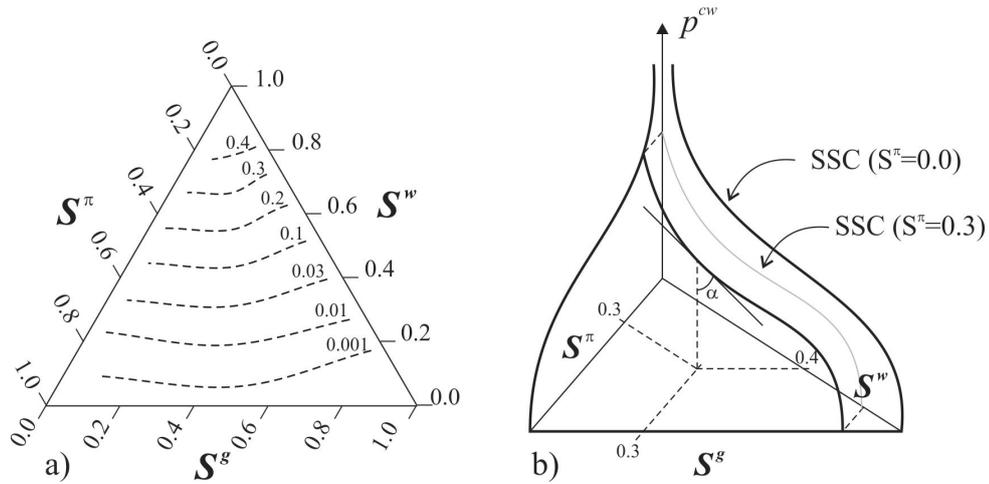


Figura 2.8: a) Mapeo de presiones capilares utilizando interpolación lineal, b) gráfico tridimensional de las presiones capilares.

2.5 Flujo multifásico. Generalización para n fluidos mutuamente inmiscibles

El problema de flujo multifásico es sencillo suponiendo que se limita a establecer los coeficientes presentados en la ecuación [2.43]. De hecho, una de las características notables del enfoque introducido es la versatilidad obtenida a partir de la manipulación de los mismos.

2.5.1 Fase sólida:

Al reformular la ecuación [2.39] para flujo multifásico, se obtiene:

$$(C_{ijkl}\dot{\epsilon}_{kl})_{,j} + \sum_{K=1,n+1} a_K \dot{p}_{,i}^K + \dot{F}_i = 0 \quad (2.44)$$

donde $a_K = \alpha S_K$ con $K = 1, \dots, n+1$ para n fases inmiscibles acuosas y no acuosas y una fase gaseosa.

2.5.2 Fase líquida:

Las ecuaciones de gobierno para n fluidos líquidos inmiscibles, con $I = 1, \dots, n$, $J = 1, \dots, n$, $K = 1, \dots, n+1$ y $L = n+1$, son:

$$a_I \dot{\epsilon}_{ii} - \sum_{K=1,n+1} a_{IK} \dot{p}^K + \frac{1}{\rho^I} \left(\rho^I \frac{K_{ij}^I}{\mu^I} p_{,j}^I \right)_{,i} = 0 \quad (2.45)$$

siendo

$$\begin{aligned} a_{II} &= S_I \left[\frac{n}{K_I} + (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \left(S_I + \sum_{J=1,n} \frac{C_{sJ}}{n} (dp^L - dp^J) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} \right] \\ a_{IJ} &= S_I S_J \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \right] \quad \forall I \neq J \\ a_{IL} &= S_I \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \left(S_L - \sum_{J=1,n} \frac{C_{sJ}}{n} (dp^L - dp^J) \right) \right] \end{aligned} \quad (2.46)$$

y

$$C_{sJ} = n \frac{dS_J}{dp^{cJ}} \quad (2.47)$$

2.5.3 Fase gaseosa:

Considerando multifluidos, las ecuaciones de gobierno para la fase gaseosa son:

$$a_{L\dot{\epsilon}ii} - \sum_{K=1, n+1} a_{LK} \dot{p}^K + \frac{1}{\rho^L} (D_{ij}^* p_{,j}^L)_{,i} = 0 \quad \text{with} \quad L = n + 1 \quad (2.48)$$

con

$$\begin{aligned} a_{LJ} &= \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) S_L \left(S_J + \frac{C_{sJ}}{n} (dp^L - dp^J) \right) \right] \\ a_{LL} &= \left[\frac{nS_L}{P} + (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) S_L \left(S_L - \sum_{J=1, n} \frac{C_{sJ}}{n} (dp^L - dp^J) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} \right] \end{aligned} \quad (2.49)$$

Las consideraciones resaltadas para C_{sw} y $C_{s\pi}$ son igualmente válidas para C_{si} . Sin embargo, y debido que el flujo multifásico implica de antemano un número elevado de fluidos, está claro que la evaluación experimental de estos coeficientes es demasiado compleja.

2.6 Casos límites: Validación del modelo.

Un punto de inflexión de cualquier modelo matemático es su capacidad para soportar aquellas situaciones en las que los resultados responden a un patrón bien conocido ya sea de manera cuantitativa o cualitativa. Para validar las ecuaciones [2.44](#), [2.45](#) y [2.48](#), se plantearon diferentes casos límite y se puso en consideración la adaptabilidad del modelo presentado.

2.6.1 Caso totalmente saturado

Para considerar el caso saturado, deberían ajustarse los coeficientes según los siguientes valores: $n = 1$, $S_w = 1$, $S_g = 0$. Atendiendo a estas especificaciones, los coeficientes relevantes serán:

$$S_w = 1 \implies a_1 = \alpha \wedge a_2 = a_{12} = a_{21} = a_{22} = 0 \wedge a_{11} = \frac{nS_w}{K_w} - \frac{(\alpha - n)}{K_s} \quad (2.50)$$

Con estos coeficientes, el sistema obtenido considerando un solo fluido líquido en las ecuaciones [2.43](#), converge al del modelo presentado originalmente por Khalili y Khabbaz [\[66\]](#).

2.6.2 Dos fases líquidas equivalentes con presencia de fase aire.

Se considera la situación en la que existen dos fases líquidas inmiscibles, con características químicas y físicas similares y una fase gaseosa. Para llevar a cabo esta tarea, deben introducirse las siguientes cantidades: $S_w = \beta S_f$, $S_\pi = \gamma S_f$, $w = \pi$ y $\beta + \gamma = 1$

Se verifica que el comportamiento general del sistema, al considerar la condición de similitud de los fluidos, conduce a una reducción del sistema de ecuaciones, derivando en uno similar al obtenido por Khalili y Khabbaz [\[66\]](#).

Siendo S_f la saturación total de fluidos, β y γ coeficientes de proporcionalidad aplicados a cada una de las fases fluidas. Debido al hecho de que ambos fluidos tienen características equivalentes, la ecuación [2.43](#) puede ser reformulada convenientemente:

Fase sólida:

Ajustando $p^\pi = p^w$, la primera ecuación del sistema de ecuaciones [2.43](#) se vuelve:

$$(C_{ijkl}\dot{\epsilon}_{kl})_{,j} + (a_1 + a_2)\dot{p}_i^w + a_3\dot{p}_i^g + \dot{F}_i = 0 \quad (2.51)$$

$$a_1 + a_2 = \alpha S_w + \alpha S_\pi = \alpha (S_w + S_\pi) = \alpha (\beta S_f + \gamma S_f) = \alpha S_f \quad (2.52)$$

Fase agua:

Ajustando $p^\pi = p^w$:

$$a_1 \dot{\varepsilon}_{ii} - (a_{11} + a_{12}) \dot{p}^w - a_{13} \dot{p}^g + \frac{1}{\rho^w} \left(\rho^w \frac{K_{ij}^w}{\mu^w} p_{,j}^w \right)_{,i} = 0 \quad (2.53)$$

$$a_1 = \alpha S_w = \alpha \beta S_f \quad (2.54)$$

$$a_{11} + a_{12} = S_w \left[\frac{n}{K_w} + (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \left(S_w + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^w) + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} \right] + S_w S_\pi \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \right] \quad (2.55)$$

con

$$C_{sw} = n \frac{dS_w}{dp^{cw}} = n \frac{dS_f}{dp^{cw}} \frac{S_w}{S_f} \quad ; \quad C_{s\pi} = n \frac{dS_\pi}{dp^{c\pi}} = n \frac{dS_f}{dp^{c\pi}} \frac{S_\pi}{S_f} \quad (2.56)$$

En las ecuaciones anteriores, tanto β como γ se consideran constantes a lo largo de todo el proceso. Reemplazando la ecuación [2.56](#) en la ecuación [2.55](#) y luego de algunas transformaciones algebraicas:

$$a_{11} + a_{12} = S_w \left[\frac{n}{K_w} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_w + (dp^g - dp^w) \frac{dS_f}{dp^{cw}} + S_\pi \right) - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left((dp^g - dp^w) \frac{dS_f}{dp^{cw}} - S_g \right) \right] \quad (2.57)$$

Fase poluente:

Ajustando $p^\pi = p^w$:

$$a_2 \dot{\varepsilon}_{ii} - (a_{21} + a_{22}) \dot{p}^\pi - a_{23} \dot{p}^g + \frac{1}{\rho^\pi} \left(\rho^\pi \frac{K_{ij}^\pi}{\mu^\pi} p_{,j}^\pi \right)_{,i} = 0 \quad (2.58)$$

$$a_2 = \alpha S_\pi = \alpha \gamma S_f \quad (2.59)$$

$$a_{21} + a_{22} = S_\pi \left[\frac{n}{K_\pi} + (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \left(S_\pi + \frac{C_{s\pi}}{n} (dp^g - dp^w) + \frac{C_{sw}}{n} (dp^g - dp^\pi) \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} \right] + S_w S_\pi \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) \right] \quad (2.60)$$

Una vez más, con respecto a la ecuación 2.56 y haciendo algunas tareas algebraicas:

$$a_{21} + a_{22} = S_\pi \left[\frac{n}{K_w} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_w + (dp^g - dp^w) \frac{dS_f}{dp^{cw}} + S_\pi \right) - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left((dp^g - dp^w) \frac{dS_f}{dp^{cw}} - S_g \right) \right] \quad (2.61)$$

Fase gaseosa:

Para esta fase, toda la manipulación está restringida a sumar los coeficientes a_{31} y a_{32} que incluye a la ecuación 2.56 en la suma resultante, así como en a_{33} .

$$a_{31} + a_{32} = \left[(\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) S_g \left(S_f + (dp^g - dp^w) \frac{dS_f}{dp^{cw}} \right) \right] \quad (2.62)$$

$$a_{33} = \left[\frac{nS_g}{P} + (\alpha - n) \left(\frac{1}{K_s} - \frac{1}{K_T} \right) S_g \left(S_g - (dp^g - dp^w) \frac{dS_f}{dp^{cw}} \right) + \frac{(\alpha - n)}{K_T} \right] \quad (2.63)$$

La combinación:

Sumando la ecuación 2.57 y la ecuación 2.61, se obtiene:

$$a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} = S_f \left[\frac{n}{K_w} + \frac{(\alpha - n)}{K_s} \left(S_f + (dp^g - dp^w) \frac{dS_f}{dp^{cw}} \right) - \frac{(\alpha - n)}{K_T} \left((dp^g - dp^w) \frac{dS_f}{dp^{cw}} - S_g \right) \right] \quad (2.64)$$

Sumando la segunda y tercera ecuación del sistema de ecuaciones [2.43](#) y sustituyendo:

$$w = \pi = f, k_{fi} = k_{wi} + k_{\pi i}$$

obtenemos

$$(a_1 + a_2) \dot{\epsilon}_{ii} - (a_{11}a_{12} + a_{21} + a_{22}) \dot{p}^f - (a_{13} + a_{23}) \dot{p}^g + \frac{1}{\rho^f} \left(\rho^f \frac{K_{ij}^f}{\mu^f} p_{,j}^f \right)_{,i} \quad (2.65)$$

Por último, para el caso que nos ocupa, el sistema [2.43](#) se reduce al presentado en la referencia [35](#), exhibiendo la consistencia de la anterior. Asimismo, si consideramos $S_g = 0$ el sistema de dos fluidos semejantes converge al modelo saturado

2.7 Implementación mediante el Método de los Elementos Finitos

Aplicando el método de los residuos ponderados de Galerkin al sistema de ecuaciones [2.43](#) y utilizando la técnica de los elementos finitos, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{sw} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{C}_{sg} \dot{\mathbf{p}}^g + \mathbf{C}_{s\pi} \dot{\mathbf{p}}^\pi &= \dot{\mathbf{F}}_s \\ \mathbf{C}_{ws} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{P}_{ww} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{C}_{wg} \dot{\mathbf{p}}^g + \mathbf{C}_{w\pi} \dot{\mathbf{p}}^\pi + \mathbf{H}_{ww} \bar{\mathbf{p}}^w &= \dot{\mathbf{F}}_w \\ \mathbf{C}_{gs} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{wg} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{P}_{gg} \dot{\mathbf{p}}^g + \mathbf{C}_{g\pi} \dot{\mathbf{p}}^\pi + \mathbf{H}_{gg} \bar{\mathbf{p}}^g &= \dot{\mathbf{F}}_g \\ \mathbf{C}_{\pi s} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_{\pi w} \dot{\mathbf{p}}^w + \mathbf{C}_{\pi g} \dot{\mathbf{p}}^g + \mathbf{P}_{\pi\pi} \dot{\mathbf{p}}^\pi + \mathbf{H}_{\pi\pi} \bar{\mathbf{p}}^\pi &= \dot{\mathbf{F}}_\pi \end{aligned} \quad (2.66)$$

Aplicando el método del parámetro α a la incógnita F puede obtenerse el siguiente esquema a resolver en cada paso de tiempo

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C}_{sw} & \mathbf{C}_{sg} & \mathbf{C}_{s\pi} \\ \mathbf{C}_{ws} & \mathbf{P}_{ww} & \mathbf{C}_{wg} & \mathbf{C}_{w\pi} \\ \mathbf{C}_{gs} & \mathbf{C}_{gw} & \mathbf{P}_{gg} & \mathbf{C}_{g\pi} \\ \mathbf{C}_{\pi s} & \mathbf{C}_{\pi w} & \mathbf{C}_{\pi g} & \mathbf{P}_{\pi\pi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{\mathbf{p}}^w \\ \dot{\mathbf{p}}^g \\ \dot{\mathbf{p}}^\pi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{ww} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{H}_{gg} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{H}_{\pi\pi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ \mathbf{p}^w \\ \mathbf{p}^g \\ \mathbf{p}^\pi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{F}}_s \\ \dot{\mathbf{F}}_w \\ \dot{\mathbf{F}}_g \\ \dot{\mathbf{F}}_\pi \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C}_{sw} & \mathbf{C}_{sg} & \mathbf{C}_{s\pi} \\ \mathbf{C}_{ws} & \mathbf{P}_{ww} & \mathbf{C}_{wg} & \mathbf{C}_{w\pi} \\ \mathbf{C}_{gs} & \mathbf{C}_{gw} & \mathbf{P}_{gg} & \mathbf{C}_{g\pi} \\ \mathbf{C}_{\pi s} & \mathbf{C}_{\pi w} & \mathbf{C}_{\pi g} & \mathbf{P}_{\pi\pi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{u}{\Delta t} \\ \frac{p^w}{\Delta t} \\ \frac{p^g}{\Delta t} \\ \frac{p^\pi}{\Delta t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{ww} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{H}_{gg} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{H}_{\pi\pi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha u_2 + (1 - \alpha) u_1 \\ \alpha p_2^w + (1 - \alpha) p_1^w \\ \alpha p_2^g + (1 - \alpha) p_1^g \\ \alpha p_2^\pi + (1 - \alpha) p_1^\pi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{F}}_s \\ \dot{\mathbf{F}}_w \\ \dot{\mathbf{F}}_g \\ \dot{\mathbf{F}}_\pi \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{C}_{sw} & \mathbf{C}_{sg} & \mathbf{C}_{s\pi} \\ \mathbf{C}_{ws} & (\mathbf{P}_{ww} + \mathbf{H}_{ww}\alpha\Delta t) & \mathbf{C}_{wg} & \mathbf{C}_{w\pi} \\ \mathbf{C}_{gs} & \mathbf{C}_{gw} & (\mathbf{P}_{gg} + \mathbf{H}_{gg}\alpha\Delta t) & \mathbf{C}_{g\pi} \\ \mathbf{C}_{\pi s} & \mathbf{C}_{\pi w} & \mathbf{C}_{\pi g} & (\mathbf{P}_{\pi\pi} + \mathbf{H}_{\pi\pi}\alpha\Delta t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta u \\ \Delta p^w \\ \Delta p^g \\ \Delta p^\pi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\Delta t \mathbf{H}_{ww}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\Delta t \mathbf{H}_{gg}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\Delta t \mathbf{H}_{\pi\pi}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ p^w \\ p^g \\ p^\pi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{F}_s \\ \Delta \mathbf{F}_w \\ \Delta \mathbf{F}_g \\ \Delta \mathbf{F}_\pi \end{pmatrix} \quad (2.69)$$

Como el sistema de ecuaciones es no lineal, debe usarse un proceso iterativo que requiere que se analice el residuo obtenido en cada iteración, hasta obtener el equilibrio.

La expresión incremental debe ser montada para todo el dominio en estudio, y deben incluirse las correspondientes condiciones de contorno esenciales o forzadas, obteniéndose un sistema de ecuaciones algebraicas no lineal el cual puede resolverse utilizando diversos métodos (Newton-Raphson (directo o modificado), BFGS (debido a Broyden, Fletcher, Goldyard y Shanno, también llamado método casi Newton) o gradientes conjugados con preconditionador). Una vez resuelto hasta la convergencia se obtienen los valores de las incógnitas en los puntos nodales y a partir de ellos podrán calcularse las componentes de deformaciones y tensiones y los correspondientes valores efectivos.

A continuación se detallan todas las matrices involucradas en el sistema de ecuaciones [2.66](#):

$$\dot{u}_i = \mathbf{N}^u \dot{\mathbf{u}} \quad \dot{p}^g = \mathbf{N}^p \dot{\mathbf{p}}^g \quad \dot{p}^w = \mathbf{N}^p \dot{\mathbf{p}}^w \quad \dot{p}^\pi = \mathbf{N}^p \dot{\mathbf{p}}^\pi \quad \mathbf{m} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$$

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^{uT} \mathbf{D} \mathbf{B}^u \, d\Omega$$

$$\mathbf{P}_{ww} = - \int_{\Omega} a_{11} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{P}_{\pi\pi} = - \int_{\Omega} a_{22} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{P}_{gg} = - \int_{\Omega} a_{33} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{sw} = \int_{\Omega} a_1 \mathbf{B}^{uT} \mathbf{m} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{ws} = \int_{\Omega} a_1 \mathbf{N}^{pT} \mathbf{m} \mathbf{B}^u \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{s\pi} = \int_{\Omega} a_2 \mathbf{B}^{uT} \mathbf{m} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{\pi s} = \int_{\Omega} a_2 \mathbf{N}^{pT} \mathbf{m} \mathbf{B}^u \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{sg} = \int_{\Omega} a_3 \mathbf{B}^{uT} \mathbf{m} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{gs} = \int_{\Omega} a_3 \mathbf{N}^{pT} \mathbf{m} \mathbf{B}^u \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{\pi w} = - \int_{\Omega} a_{21} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{w\pi} = - \int_{\Omega} a_{12} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{gw} = - \int_{\Omega} a_{31} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{wg} = - \int_{\Omega} a_{13} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{g\pi} = - \int_{\Omega} a_{32} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\mathbf{C}_{\pi g} = - \int_{\Omega} a_{23} \mathbf{N}^{pT} \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\dot{\mathbf{F}}_w = - \int_{\Gamma_w} \mathbf{N}^{pT} \dot{\mathbf{q}}_w \, d\Gamma$$

$$\mathbf{H}_{ww} = \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^{pT} \frac{\mathbf{K}^w}{\mu^w} \nabla \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\dot{\mathbf{F}}_{\pi} = - \int_{\Gamma_{\pi}} \mathbf{N}^{pT} \dot{\mathbf{q}}_{\pi} \, d\Gamma$$

$$\mathbf{H}_{\pi\pi} = \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^{pT} \frac{\mathbf{K}^{\pi}}{\mu^{\pi}} \nabla \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\dot{\mathbf{F}}_g = - \int_{\Gamma_g} \mathbf{N}^{pT} \dot{\mathbf{q}}_g \, d\Gamma$$

$$\mathbf{H}_{gg} = \int_{\Omega} \nabla \mathbf{N}^{pT} \frac{\mathbf{D}^*}{P} (1 - S_w) n \nabla \mathbf{N}^p \, d\Omega$$

$$\dot{\mathbf{F}}_s = \int_{\Omega} \mathbf{N}^{uT} \dot{\mathbf{b}} \, d\Omega + \int_{\Gamma_g} \mathbf{N}^{uT} \dot{\mathbf{t}} \, d\Omega$$

donde:

- \mathbf{N}^u : Vector que contiene las funciones de interpolación de las componentes de desplazamiento.
- \mathbf{N}^p : Vector que contiene las funciones de interpolación de las funciones de presión de fluido y
- \mathbf{B}^u : Matriz que relaciona los componentes de deformación y desplazamiento.
- \mathbf{D} : Matriz constitutiva.
- \mathbf{b} : Vector fuerza de masa actuante sobre el dominio del elemento.
- \mathbf{t} : Vector fuerza de superficie actuante sobre el borde del elemento.
- $\nabla \mathbf{N}$: Gradiente de funciones de interpolación.
- \mathbf{q}_w : Flujo de agua a través del borde del elemento.
- \mathbf{q}_π : Flujo de poluente a través del borde del elemento.
- \mathbf{q}_g : Flujo de aire a través del borde del elemento.

2.8 Ejemplos numéricos

2.8.1 Columna unidimensional de suelo

Con el fin de validar el modelo numérico obtenido en la sección anterior, así como para dar un punto de apoyo numérico para la discusión tratada en la Sección 2.6, el mismo problema de consolidación unidimensional realizado por Lewis y Schrefler [75] se resolvió a través del código abierto denominado FECCUND, el cual está basado en el Método de los Elementos Finitos utilizando para ello elementos isoparamétricos con ocho nodos para desplazamientos y cuatro para las presiones intersticiales. Este código fue desarrollado por el equipo de investigación del Departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la UNNE [89], [90], [35], [36].

La columna de suelo se supone originalmente no saturada con saturación de agua S_w igual a 0,52. La presión inicial de poros correspondiente a la fase agua p^w fue tomada igual a 0,280 kPa y la presión de agua de los poros se cambió instantáneamente a 420 kPa en la superficie. La altura de la columna se tomó igual a 1m y los parámetros de los materiales fueron: módulo de Young $E = 173,000kPa$, la relación de Poisson $\mu = 0,4$, la permeabilidad $k = 0,11456 \frac{m}{dia}$, índice de vacío $e = 0,4$, y los parámetros para la relación de saturación de succión (de acuerdo con Fredlund y Xing [44]) son: $a = 427$; $n = 0,794$; $m = 0,613$; $p_r^c = 3,000kPa$ y $S_w^0 = 1,0$.

En la Fig. 2.9 puede observarse la geometría, la malla de elementos finitos, la carga y las condiciones de contorno, así como los puntos en los que se analizaron los desplazamientos

y la evolución de la saturación de la fase agua. El siguiente valor para las condiciones de contorno son: (1) la superficie lateral: $u = 0,0$; (2) La superficie inferior: $v = 0,0$; (3) La superficie superior: $p^w = 420kPa$, $p^g =$ presión atmosférica.

La inclusión de la fase de poluentes se realizó de dos maneras: el establecimiento de la saturación de contaminante igual a 22 % y de la saturación de agua igual a 30 % (sumando ambas 52 %, el valor de la columna original) y la adopción de diferentes curvas succión-saturación para uno y otro. La Fig. 2.9b muestra el desplazamiento vertical en función del tiempo para algunos puntos seleccionados.

De aquí pueden extraerse dos conclusiones importantes: (1) El modelo actual en ausencia de una fase de poluentes ($S_\pi = 0$) brinda un diagrama que se ajusta adecuadamente al presentado por Lewis et al. [75]; (2) Cuando ambos líquidos son simulados, pero se considera que ambos tienen la misma la misma curva succión-saturación, la situación es equivalente a *dos aguas* (o *dos contaminantes*) y la curva de desplazamiento se ajusta exactamente el simulado en el punto anterior y validando así la condición de convergencia que se indica en sección 2.6.

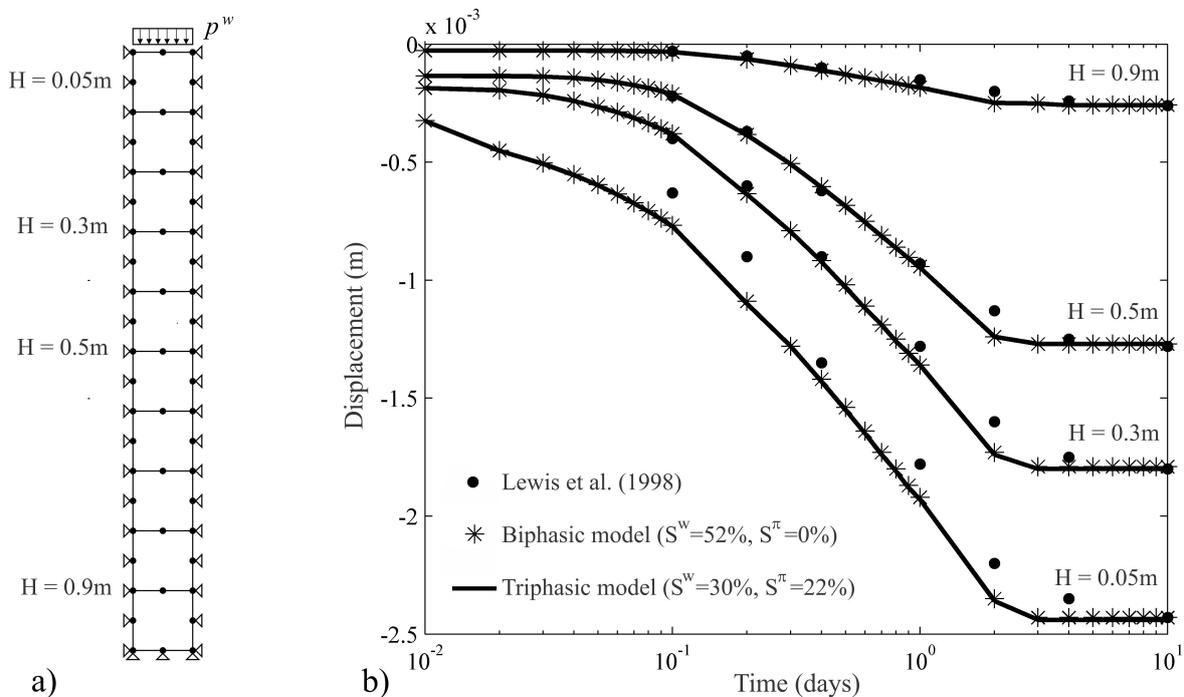


Figura 2.9: Columna de suelo: a) Geometría y condiciones de contorno; b) Desplazamiento vs. Tiempo para los puntos seleccionados. (Beneyto et.al. (2015) [35])

La Fig. 2.10 muestra cómo la presión de los poros de aire, de agua y de poluentes varían con el tiempo en un punto ubicado a una profundidad de 0.5 m dentro de la misma columna. En aras de la simplicidad, la única diferencia en la generación de la curva de saturación y de succión para la fase de agua y la fase contaminante es el valor del parámetro m .

Para la fase de agua, m se mantiene igual a 0,613, mientras que para el poluente varía entre 0,213 y 1,013. Un hecho destacable es que, cuando el coeficiente m es el mismo para la fase poluente y la fase agua, las curvas de presión de poro se funden en una que, de hecho, coincide con los resultados cuando $S_\pi = 0$ y $S_w = 52\%$. Otra característica destacable es la escasa variación de la presión del poro de agua cuando se altera la curva característica del poluente.

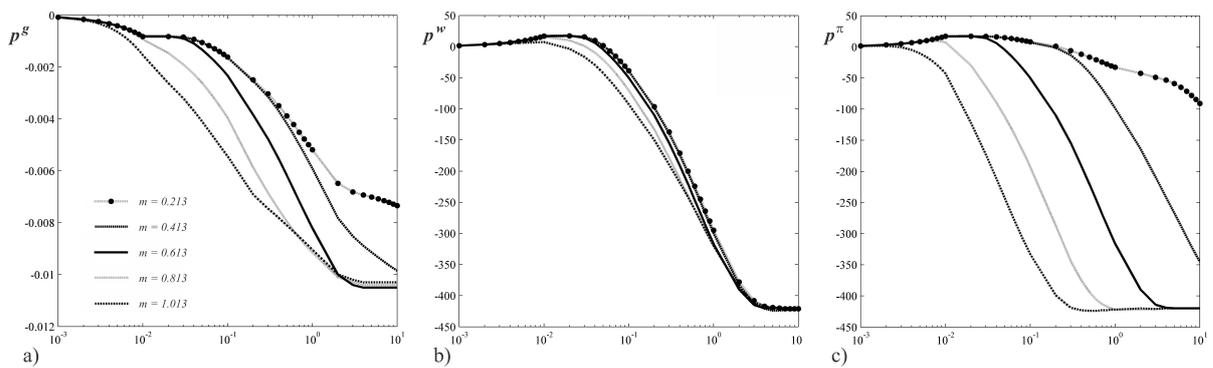


Figura 2.10: Presión de poro a 0.5m de profundidad para: a) fase aire; b) fase agua; c) fase poluente

2.8.2 Zapata corrida

El siguiente ejemplo modela el problema bidimensional de consolidación en suelos parcialmente saturados con presencia de poluentes inmiscibles. Consiste en una zapata corrida bajo carga uniforme, $q = 10$ kN/m, ancho $H = 2$ m y profundidad $B = 4$ m. Las características del suelo coinciden con los encontrados típicamente en la región del Noreste Argentino: Módulo de Young $E = 1500,0$ kpa, coeficiente de Poisson $\mu = 0,3$, Peso específico $\gamma = 19,61$ kN/m, relación de vacío inicial $e_0 = 2,0$, compresibilidad de los granos de suelo $K_s = 1,0 \times 10^6$ kpa y coeficiente de permeabilidad $k = 8,64 \times 10^{-4}$ m/día. Las condiciones de borde se encuentran resumidas en la tabla 2.1; además, los

grados de saturación de agua y poluente al inicio del proceso de carga son $S_w = 0,70$ y $S_\pi = 0,20$, respectivamente. La malla de elementos finitos está formada por 210 elementos cuadriláteros bilineales, en la Fig. 2.11 puede observarse el desplazamiento, así como la malla distorsionada de elementos finitos. Finalmente, en la Fig. 2.12 se muestra la distribución de la presión del poro agua correspondiente a 7 (siete) horas después de la aplicación de la carga, sobre la izquierda y a 30 (treinta) h después de la aplicación de la misma, sobre la derecha, respectivamente. Igualmente, en la Fig. 2.13, se presenta la distribución de presión del poro de poluente en el mismo paso de tiempo.

Borde	Desplaz. X	Desplaz. Y	Pres. Agua	Pres. Aire	Pres. Poluente
A-B	Sí	No	No	No	No
B-C	No	Sí	No	No	No
C-D	Sí	No	No	No	No
D-E	No	No	Sí	Sí	Sí
F-A	No	No	Sí	Sí	Sí

Tabla 2.1: Condiciones de borde

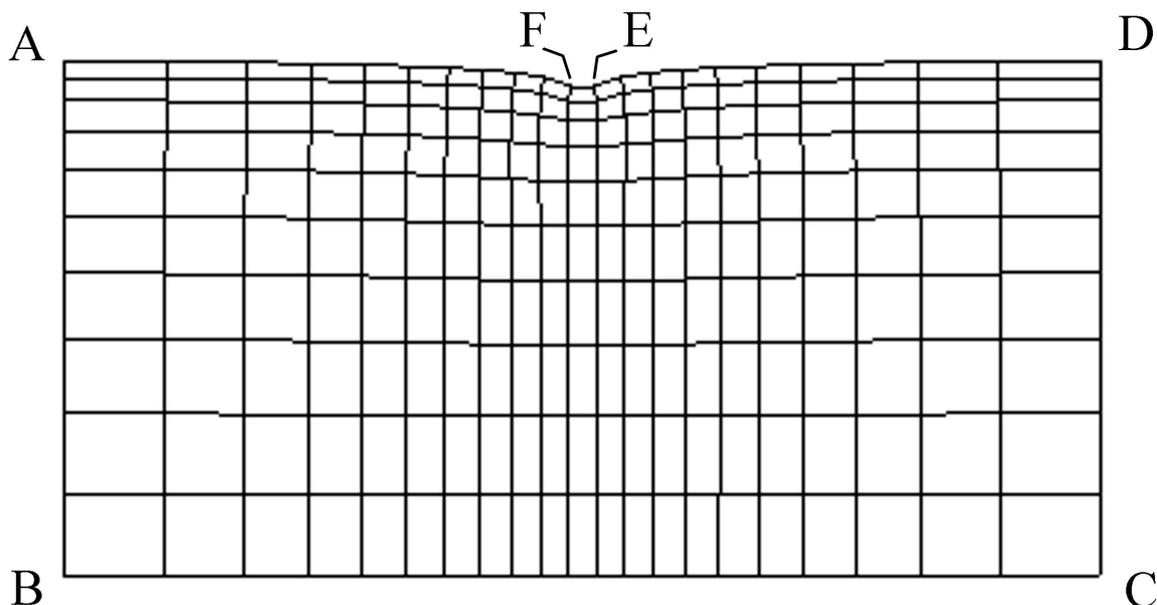


Figura 2.11: Malla de elementos finitos distorsionada

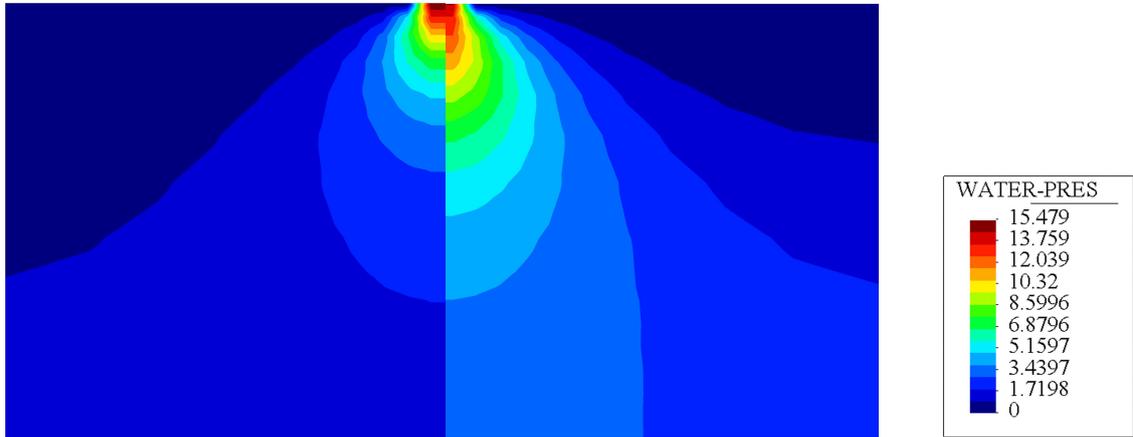


Figura 2.12: Distribución de la presión del poro de agua

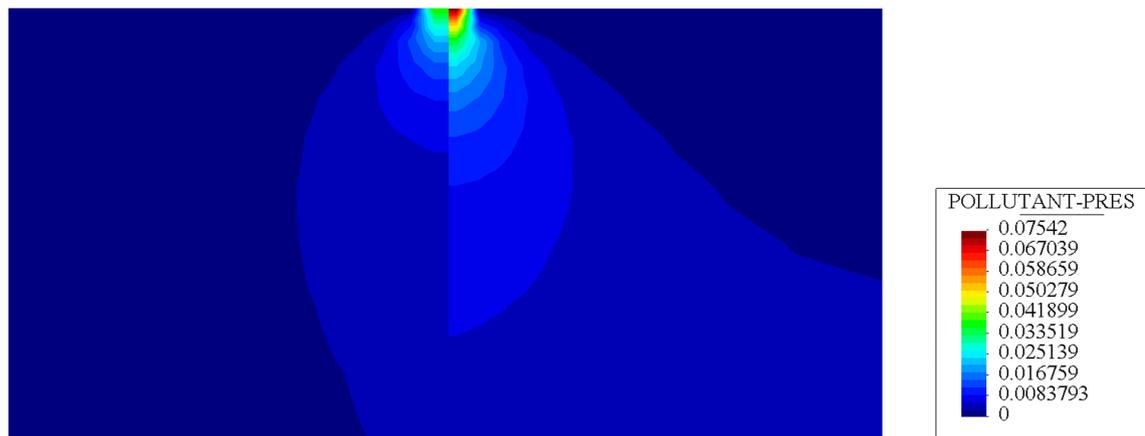


Figura 2.13: Distribución de la presión del poro de poluyente

CAPÍTULO 3

Estabilidad de Taludes

3.1 Introducción

En el presente capítulo se presenta la determinación de la superficie de deslizamiento crítica de una masa de suelo no saturado con presencia de poluentes a través de la técnica de optimización denominada algoritmo genético (AG) y su comparación con una búsqueda determinística a través de una malla de centros de superficies de fallas propuestos, con el objeto de comparar la obtención del mínimo factor de seguridad, mediante la aplicación del método de equilibrio límite utilizando la formulación desarrollada e implementada mediante el método de los elementos finitos.

Se comprende bajo el nombre genérico de talud a cualesquier superficie inclinada respecto a la horizontal que haya de adoptar permanentemente una estructura de tierra, sea en forma natural o como consecuencia de la intervención humana en una obra de ingeniería. Desde este primer punto de vista los taludes se dividen en naturales (laderas) o artificiales (cortes y terraplenes). Los taludes naturales pueden llegar al estado en que se encuentran (sin la intervención de la mano del hombre) de dos maneras distintas:

- Están aquellos que se formaron de una serie de procesos de larga duración, que aún continúan activos.
- Aquellos que se formaron de procesos de corta duración, los que requieren de mayor investigación para discernir la causa original de la formación del talud.

Los taludes artificiales puede darse por excavación o terraplenado. La diferencia entre un talud excavado y el talud de represas o terraplenes es que en los primeros la presión de poros aumenta con el paso del tiempo, mientras que en los segundos la presión efectiva aumenta con el transcurso del tiempo, dado que el agua se va expulsando poco a poco. En todo talud existen fuerzas que tienden a promover el movimiento cuesta abajo y fuerzas opuestas que tienden a resistir este movimiento. Las masas de suelo o roca están sujetas a fuerzas asociadas con la gravedad y la filtración las cuales causan la inestabilidad. La resistencia a la falla se deriva principalmente de la combinación de la geometría del talud y de la resistencia al corte del suelo o la roca.

Los métodos de análisis de equilibrio límite son ampliamente usados y sirven para la evaluación del fenómeno de estabilidad de taludes, sumando fuerzas y momentos en relación a una superficie de falla asumida que desliza con respecto al resto de la masa de suelo.

Se han publicado muchos artículos de investigación desde la aparición del primer método de análisis realizado por Fellenius [41], que estaba relacionado con la estabilidad de taludes o el análisis de estabilidad de taludes. Entre los métodos de equilibrio límite más comunmente usados se destacan los implementados por Fellenius [41], Taylor [116] y Bishop [19] para superficies de deslizamiento circulares y Bishop modificado para superficies circulares y no circulares, entre otros, siendo sus principales ventajas la simplicidad y facilidad de uso, también se encuentran disponibles los métodos de equilibrio límite de las fajas, métodos de elementos de bordes, de elementos finitos y métodos de redes neuronales [49].

Debido al gran número de posibles superficies de deslizamiento, se usan computadoras para facilitar su búsqueda y análisis. Cabe acotar que los factores de seguridad obtenidos a partir de métodos de análisis de estabilidad que satisfacen todas las condiciones de equilibrio límite están dentro del 6 % de los demás. Estos métodos incluyen el método del círculo de fricción, el de la espiral logarítmica, métodos de equilibrio límite riguroso y el método de los elementos finitos.

Una posible razón para esta diferencia, si se usa el mismo método de análisis de estabilidad, puede atribuirse a problemas numéricos en técnicas de búsqueda simplificada

utilizada en el cálculo, donde todas las superficies de ensayo son preseleccionadas. Durante las últimas dos décadas se han propuesto técnicas de búsqueda dinámica más avanzadas y esto condujo a resultados más precisos y aceptables.

La técnica de Monte Carlo es una técnica de búsqueda y optimización aleatoria estructurada, donde la superficie de deslizamiento es localizada usando métodos de camino aleatorio o salto aleatorio [118] [125]. El método de salto aleatorio implica el uso de un gran número de superficies de deslizamientos independientes mientras que el método del camino aleatorio implica el uso de un gran número de superficies de deslizamiento dependientes para examinar la superficie de falla crítica. Es muy rápida y fácil de implementar y puede ser utilizada como técnica de optimización para los métodos de estabilidad de taludes más comunes. A diferencia de la mayoría de las técnicas de búsqueda en análisis de estabilidad de taludes, no se desestiman superficies de deslizamiento para lograr convergencia en los cálculos. De esta manera, los métodos de equilibrio límite se utilizan plenamente sin necesidad de hacer alguna restricción adicional a las simplificaciones que se suponen asumidas en cada método de análisis.

Las técnicas de búsqueda dinámicas abarcan el patrón de algoritmo de búsqueda, el método variable alternado, el método de programación dinámica, el método de búsqueda aleatoria y el método simplex entre otros. Los métodos de búsqueda dinámica son poco eficaces, pues generan un gran número de superficies de deslizamiento, conduciendo a una mayor exactitud en la localización de la superficie de deslizamiento con menor coeficiente de seguridad. Recientemente se han propuesto técnicas de búsqueda más avanzadas basadas en distintos métodos, entre las que pueden mencionarse las presentadas por Zolfaghari et. al. [131], que utiliza un mecanismo de búsqueda mediante algoritmo genético, Kahatadeniya [65] a través del algoritmo colonia de hormigas y finalmente Innocente [61] que presenta el desarrollo de optimización mediante enjambre de partículas (Particle Swarm Optimization).

El análisis convencional de estabilidad de taludes investiga el equilibrio de una masa de suelo limitada en su parte inferior por una potencial superficie de deslizamiento y en su parte superior por la superficie del talud. Las fuerzas y momentos que tienden a provocar la inestabilidad de la masa de suelo se comparan con los que tienden a resistirla.

La mayoría de los procedimientos asumen secciones transversales bidimensionales (2-D) de sección transversal y condiciones de deformación plana para el análisis. Se analizan sucesivas superficies potenciales de deslizamiento hasta encontrar la superficie más crítica (factor de seguridad más bajo). La Fig. 3.1 muestra una masa de deslizamiento potencial definido por una superficie de deslizamiento propuesta, si la resistencia al esfuerzo cortante del suelo a lo largo de la superficie de deslizamiento es superior a la necesaria para proporcionar el equilibrio, la masa es estable, si la resistencia al corte es insuficiente, la masa es inestable. La estabilidad o inestabilidad de la masa depende de su peso, las fuerzas externas que actúan sobre el mismo (tales como sobrecargas o aceleraciones causadas por cargas dinámicas), los puntos fuertes de corte y de presiones de poro de agua a lo largo de la superficie de deslizamiento, y la fuerza resistente de cualquier cruce de refuerzo interno en potenciales superficies de deslizamiento.

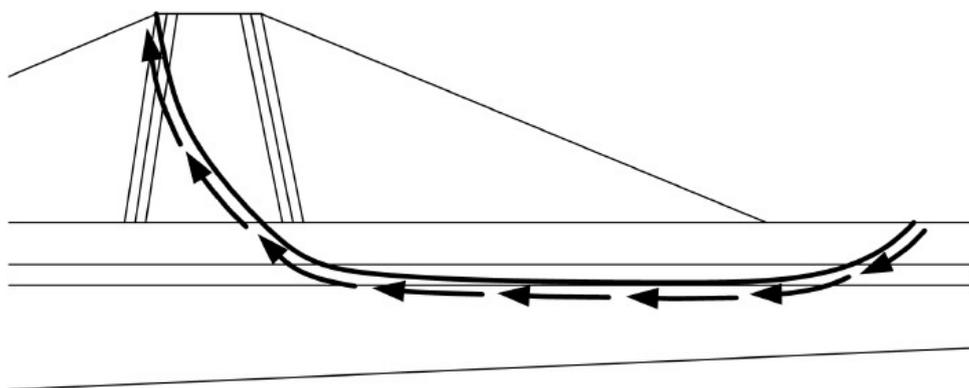


Figura 3.1: Superficie de deslizamiento en talud de suelo.

3.2 El problema de la estabilidad de taludes

El problema de la estabilidad de taludes puede ser abordado desde distintos aspectos. Cuando se habla de estabilidad, se trata de encontrar la altura crítica del talud o la carga de colapso aplicada sobre una porción del talud, para una geometría y características de suelo dados. Evaluar la estabilidad de un talud implica un estudio en el cual se debe, entre otros eventos: caracterizar la resistencia del suelo, establecer el perfil del talud así como las condiciones de filtración y agua subterránea, seleccionar una superficie de deslizamiento

o falla y calcular su factor de seguridad, finalmente, a partir de este factor de seguridad (el cual se elige en base al destino del talud) se deberá determinar la superficie de falla crítica.

Más allá del problema del modelado material del suelo, está presente el problema del estudio de los criterios de evaluación de sistemas estructurales. En este sentido es necesario, una vez calibrados y verificado la capacidad predictiva de los modelos computacionales desarrollados, llevar a cabo análisis computarizados de sistemas estructurales que involucren complejidades relevantes, frente a acciones estáticas y dinámicas a fin de contribuir al avance del conocimiento en lo referente a la formulación de criterios de diseño más eficientes y realistas.

Dentro de este marco, se estudió el comportamiento de suelos cohesivo-friccionales con distintos niveles de humedad y condiciones de borde. Los trabajos incluyen la extensión de las formulaciones de elementos finitos utilizadas en programas ya desarrollados, para tener en cuenta variaciones de la succión durante procesos de carga y deformaciones progresivas. La consolidación de suelos parcialmente saturados y el transporte de poluentes son temas abordados por el grupo de trabajo del departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la UNNE [89, 16, 15, 37]. El problema de la consolidación no será tratado durante este trabajo como un objetivo en sí, pero será requerida su implementación para el conocimiento de las tensiones efectivas en la masa de suelo, necesarias para probar la eficiencia y eficacia del modelo de suelo descripto.

Los métodos para evaluar cuantitativamente la estabilidad de los taludes son diversos. Los llamados de equilibrio límite están basados en el método de las dovelas, en el cual la masa de suelo se divide en porciones o dovelas. Se suponen condiciones de equilibrio estático para una superficie de deslizamiento supuesta y se busca la superficie de deslizamiento crítica para la cual el factor de seguridad es mínimo. La diferencia entre los distintos métodos de equilibrio límite radica en las simplificaciones para reducir la indeterminación de las fuerzas entre las dovelas.

Es así como surgen métodos para suelos granulares y métodos para suelos cohesivos, aquellos que utilizan una superficie de falla circular: el de las dovelas, [41] y [19] y fallas no circulares: [63], del talud infinito y los métodos que utilizan tablas. También podemos

dividir a los métodos de equilibrio límite de acuerdo a las ecuaciones de equilibrio que satisfagan. El método de las Dovelas, el de Bishop y el “Sueco modificado” no satisfacen todas las ecuaciones de equilibrio estático. Los métodos como el de Morgenstern [88] y el de Spencer [111] satisfacen todas las ecuaciones de equilibrio. Éstos últimos son referidos como métodos de equilibrio “completo”.

Aún así estos métodos llamados completos o de solución rigurosa [63, 88, 111, 45] no pueden ser vistos como rigurosos en el sentido estrictamente mecánico, ya que las ecuaciones de equilibrio no se satisfacen para cada punto de la masa de suelo. Tampoco se satisfacen la regla de flujo, las condiciones de compatibilidad y las relaciones constitutivas pre-falla [68].

En el Apéndice A se describen en forma detallada los métodos anteriormente mencionados.

Durante las últimas dos décadas se han propuesto muchos métodos para analizar la estabilidad de taludes mediante elementos finitos. Entre aquellos métodos, el de incremento de la gravedad y el de reducción de resistencia, están considerados como los más ampliamente usados. En el método de incremento de la gravedad, las fuerzas gravitatorias son incrementadas en forma gradual hasta que el talud falla, aquí el factor de seguridad se define como la relación entre la aceleración gravitacional en la falla (g_f) y la aceleración gravitacional actual (g). En el método de reducción de resistencia, los parámetros de resistencia del suelo son reducidos hasta que el talud se vuelve inestable, por lo tanto, el factor de seguridad se define como la relación entre el parámetro de resistencia inicial y el parámetro de resistencia crítica. El método de incremento de la gravedad se usa para estudiar la estabilidad de terraplenes durante su construcción, debido a que proporciona resultados más confiables, mientras que el método de la reducción de resistencia se usa para estudiar la estabilidad de taludes existentes.

Se debe tener presente que aún hoy en día los métodos de resolución por análisis por elementos finitos se encuentran en desarrollo y evaluación permanente, dado que todavía se estudian diversos factores y modelos para utilizar en este tipo de análisis. La normativa norteamericana determina que el uso de los elementos finitos no se justifica para el sólo propósito de calcular el factor de seguridad sino que su uso debe servir para obtener

también desplazamientos y tensiones causadas por las cargas aplicadas, dado el esfuerzo y tiempo que este análisis requiere.

3.3 Deslizamientos

Se denomina deslizamiento a la rotura y desplazamiento del suelo situado debajo de un talud, que origina un movimiento hacia abajo y hacia fuera de toda la masa que participa del mismo. Los deslizamientos pueden producirse de distintas maneras, es decir en forma lenta o rápida, con o sin provocación aparente, etc. Generalmente se producen como consecuencia de excavaciones o socavaciones en el pie del talud. Sin embargo existen otros casos donde la falla se produce por desintegración gradual de la estructura del suelo, aumento de las presiones intersticiales debido a filtraciones de agua, etc. Los tipos de fallas más comunes en taludes son:

- Deslizamientos superficiales (creep)
- Movimiento del cuerpo del talud.
- Flujos.

3.3.1 Deslizamientos Superficiales (creep)

Cualquier talud está sujeto a fuerzas naturales que tienden a hacer que las partículas y porciones de suelo próximas a su frontera deslicen hacia abajo. Se refiere esta falla al proceso más o menos continuo, y por lo general lento, de deslizamiento ladera abajo que se presenta en la zona superficial de algunas laderas naturales. El creep suele involucrar a grandes áreas y el movimiento superficial se produce sin una transición brusca entre la parte superficial móvil y las masas inmóviles más profundas. No se puede hablar de una superficie de deslizamiento. Existen dos clases de deslizamientos: el estacional, que afecta solo a la corteza superficial de la ladera que sufre la influencia de los cambios climáticos en forma de expansiones y contracciones térmicas o por humedecimiento y secado, y el masivo, que afecta a capas de tierra más profundas, no interesadas por los

efectos ambientales y que, en consecuencia, solo se puede atribuir al efecto gravitacional. El primero en mayor o menor grado siempre existe, variando su intensidad según la época del año; en cambio el segundo los movimientos son prácticamente constantes. El fenómeno es más intenso cerca de la superficie, la velocidad de movimiento ladera debajo de un creep típico puede ser muy baja y rara vez se excede la de algunos centímetros al año. El fenómeno se pone de manifiesto a los ojos del ingeniero cuando nota que los árboles y postes están inclinados respecto de la vertical, cuando se evidencian agrietamientos o escalonamientos en el talud.

3.3.2 Movimiento del cuerpo del talud

Puede ocurrir en taludes movimientos bruscos que afecten a masas considerables de suelo, con superficies de falla que penetran profundamente en su cuerpo, interesando o no al terreno de fundación. Se considera que la superficie de falla se forma cuando en la zona de su futuro desarrollo actúan esfuerzos cortantes que sobrepasan la resistencia al corte del material; a consecuencia de ello sobreviene la ruptura del mismo, con la formación de una superficie de deslizamiento a lo largo de la cual se produce la falla. Estos fenómenos se los denomina “deslizamientos de tierras” y pueden estudiarse dos tipos bien diferenciados.

- Falla Rotacional: en el primer lugar se define una superficie de falla curva, a lo largo de la cual ocurre el movimiento del talud. Esta superficie forma una traza con el plano del papel que puede asimilarse, por facilidad y sin mayor error a una circunferencia, aunque pueden existir formas algo diferentes. Estas fallas son llamadas de rotación. Este tipo de fallas ocurren por lo común en materiales arcillosos homogéneos o en suelos cuyo comportamiento mecánico esté regido básicamente por su fracción arcillosa. En general afectan a zonas relativamente profundas del talud, siendo esta profundidad mayor cuanto mayor sea la pendiente.

- Falla Traslacional: estas fallas por lo general consisten en movimientos traslacionales importantes del cuerpo del talud sobre superficies de falla básicamente planas, asociadas a la presencia de estratos poco resistentes localizados a poca profundidad del talud. La superficie de falla se desarrolla en forma paralela al estrato débil y se remata en sus

extremos con superficies curvas que llegan al exterior formando agrietamientos. Los estratos débiles que favorecen estas fallas son por lo común de arcillas blandas o de arenas finas o limos no plásticos sueltos. Con mucha frecuencia, la debilidad del estrato está ligada a elevadas presiones de poro en el agua contenida en las arcillas o a fenómenos de elevación de presión de agua en estratos de arena (acuíferos). Las fallas del material en bloque, muchas veces están asociadas a discontinuidades y fracturas de los materiales que forman un corte o una ladera natural, siempre en añadidura al efecto del estrato débil subyacente. Las fallas de una franja superficial son típicas de laderas naturales formadas por materiales arcillosos, producto de la meteorización de las formaciones originales. Se suelen provocar por el efecto de la sobrecarga impuesta por un terraplén construido sobre la ladera. En estas fallas el movimiento ocurre casi sin distorsión.

3.3.3 Flujos

Se refiere este tipo de falla a movimientos más o menos rápidos de una parte de la ladera natural, de tal manera que el movimiento en sí y la distribución aparente de velocidades y desplazamientos se asemeja al comportamiento de un líquido viscoso. La superficie de deslizamiento o no es distinguible o se desarrolla durante un lapso relativamente breve. Es también frecuente que la zona de contacto entre la parte móvil y las masas fijas de la ladera sea una zona de flujo plástico. El material susceptible de fluir puede ser cualquier formación no consolidada, y así el fenómeno puede presentarse en fragmentos de roca, depósitos de talud, suelos granulares finos o arcillas francas; también son frecuentes los flujos en lodo. El flujo en materiales relativamente secos comprende en primer lugar a los fragmentos de roca, desde los muy rápidos (avalancha) hasta los que ocurren lentamente. Afecta a grandes masas de fragmentos y suelen ser de catastróficas consecuencias. En segundo lugar se puede encontrar deslizamientos producidos por la licuación de la estructura de los loess, asociado muchas veces a temblores. Los flujos de tierra (materiales no demasiados húmedos) generalmente ocurren al pie de los deslizamientos del tipo rotacional en el cuerpo del talud. Por lo común estos deslizamientos retienen a la vegetación original, así como la estratigrafía y aspecto general de la formación en la que ocurrió el deslizamiento. Los flujos de tierra de suelos granulares finos son típicos de formaciones costeras y se asocian

generalmente a la erosión marina y a fluctuaciones repetidas de la presión de poros debido a la ascenso y descenso del nivel de agua con las mareas. Se originan con procesos análogos a la licuación. En los flujos de lodo, el deslizamiento ocurre en materiales finos con muy alto contenido de agua. La forma típica del deslizamiento es análoga al avance de un glaciar y la velocidad de desplazamiento puede variar desde unos pocos centímetros por año hasta la correspondiente a deslizamientos catastróficos. En los flujos lentos es común que en la velocidad del movimiento influyan las variaciones estacionales del clima, en tanto que los flujos rápidos suelen seguir épocas de violenta precipitación pluvial. Los flujos de lodo muy rápidos se presentan muchas veces en laderas de las que se ha removido la cobertura vegetal por alguna razón comenzando en muy modestas proporciones y creciendo rápidamente transportando el suelo sobre el que pasa, formándose auténticos ríos de lodo.

3.4 Métodos existentes para determinar la superficie de falla crítica

Fellenius [41] realizó el trabajo inicial para localizar la superficie de falla crítica en el análisis de estabilidad de taludes. En el método de Fellenius, el centro de un círculo inicial crítico, O , se supone que está ubicado en la intersección de dos líneas que parten desde la base y la parte superior del talud. Se fija un punto P a una distancia H de la parte superior del talud y $4,5 H$ horizontalmente desde el pie de talud, siendo H la altura del talud. De acuerdo con Fellenius, el centro de la superficie crítica de falla se encuentra a lo largo de una línea que une los puntos P y O , y se obtiene por prueba y error.

El procedimiento solo es válido para suelos cohesivos. En 1962 Jumikis extendió el proceso a suelos en general. El proceso es menos fiable para taludes largos e irregulares. La mayoría de los códigos computacionales existentes (UTEXAS, STABL, SLOPE/W) usan un método de búsqueda conocido popularmente como método de la grilla.

En este método, la localización del centro de la superficie crítica se encuentra en una grilla de 9 puntos (3 x 3 puntos cuadrados). El punto central de la primer grilla y el espaciado entre puntos de la grilla usados para el modo inicial de búsqueda son

especificados y deben representar una mejor estimación del centro de la superficie de falla crítica. La localización del punto central de la grilla es desplazada durante la búsqueda hasta que el centro de una superficie, que tenga el valor del F_s más bajo que el de los de la superficies cuyo centro se encuentra en los 8 puntos restantes ubicados en el perímetro de la grilla.

La búsqueda termina cuando el espacio de grilla se reduce a una distancia especificada y el centro de la grilla corresponde al F_s más bajo. El principal problema con este método es que es bastante riguroso y no hay garantía de que la superficie de falla obtenida sea un mínimo global. Con el advenimiento de ordenadores más veloces, las técnicas basadas en optimización se han convertido en un medio efectivo de búsqueda para la superficie crítica de falla en análisis de estabilidad de taludes. Barker y Garber [8, 9] usaron el cálculo de variaciones para localizar la superficie de deslizamiento crítica y calcular el F_s asociado.

Sin embargo la existencia de un mínimo en sus resultados puede ser cuestionable (Luceno y Castillo [82]). Celestino y Duncan [22] y Li y White [78] usan métodos variables alternativos para localizar la superficie de falla crítica. Esta aproximación tampoco es práctica, ya que se complica incluso para un simple talud. Baker [7] usa programación dinámica para determinar la superficie de falla crítica. Chen [26] postuló que usando una búsqueda de pruebas aleatorias conduciría al mínimo global del F_s . Nguyen [94] y De Natale [33] usan el método simplex, del descenso más pronunciado y el método de Davidson-Fletcher-Powell (DFP) en conjunción con la solución de grilla de búsqueda. Esta aproximación también es ineficiente si se necesita gran exactitud, lo que la hace inadecuada para problemas reales. Aunque estos métodos podrían funcionar para problemas simples, existen muchas limitaciones asociadas con los mismos, que han sido abordadas por Li and White [77]. Greco [55] presentó técnicas basadas en el método de Monte Carlo de recorrido aleatorio para localizar la superficie de deslizamiento crítica.

Las soluciones de prueba son generadas aleatoriamente y son comparadas con la mejor solución para la mejora. Sin embargo, la implementación de una búsqueda automática de este método requiere demasiadas restricciones, Husein et al [60] también desarrollaron una aproximación para localizar la superficie de deslizamiento crítica basándose en las técnicas de Monte Carlo. Los métodos basados en la técnica de Monte Carlo (caminata

aleatoria y salto aleatorio) pueden ser simplemente estructurados, búsqueda aleatoria y técnicas de optimización. Usualmente se generan un gran número de superficies de prueba para asegurar el mínimo F_s . Se demarca el espacio de búsqueda para reducir el trabajo computacional improductivo, pero no hay garantía de encontrar el F_s más bajo. Esto puede ser efectivo cuando el espacio de búsqueda está estrechamente controlado, pero requiere el análisis de un gran número de soluciones. La pendiente de falla potencial ha sido evaluada también mediante lógica (Mathada et al [85], Dodagoudar y Venkatachalam [38], Rubio [104] y Giasi [52]). Estos métodos son aplicables solo a taludes muy simples.

Hoy en día, los algoritmos genéticos han estado recibiendo mucha atención debido a su elegancia y eficiencia. Los algoritmos genéticos están siendo aplicados para resolver numéricamente un gran espectro de problemas, como optimización de tráfico de control de señales (Anderson [4]), diseño de alas subsónicas (Shigeru [109]), diseño de actuador hidráulico (Andersson [5]), planificación de ciudades (Balling y Wilson [10]), sistemas de control (Fleming y Purshouse [43]), monitoreo de agua subterránea (Reed y Minsker [101]), diseño de suministro de agua (Rouhiainen [102]), diseño de sala de concierto (Sato et al [106]), fundación de un embalsado pilotado (Ganeshwadi y Dodagoudar [50]), detección de fisuras en estructuras (Vakil-Baghmisheh [121], Sahoo y Maity [105]), etc.

En este trabajo se ha desarrollado una técnica de búsqueda basada en algoritmos genéticos como una alternativa a los métodos de búsqueda para superficie de falla crítica y el mínimo F_s en un problema de estabilidad de taludes. Como se demuestra más adelante, los métodos propuestos son computacionalmente eficientes y siempre convergen al mínimo global.

3.5 El método de los elementos finitos y los métodos de equilibrio límite

El problema de la estabilidad de taludes es de gran importancia en obras de Ingeniería, dicha estabilidad es cuantificada a través del factor de seguridad, el cual depende de las cargas actuantes, y de las características geométricas y físicas de la masa de suelo. La

determinación del factor de seguridad puede realizarse mediante diversos métodos, entre los que se destacan los de equilibrio límite y de reducción de parámetros mecánicos. Los métodos de equilibrio límite están basados en el método de las dovelas, en el cual la masa de suelo se divide en porciones o dovelas, asumiéndose para cada una de ellas condiciones de equilibrio estático para una superficie de deslizamiento supuesta. La diferencia entre los distintos métodos de equilibrio límite radica en las simplificaciones para reducir la indeterminación de las fuerzas entre las dovelas. En el presente trabajo se presentará la determinación del factor de seguridad por el método de los elementos finitos (MEF) para una superficie de falla propuesta y su comparación con los valores obtenidos con los demás métodos aproximados.

El método de los elementos finitos es una herramienta computacional muy potente en ingeniería. Adquiere su poder de la capacidad de simular comportamientos físicos usando herramientas computacionales sin la necesidad de simplificar el problema, obteniéndose resultados precisos y confiables. Actualmente, nuevos métodos de análisis propuestos en ingeniería pueden verificarse usando el método de los elementos finitos como punto de referencia.

Los problemas en la estabilidad de taludes resueltos usando el método de elementos finitos tienen dos importantes diferencias con los métodos de equilibrio límite originales. Primero, la ecuación de la estabilidad del talud por elementos finitos es determinada; por lo tanto, no es necesario que se hagan suposiciones para poder completar los cálculos. Segundo, la ecuación del factor de seguridad es lineal, porque la tensión normal en la base de la faja es conocida. Por otro lado, los métodos de equilibrio límite, empezando por el método simplificado de Bishop, han usado un factor de seguridad estimado para computar la fuerza normal en la base de la faja, hallando el factor de seguridad final a través de procesos iterativos.

El método de los elementos finitos puede usarse para estudiar la estabilidad de taludes usando una definición de falla similar a la utilizada por los métodos de equilibrio límite, éstos proponen en principio una superficie de deslizamiento para luego examinar el valor del coeficiente de seguridad de la misma, el cual se define como la relación entre la resistencia al corte disponible y la resistencia al corte movilizadora a lo largo de la

superficie.

En este trabajo el mapa de tensiones de la masa de suelos se obtiene a través del programa FECCUND, desarrollado para resolver problemas tridimensionales de consolidación en suelos secos, saturados y parcialmente saturados con transporte de poluentes, luego, mediante el módulo FACTF se analiza el desarrollo de tensiones actuantes y resistentes a lo largo de la superficie de deslizamiento propuesta con el objeto de determinar su factor de seguridad. Ambos programas fueron desarrollados por investigadores del Departamento de Mecánica aplicada de la Facultad de Ingeniería de la UNNE [35, 15, 92].

Se debe tener presente que aún hoy en día los métodos de resolución por análisis por elementos finitos se encuentran en desarrollo y evaluación permanente, dado que todavía se estudian diversos factores y modelos para utilizar en este tipo de análisis. Hoy en día, nuevos métodos de análisis propuestos en ingeniería, pueden verificarse usando el método de los elementos finitos como punto de referencia. El método de los elementos finitos puede usarse para estudiar la estabilidad de taludes usando una definición de falla similar a la de los métodos de equilibrio límite (como el método de los elementos finitos de reducción de la resistencia). Los métodos de equilibrio límite primero propone una superficie de deslizamiento para luego examinar el valor del coeficiente de seguridad obtenido, el cual se define como la relación entre la resistencia al corte disponible y la resistencia al corte movilizadora a lo largo de la superficie.

La selección de modelos constitutivos en el análisis por elementos finitos es esencial y debe basarse en el comportamiento físico del problema estudiado, por ejemplo, cuando se modelan excavaciones de suelo, el modelo “soil-hardening” proporciona resultados más confiables que el modelo de Mohr-Coulomb .

El modelo de Mohr-Coulomb es un modelo lineal elasto-plástico perfecto, en el cual los parámetros de suelo se suponen constantes durante todas las etapas de carga y descarga del suelo. El modelo de endurecimiento de suelo es un modelo elastoplástico que simula el comportamiento del suelo en el ensayo triaxial (endurecimiento por corte (shear hardening)) y en el odómetro bajo cargas isotrópicas (endurecimiento de compresión (compression hardening)) donde la línea de falla se expande debido a las deformaciones plásticas.

En el análisis de estabilidad de taludes por elementos finitos, el uso del método de reducción de resistencia con modelos de suelos avanzados conduce a comportamientos similares al modelo de Mohr-Coulomb ya que se excluyen los efectos de endurecimiento y el comportamiento de rigidez dependiente de las tensiones.

En modelos constitutivos avanzados, el módulo de rigidez es dependiente de las tensiones y es modificado en los distintos incrementos computacionales.

Cuando en el método de reducción de resistencia se usa el módulo de rigidez como constante durante el cálculo, se tiene que el modelo de suelo avanzado se comporta como el de Mohr-Coulomb cuando también se usa módulo de rigidez constante.

El modelo de Mohr-Coulomb utilizado en el análisis necesita seis parámetros iniciales: ϕ , ángulo de fricción, c , cohesión; ψ , ángulo de dilatación; E , módulo de deformación (módulo de Young); ν , relación de Poisson; y γ' peso específico. Para análisis de estabilidad de taludes, se adopta $\psi=0$, asumiendo regla de flujo no asociada, sobre la base de resultados obtenidos por Griffiths y Lane. Cuando se utiliza el método de reducción de resistencia, el módulo de Young y la relación de Poisson tienen poca importancia, debido a la naturaleza y formulación matemática del método.

Como resultado, el método de reducción de resistencia utilizando Mohr Coulomb, necesita solo tres parámetros de suelo (ϕ , c y γ'), al igual que el método de equilibrio límite. Por lo tanto pueden compararse los factores de seguridad obtenidos a partir de los métodos de equilibrio límite y reducción de resistencia.

Hace tiempo se sabe que la succión en suelos no saturados puede jugar un rol importante en la estabilidad de estructuras geotécnicas [120, 28, 99, 47], al menos en forma temporal, y que estas succiones son altamente dependientes del tipo de suelo y las condiciones de infiltración. El factor de seguridad de taludes de suelos no saturados es analizado utilizando el método de los elementos finitos elastoplástico y no saturado (Mohr-Coulomb), en conjunto con una aproximación teórica a partir de la extensión del análisis del comportamiento de suelo saturado. Los factores de seguridad obtenidos son comparados con las aproximaciones convencionales en las cuales las presiones del poro de agua sobre la napa son ignoradas. En todos los casos los valores del factor de seguridad obte-

nidos son superiores cuando se incluyen la succión, sin embargo, puede observarse que la presencia de succión es altamente dependiente de la altura de la napa, el tipo de suelo y las condiciones de infiltración. La formulación utilizada se basa en la teoría clásica de tensiones efectivas de Terzaghi, modificada para suelos saturados en un principio, luego para suelos no saturados y finalmente para suelos no saturados con presencia de poluentes inmiscibles. Originalmente se planteó un modelo en el cual podía determinarse el rango de influencia de la variación de la succión a partir de un sistema de ecuaciones asimétrico, y el rango en que podía prescindirse del mismo utilizando formulación simétrica (Di Rado et. al. [35]). La curva característica succión-saturación (SWCC) varía ampliamente para distintos tipos de suelos y se la considera frecuentemente como una propiedad única que diferencia suelos entre sí. Existen distintos modelos para representar esta curva, usándose en esta oportunidad el propuesto por Fredlund.

El abordaje del problema de estabilidad de taludes de suelo utilizando elementos finitos fue ganando aceptación, como una alternativa robusta y precisa a los métodos clásicos de equilibrio límite. Uno de los principales beneficios del análisis de estabilidad de taludes a través del MEF, es que el usuario no necesita tomar ninguna decisión previa acerca de la forma o localización de la superficie de falla crítica. En la aproximación por elementos finitos, el mecanismo de falla crítico se desarrolla a lo largo de la trayectoria donde la resistencia al corte del suelo τ_f es incapaz de soportarla tensión de corte τ generada por la carga gravitacional.

Otro claro beneficio del abordaje a través del MEF, es la facilidad con la que pueden incorporarse distintos estratos de suelo. De igual manera, para el objeto de esta tesis, el valor de la succión en cada porción de suelo del talud puede definirse con un alto grado de resolución. En cada punto de Gauss de cada elemento, y para propiedades del suelo (α y n), tasa de infiltración q y altura por encima de la napa freática z determinadas, puede obtenerse la tensión de succión ($u_a - u_w$).

En la práctica, la ubicación de la napa freática podría medirse, en vista del hecho de que su localización y tasa de cambio será altamente dependiente de las situaciones climáticas de la zona, las condiciones del suelo y la topología. Esta tensión debida a la succión debe agregarse a la tensión normal total (σ) generada por la carga gravitacional, obteniéndose

la tensión normal efectiva (σ') en cada punto de Gauss a partir de la ecuación de tensión efectiva para suelos no saturados desarrollada en [2.12]. La tensión normal efectiva se reemplaza por el lado derecho de la ecuación de ley de falla de Coulomb.

$$\tau_f = \sigma' \tan \phi' - c' \quad (3.1)$$

Se observa claramente a partir de la ecuación [3.1] que la presencia de la tensión por succión (a) incrementará la resistencia al corte del suelo y por lo tanto el factor de seguridad, y (b) influenciará solo la contribución friccional a la resistencia.

El factor de seguridad de un talud mediante análisis de elementos finitos se obtiene generando el campo de presiones efectivas debido a la gravedad y la succión como se describió más arriba, seguido de una sistemática reducción de los parámetros de resistencia al corte $\tan \phi'$ y c' , hasta que el algoritmo sea incapaz de satisfacer el criterio de Coulomb y el equilibrio global. El factor por el cual se dividen los parámetros de resistencia al corte con el objeto de alcanzar esta condición de falla crítica, es el clásico factor de seguridad F_s .

El método de equilibrio límite (MEL) para el análisis de estabilidad de taludes es ampliamente utilizado y su uso se encuentra arraigado. A pesar de que el MEL no considera la relación tensión-deformación del suelo, puede proporcionar una estimación del factor de seguridad de un talud sin el conocimiento de las condiciones iniciales, lo que lo hace que sea elegido por muchos ingenieros. Es conocido por ser un problema estáticamente indeterminado y para obtener el F_s debe suponer la distribución de fuerzas internas. Baker y Garber [9] propusieron una aproximación variacional para obtener el F_s , que no requiere la distribución de fuerzas internas pero es tediosa de usar, incluso en superficies de falla sencillas (o simples). Sin embargo Morgenstern [87], entre otros, ha señalado que para problemas normales, el factor de seguridad F_s obtenido mediante diferentes métodos de análisis son similares, de modo que la suposición de distribución de fuerzas internas no sería un problema para usos prácticos, excepto para algunos casos particulares.

Además de los MEL, los análisis límites se usaron también para problemas simples [23], pero sus aplicaciones en problemas reales complicados es aún limitado, por lo que

este método es raramente adoptado para rutinas de análisis y diseño. El análisis del límite superior necesita la suposición de una regla de flujo (asociada o no asociada) y la aplicación del balance de energía sobre los lados verticales/inclinados de las fajas y a lo largo de la superficie de falla. Un balance de energía aplicado a lo largo de los lados verticales/inclinados es equivalente a la asignación de un criterio de falla a $f(x)$.

Mientras la ecuación de balance de energía puede usarse a lo largo de las superficies de falla, sin cuestionamientos, no es un fuerte requisito que el balance de energía puede aplicarse a los lados vertical/inclinado entre fajas. Respecto a esto, el análisis límite no es mejor que el MEL en la prescripción de la función fuerza interfajas y usualmente proporciona F_s ligeramente superiores que los obtenidos a partir de los Métodos de Equilibrio Límites. Ambos (los MEL y los métodos de análisis límite) necesita una superficie de falla de prueba y un análisis de optimización para localizar la superficie de falla crítica, con esta dificultad, se tornan en problemas globales de optimización. Se han sugerido muchas propuestas y existen trabajos con la descripción de varios métodos para obtener la localización de la superficie crítica de falla, la mayoría de estos puede abordar problemas comunes pero corren el riesgo de quedar atrapados en mínimos locales de la solución. Existen pocos métodos para escapar de estos mínimos locales, uno de ellos es el método de simulación modificada de Cheng [27].

Numerosos investigadores compararon los resultados obtenidos mediante SRM y MEL y encontraron que generalmente proporcionan valores de F_s similares. Sin embargo, la mayoría de estos estudios están limitados a taludes de suelos homogéneos y la geometría de los casos es relativamente regular y sin características especiales (por ejemplo: presencia de finas capas de material blando o geometrías especiales). Además hay solo estudios limitados que comparen la superficie de falla crítica a partir de MEL y SRM, apareciendo el F_s como el valor de interés primario.

Los problemas de estabilidad de taludes de suelo en trabajos de ingeniería son analizados en forma usual utilizando los métodos de equilibrio límite. Una parte de estos está basado en encontrarla superficie de falla circular crítica para suelos homogéneos, pero en suelos estratificados la superficie de falla tiende a ser no circular. En el presente trabajo se desarrolla un algoritmo genético simple para determinar la superficie de falla crítica no

circular en el análisis de estabilidad de taludes, usando el método de Morgenstern-Price para encontrar el Fs. En el análisis se tendrán en cuenta fuerzas horizontales y verticales pseudoestáticas debidas a terremotos y sobrecargas debidas a edificios existentes y estructuras sobre taludes naturales.

En los últimos años se utilizó el métodos de los elementos finitos para el análisis de la estabilidad de taludes, pero todavía es una práctica común utilizar los métodos de equilibrio límite. Han sido presentados muchos métodos para calcular el Fs usando el equilibrio límite con superficie de falla circular ([19],[86], [111]). Un método simple de superficie de falla circular es suficiente para un talud de suelo homogéneo, pero poder predecir el Fs en un talud de suelo heterogéneo con múltiples capas, deberá considerarse la utilización de un método de superficie de falla no circular ([7],[11],[20]), detallando a continuación alguno de ellos.

Nguyen [94] desarrolló un método donde el Fs está formulado como una función multivariante $F(x)$ con variable independientes x que describen la geometría de la superficie de falla. Ha empleado el método simplex como técnica de optimización. Celestino y Duncan [22] usaron la misma aproximación para una superficie de falla no circular, pero usando una técnica de optimización alternativamente variable. Li y White [78] propusieron una técnica de optimización unidimensional más eficiente para reemplazar el método de interpolación cuadrática, que Celestino y Duncan [22] usaron en la técnica alternativa variable. Baker [7] define la superficie de falla mediante un número de puntos nodales conectados por segmentos rectos. Las coordenadas verticales de los puntos nodales son las variables en el método de Baker, utilizando la técnica de programación dinámica como método de optimización. Bolton et al [20] define un algoritmo de optimización global para encontrar la superficie crítica de falla mediante nodos conectados entre sí por segmentos rectos para cualquier forma de falla.

Bardet y Kapuskar [11] presentan un método de optimización sencillo para encontrar la superficie crítica de falla usando el algoritmo simplex en pendiente. Ha sido necesario un gran número de cálculos para encontrar la superficie de falla crítica, ya que una coordenada nodal arbitraria podría ser irrelevante entre el resto de coordenadas globales creadas. Por ejemplo, usando coordenadas nodales podría crearse una superficie de falla oscilante

llevando a una superficie de falla no realista. En este trabajo, en lugar de optimizar a lo largo de las coordenadas nodales y , se presenta la búsqueda mediante pendientes de la línea de falla utilizando algoritmo genético. La búsqueda mediante pendiente de línea de falla es mucho más eficiente y rápida de resolver que la búsqueda de coordenadas nodales y , porque la pendiente de la superficie de falla de cada faja está relacionada a la pendiente de la faja adyacente. En un análisis de estabilidad de taludes donde la masa de suelo que falla se mueve de izquierda a derecha, el ángulo de la base de la faja es usualmente modificado en sentido antihorario cuando nos movemos de izquierda a derecha. La búsqueda de la superficie de falla usando la coordenada nodal y no puede incluir este aspecto de manera sencilla, y posiblemente termine dando una superficie no realista.

Un método por tanteo puede ser implementado tomando una grilla fija de puntos en el espacio y determinando para cada uno de los puntos que la componen el radio del arco de círculo que representa la superficie de falla crítica.

3.6 Obtención del factor de seguridad

El estado tensional de la totalidad de la masa de suelo, se obtiene mediante el análisis por elementos finitos a través del software FECCUND, en el cual las tensiones normales y de corte obtenidas son computadas en relación a una superficie de falla seleccionada, utilizando un procedimiento para combinar un análisis de tensiones por elementos finitos en un talud con los conceptos del método de análisis por equilibrio límite, obteniendo un factor de seguridad general que expresa la estabilidad del talud basándose en las tensiones calculadas en la masa de suelo mediante el módulo FACTORF.

El estado tensional obtenido a través del método de elementos finitos es empleado para calcular las tensiones normal y de corte en la superficie de falla. Las tensiones efectivas del paso de carga analizado son usadas para calcular los factores de seguridad locales en el centro de la base de cada faja así como el factor de seguridad general de toda la superficie de deslizamiento.

El factor de seguridad general se define en concordancia con el método de elementos

finitos para estabilidad de taludes descrito por Kulhawy [70], y se expresa como la relación entre la suma de la resistencia incremental de la fuerza cortante, S_r , y la suma de la fuerza movilizadora al corte, S_m , a lo largo de la superficie de falla:

$$F_{fem} = \frac{\sum S_r}{\sum S_m} \quad (3.2)$$

La fuerza resistente para cada faja se calcula en términos del esfuerzo de corte resistente τ en el centro de la faja, multiplicada por la longitud de la misma, dv . Para suelos saturados y no saturados se define como:

$$S_r = \tau dv = (c + \sigma' \tan \varphi) dv \quad (3.3)$$

siendo σ' la tensión efectiva normal a la dirección de la porción dv de superficie de deslizamiento, c la cohesión y φ el ángulo de fricción interna del suelo.

La fuerza movilizadora de cada faja puede obtenerse a partir de la siguiente ecuación:

$$S_m = \tau' dv \quad (3.4)$$

donde τ' es la tensión efectiva tangencial a la dirección de la porción dv , actuando en el centro de la misma. Al analizar suelos netamente cohesivos como las arcillas normalmente consolidadas, el término $\sigma' \tan \varphi$ debido a la fricción intergranular puede ser despreciado de ecuación 3.3.

El factor de seguridad local se define como la relación de la fuerza resistente al corte, S_r , de la faja de la superficie de falla propuesta dividido por la fuerza al corte movilizadora, S_m , en el mismo tramo [49].

$$F_{local} = \frac{S_r}{S_m} \quad (3.5)$$

A través de un algoritmo se determina el elemento al cual pertenece cada uno de los

centros de las porciones de superficie de deslizamiento. Los valores de tensión a partir de los puntos de Gauss del elemento pueden ser transferidos a los nodos del elemento considerado, y consecuentemente al centro de la porción de superficie de deslizamiento analizada.

3.7 Obtención de la superficie de deslizamiento circular crítica

La superficie circular crítica es obtenida por un método por tanteos. Para ello, una grilla de puntos equidistantes es construida con el origen en la cresta del talud. El tamaño de ésta y la separación entre los puntos, tanto en horizontal como en vertical, depende de la precisión deseada y del área modelada. Si el área modelada es grande, se necesita de un mayor tamaño de la grilla para poder cubrir la totalidad de los círculos factibles. El centro de cada superficie plausible es representado por un punto de la grilla (ver Fig. 3.2).

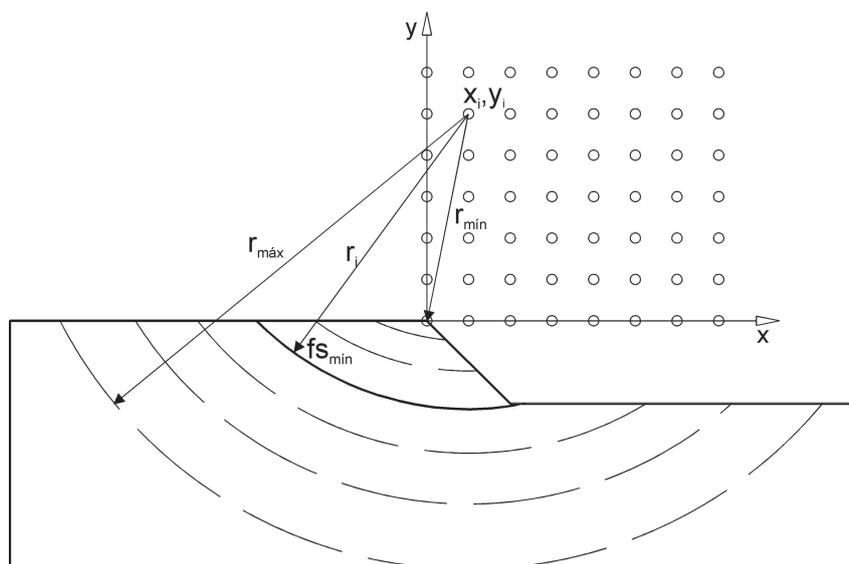


Figura 3.2: Método de obtención de la superficie de falla circular para un punto de la grilla.

Haciendo centro en cada punto de la grilla se trazan los círculos de falla. Para determinar el radio de cada círculo, se obtienen el radio del primer círculo posible de falla,

r_{min} , y del último círculo posible r_{max} . Estos son el primer círculo en cortar al talud en dos puntos, uno ubicado en la parte superior del talud y el segundo en el talud mismo o en la parte inferior; y el último círculo que cumpla la condición anterior sin salir del área modelada. Luego, se divide la diferencia entre ambos radios por la cantidad n_{circ} de círculos a trazar, para obtener el incremento de radio.

$$\Delta r = \frac{r_{max} - r_{min}}{n_{circ}} \quad (3.6)$$

El factor de seguridad de cada círculo es evaluado por el programa FACTORF, que emplea el método descrito en la sección anterior. Para cada punto de la grilla se evalúan los sucesivos círculos, desde el radio mínimo al máximo, y se adopta el radio de la superficie de menor factor de seguridad. Una vez evaluada la totalidad de la grilla, la superficie crítica será la de factor de seguridad mínimo.

3.8 Algoritmos genéticos

El análisis de estabilidad de taludes es una tarea rutinaria llevada a cabo por los ingenieros para evaluar la estabilidad de presas de materiales sueltos, terraplenes, obras de desvío de ríos, excavaciones y muros de contención. Ubicar la superficie de falla crítica de un talud de suelo se torna tediosa y se cometen errores debido a la existencia de mínimos locales. En el caso de grandes taludes de suelo, los ingenieros se enfrentan con un espacio de búsqueda muy grande para emplear métodos de prueba y error de manera computacionalmente eficiente. Se propone un algoritmo genético para localizar la superficie crítica bajo condiciones y restricciones generales. Con el algoritmo se logró un grado de convergencia prescripto y ha demostrado ser computacionalmente superior a otras rutinas de optimización, como el método de Monte Carlo y la aproximación por grilla de puntos.

Los deslizamientos ocurridos durante la construcción del canal de Panamá y la del ferrocarril en Suecia estimularon a los ingenieros de todo el mundo a realizar una gran cantidad de investigación sobre varios aspectos del análisis de estabilidad. La determinación de la superficie de falla potencial (superficie de deslizamiento) y las correspondientes

fuerzas tendientes a causar deslizamiento y a restaurar o estabilizar la masa deslizante, y el cálculo del margen de seguridad disponible son pasos esenciales en el análisis de estabilidad. El margen de seguridad del F_s para una superficie de falla se calcula como la relación entre la fuerza de contención (resistencia al corte) sobre la fuerza de deslizamiento (esfuerzo de corte). Por lo tanto, la determinación de la superficie crítica de falla (una superficie de falla para la cual el F_s es mínimo) es central para un análisis de estabilidad de taludes.

La presencia de varios mínimos locales en el espacio de búsqueda resulta ser el problema principal en el análisis de estabilidad de taludes, como lo demuestran Chen y Shao [25]. Los autores de este trabajo han intentado diferentes técnicas de búsqueda, como el método de la grilla y encontraron que los métodos existentes caen en mínimos locales incluso para taludes de geometría simple. Chen y Morgenstern [24] también han llegado a la misma conclusión. En el presente trabajo, se ha utilizado de manera exitosa un algoritmo genético para localizar la superficie de falla crítica en un talud de suelo. A diferencia de otros enfoques, que han demostrado caer en mínimos locales, el algoritmo genético siempre converge al mínimo global y resultó ser computacionalmente eficiente, incluso para grandes taludes.

Un algoritmo genético es una técnica de búsqueda utilizada para encontrar soluciones aproximadas a problemas de búsqueda y optimización. Los algoritmos genéticos son un caso particular de los algoritmos evolutivos (AE) que usan técnicas inspiradas en la biología evolucionaria, como la herencia, la mutación, el cruzamiento y la selección natural. Los algoritmos genéticos son implementados sobre una población de representación abstracta (llamados cromosomas) de soluciones factibles (llamadas individuos) de un problema de optimización que evoluciona hacia mejores soluciones.

La evolución comienza a partir de una población de individuos completamente aleatorios y sucede en generaciones. En cada generación se evalúa el desempeño o aptitud de la generación completa, múltiples individuos son seleccionados estocásticamente a partir de la generación actual basándose en su aptitud, y modificada (mutada o recombinada) para formar una nueva población, que se vuelve la actual en la próxima iteración. La solución al problema se representa mediante una lista de parámetros, llamados cromosomas,

que están típicamente representados por una simple cadena de datos e instrucciones. Inicialmente, varios de estos individuos son generados aleatoriamente para formar la primer población, o población inicial. Durante generaciones sucesivas, cada individuo es evaluado, el valor de aptitud se obtiene mediante una función de prueba, a continuación se ordena el conjunto de acuerdo a la aptitud de cada individuo (representan una mejor solución al problema). Para cada individuo que se produce en el próximo paso, se selecciona un par de organismos para engendrarlo. La selección está sesgada hacia elementos de la generación inicial que tengan mejor desempeño. Aunque generalmente no es tan sesgado que los elementos más pobres no tienen oportunidad de participar, a fin de evitar que la población converja rápidamente a un subóptimo o solución local.

Hay varios métodos de selección de organismos bien definidos, como la selección por ruleta o por torneo. Siguiendo la selección, la operación cruzamiento se lleva a cabo sobre los cromosomas seleccionados. Del cruzamiento resultan dos nuevos cromosomas hijos, que son agregados a la próxima generación. Los cromosomas de los parientes se mezclan durante el cruzamiento, típicamente por simple intercambio de una porción de datos fundamentales. Este proceso es repetido con diferentes parientes hasta que haya un número apropiado de soluciones candidatas en la próxima generación.

A continuación se mutan los individuos recién creados. Los algoritmos genéticos tienen prevista una muy baja probabilidad de mutación, del orden de 0.01 o menos. Basándose en esta probabilidad, los cromosomas del nuevo individuo están mutados aleatoriamente. Estos procesos, en última instancia, dan como resultado la siguiente población de cromosomas que es diferente de la población inicial. Generalmente la aptitud promedio se ha incrementado en este procedimiento para la población, ya que solo los mejores organismos de la primera generación se seleccionan para el engendramiento. Este proceso de generación se repite hasta la condición de finalización o parada (como máximo número de generaciones alcanzadas, criterio de mínimo satisfecho o sucesiones iteraciones sin producir mejores resultados) ha sido alcanzada.

Los algoritmos genéticos (AG) son métodos adaptativos evolutivos que pueden ser utilizados para resolver problemas de búsqueda y optimización, están basados en el proceso genético de los organismos vivos, y a lo largo de las generaciones, las poblaciones

evolucionan de acuerdo a principios de selección natural y supervivencia del más fuerte, de esta manera se busca obtener mínimos o máximos de funciones. Por analogía con la realidad, los AG buscan obtener una solución en el mundo real, la evolución hacia la solución correcta dependerá muchas veces de la adecuada codificación.

En el presente capítulo se realiza una implementación del modelo desarrollado en el Capítulo 2 utilizando el método de los elementos finitos, a partir del cual se obtiene un modelo tensión-deformación para los suelos involucrados en el cálculo de tensiones de la masa de suelo, las cuales son usadas para computar el factor de seguridad, utilizando para ello elementos cuadriláteros de 8 nodos para construir mallas 2D, suponiendo condiciones de estado plano de deformaciones.

La implementación de algoritmos genéticos comienza con una población aleatoria de superficies de deslizamiento, los factores de seguridad de esta superficies son evaluados y asociados a una posibilidad de reproducción, una mejor solución significará mayor probabilidad de cruzamiento, teniendo más posibilidad de atraer compañeros y generar un gran número de descendientes, de esta manera las características de los individuos mejor adaptados se propagará en forma creciente en sucesivas generaciones [93].

3.9 Algoritmo de Optimización

Los algoritmos genéticos (AG) deben su origen a la teoría de la evolución de Darwin, según la cual, los individuos más aptos de una población tienen mayores probabilidades de supervivencia [53]. En un problema de optimización los individuos representan las distintas soluciones al problema, y su aptitud al medio está definida por la función de evaluación o *fitness* a optimizar [93].

En el tabla 3.1 se presenta el pseudocódigo elemental del AG implementado en este trabajo. Las características principales del mismo serán desarrolladas a continuación.

```

BEGIN Inicialización de variables
Generación de la población inicial
FOR Bucle sobre generaciones
    Evalúa la función objetivo
    Guardar Élite
    Selección
    IF Generacion impar
        Cruzamiento Intercalado
    ELSE
        Cruzamiento Single Point
    END IF
    Mutación
    Nueva Población = Pob.Cruzada + Élite
END FOR
END
    
```

Tabla 3.1: Pseudocódigo elemental del AG implementado.

3.9.1 Población inicial

La población inicial es generada aleatoriamente respetando ciertas restricciones. Los individuos son definidos por el punto inicial de la superficie, el paso entre puntos, el ángulo inicial y el incremento entre ángulos. De este modo se evita la creación de superficies de falla irreales [65, 131].

$$ind_i = [x_i \ b_i \ \alpha_i \ \Delta\alpha_1 \ \Delta\alpha_2 \ \dots \ \Delta\alpha_N] \quad (3.7)$$

siendo x_i la posición inicial de la superficie de falla, b_i el ancho de la proyección horizontal de cada segmento, α_i el ángulo inicial, $\Delta\alpha_I$ con $I = 1, \dots, N$ el incremento angular del individuo i .

El ángulo inicial es medido respecto a la horizontal en sentido horario y su signo es negativo. Los incrementos son medidos en sentido antihorario, y son mayores que cero. El ángulo que describe un segmento con la horizontal es la suma del ángulo del segmento anterior más el correspondiente incremento (ver figura 3.3). Con esta formulación se asegura que las superficies no presenten puntos de inflexión.

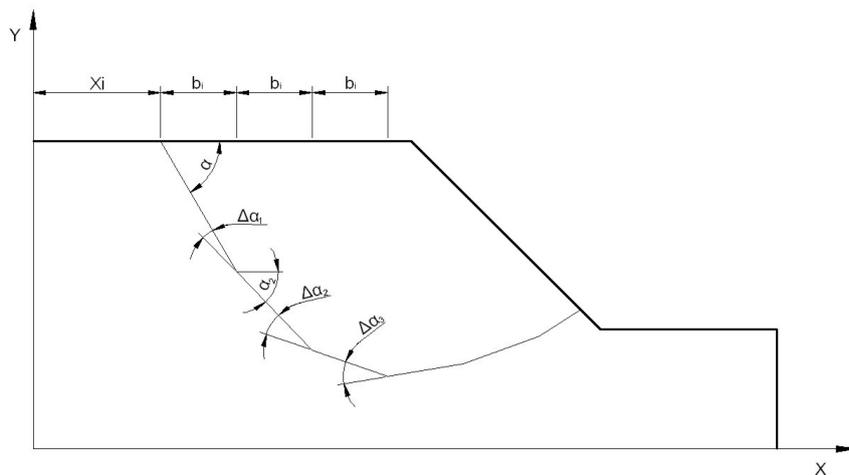


Figura 3.3: Superficie de deslizamiento probable.

3.9.2 Selección

El proceso de selección es del tipo *Simple Roulette*. Éste consiste en elegir a los individuos en función de las probabilidades de cada uno mediante tiros aleatorios. Las probabilidades son asignadas en función del valor del factor de seguridad, los más aptos (menor factor de seguridad) tienen mayores posibilidades de ser elegidos. Las probabilidades son calculadas mediante una función de escalado que impide el copamiento de la población por los mejores individuos [13].

$$\begin{aligned}
 C &= 0,1f_{s_{\text{mín}}} - 1,1f_{s_{\text{máx}}} \\
 D &= \text{mín}(f_{s_i} - C) \\
 f_{s'} &= \frac{f_{s_i} - C}{D}
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

A fin de evitar que las mejores soluciones se pierdan por los procesos posteriores, éstas son guardadas en la variable *Elit* y pasan a la siguiente generación sin ser modificadas. En este trabajo se adopta la élite como el 1% de la población total.

3.9.3 Cruzamiento

Para el abordaje de la estabilidad de taludes se implementa un procedimiento mixto de cruzamiento, donde la forma para generaciones impares es del tipo *Single Point Crossover* mientras que en generaciones pares se emplea un *Cruzamiento por Máscara Binaria*.

Este procedimiento mixto de cruzamiento introduce importantes mejoras cuando la población se ve saturada rápidamente por los mejores individuos y cabe la posibilidad de que la solución encontrada corresponda a máximo/mínimo local.

En el Cruzamiento por Máscara Binaria, se genera un vector binario aleatorio de dimensión *numvars* (máscara) que sirve para establecer qué componentes de cada individuo serán cruzadas. Mientras que en el *Single Point Crossover* de las generaciones impares, se establecen 2 puntos de corte aleatoriamente en los vectores de cada individuo, y luego se combinan las partes de cada individuo con la del otro, obteniéndose los nuevos individuos [53].

3.9.4 Mutación

La finalidad de la mutación es evitar que el algoritmo quede atrapado en óptimos locales, esto se logra al modificar aleatoriamente parte de los individuos de la población [13]. Para ello se define un porcentaje de probabilidad de mutación que determina si el individuo analizado sufrirá o no modificaciones por mutación. Este porcentaje debe ser pequeño, ya que un valor alto transformará al algoritmo en una búsqueda aleatoria [129].

En un primer momento, la población conserva parte de las características de la población inicial, explorando gran parte del espacio de búsqueda. A medida que avanza el algoritmo, la población comienza a ser copada por copias de los mejores individuos, limitando la exploración. Si el algoritmo queda atrapado en un óptimo local, la mutación ayuda a que salga del mismo. Es por ello que se decidió adoptar una función que varíe la probabilidad de mutación, desde valores del orden del 1% en las primeras generaciones, hasta el valor máximo a partir de la generación *maxmut*, a partir de la cual se observó que se dificulta la optimización.

$$mut = \left[0,1 + 0,9\sin \left(\frac{\pi \text{ igen}}{2 \text{ maxmut}} \right) \right] \text{ probmut} \quad (3.9)$$

La mutación es del tipo *Step Mutation*, eligiendo aleatoriamente un elemento del vector del individuo y modificando luego según un coeficiente aleatorio que puede variar entre +1.50 y +0.50, respetando los límites impuestos en cada problema.

3.10 Resultados

3.10.1 Ejemplo 1: Talud vertical

El primer ejemplo de aplicación del algoritmo propuesto en este trabajo consiste en un talud vertical de suelo sometido a su propio peso (Fig. 3.4), con las características mecánicas y del algoritmo genético que se describen en Tabla 3.2.

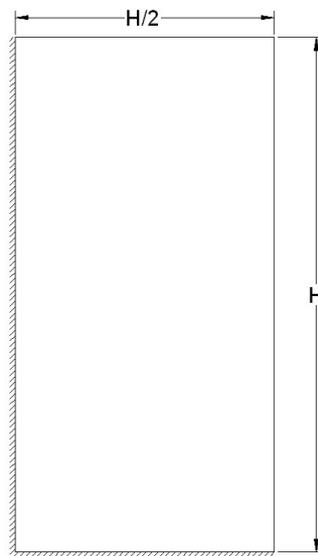


Figura 3.4: Geometría de la masa de suelo con talud vertical.

Este perfil de suelo fue analizado en las condiciones seco y saturado, obteniéndose los siguientes resultados

Módulo de elasticidad	E	1,000kPa
Cohesión	c	5,00kPa
Ángulo de fricción interna	φ	30°
Peso específico	γ	20,00kN/m ³
Tamaño de la población	$Popsize$	100
Número de variables	$numvars$	26
Número de generaciones	$numgen$	100
Probabilidad de mutación máxima	$probmut$	0,05
Generación con mutación máxima	$maxmut$	50

Tabla 3.2: Propiedades mecánicas y variables de control.

Suelo seco

Para la condición de suelo seco se obtiene la superficie de falla graficada en la Fig. 3.5. Además puede observarse en la Fig. 3.6 la evolución del factor de seguridad a lo largo de la ejecución del programa.

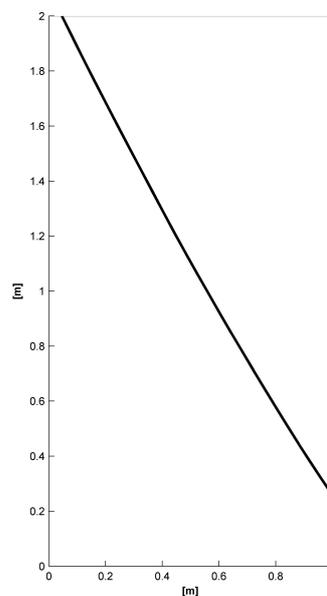


Figura 3.5: Superficie de deslizamiento crítica para un talud vertical de suelo seco.

Suelo saturado

En este caso el mapa de tensiones corresponde al instante en el que se aplica la totalidad de la carga (peso propio), la cual para el ejemplo ejecutado fue de 1 día. La superficie de

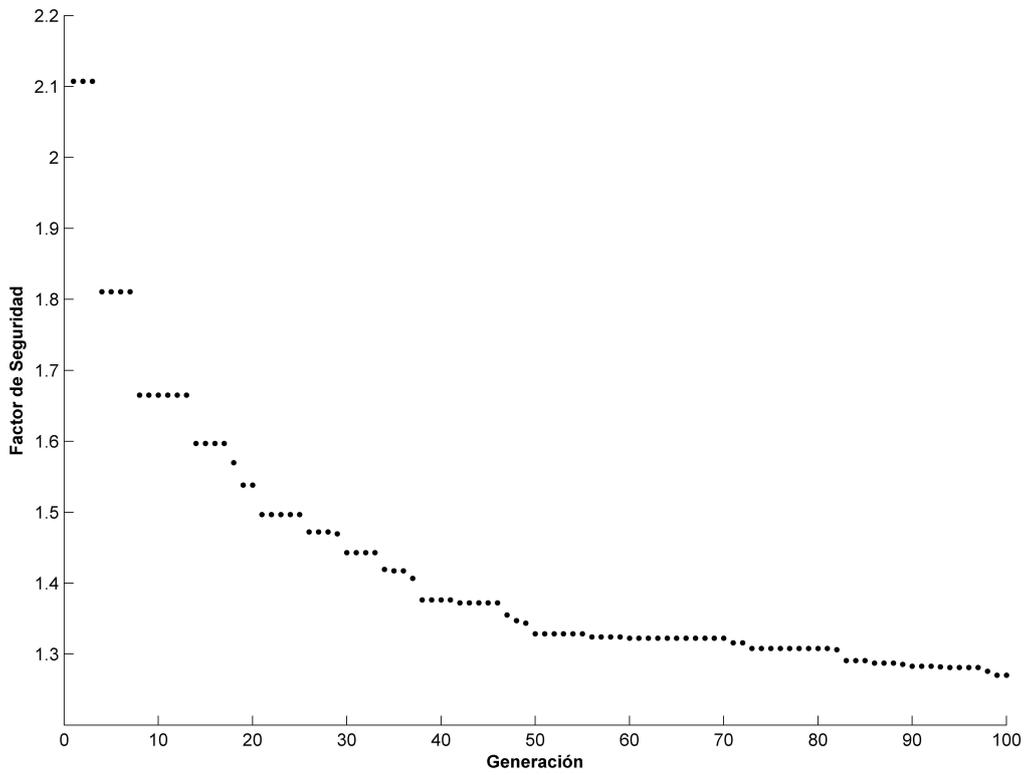


Figura 3.6: Evolución del factor de seguridad para un talud vertical de suelo seco a lo largo de la ejecución.

falla crítica se grafica en la Fig. 3.7 y la evolución del factor de seguridad a lo largo de la ejecución del programa en la Fig. 3.8.

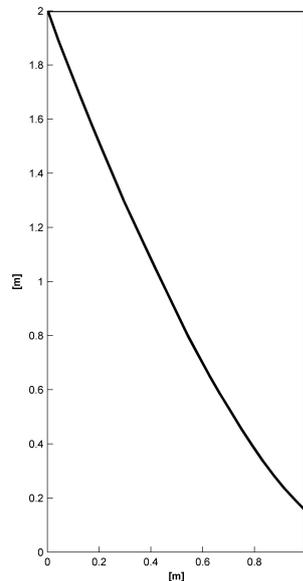


Figura 3.7: Superficie de deslizamiento crítica para un talud vertical de suelo saturado.

El ejemplo propuesto en este trabajo consiste en una excavación hipotética, de gran extensión, en un estrato de suelo cohesivo (Fig. 3.9). El estrato tiene cuatro metros de potencia, y el talud tiene pendiente 1 : 1. La profundidad H de la excavación es dos metros.

Módulo de elasticidad	E	$1,000kPa$
Cohesión	c	$25,00kPa$
Peso específico	γ	$20,00kN/m^3$

Tabla 3.3: Propiedades mecánicas.

El estrato de base consiste en una roca resistente por lo que no es considerado en el área modelada por la malla de elementos finitos. Las características mecánicas del suelo se describen en la tabla 3.3, las variables de control del software FACTOF en la tabla 3.4 y las variables de comando del AG en la tabla 3.5.

En la Fig. 3.10 pueden observarse la evolución de los mejores individuos en las distintas generaciones.

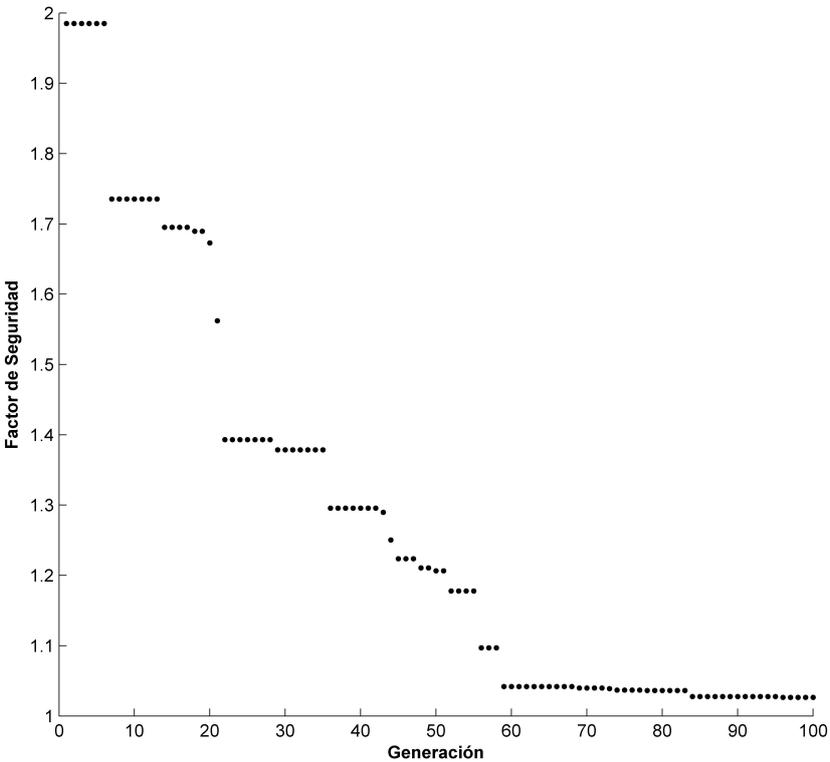


Figura 3.8: Evolución del factor de seguridad para un talud vertical de suelo saturado a lo largo de la ejecución.

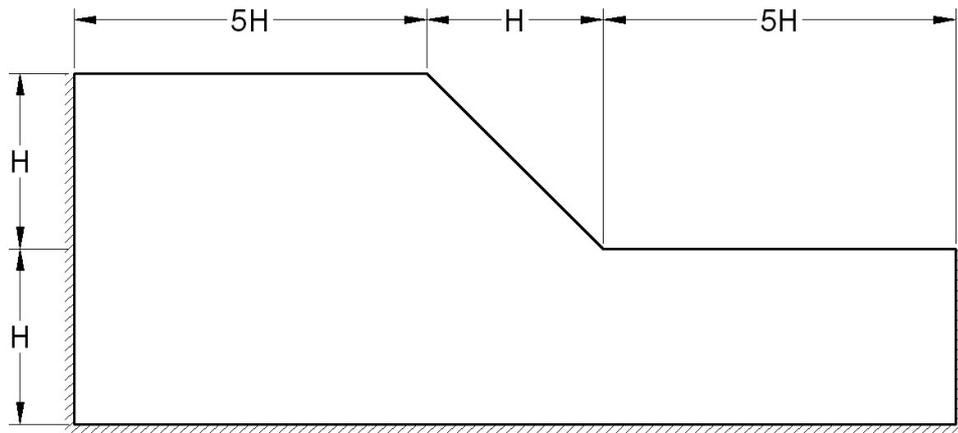


Figura 3.9: Geometría del talud de suelo cohesivo a modelar

Tamaño de la grilla en horizontal	10,00
Tamaño de la grilla en vertical	4,00
Número de puntos de la grilla en horiz.	50
Número de puntos de la grilla en vert.	50
Número de círculos a trazar	50

Tabla 3.4: Variables de control del programa de círculos.

Si bien la superficie obtenida por AG no representa exactamente un círculo (ver Fig. 3.11), el ajuste por el método de los cuadrados mínimos permite determinar que el error es apenas del 1,85 %.

En la tabla 3.6 se muestran las coordenadas x_{centro} e y_{centro} del centro, el radio r , y el factor de seguridad fs de la superficie de falla circular obtenida por el método por tanteos, y de la ajustada del método de los AG.

En la Fig. 3.12 se grafican las superficies de falla obtenidas por ambos métodos. Se observa que el talud presenta una falla del tipo de círculo pie, es decir que los círculos pasan por el pie del talud. Además, se visualiza la proximidad entre los círculos obtenidos por los distintos métodos.

Tamaño de la población	<i>Popsize</i>	100
Número de variables	<i>numvars</i>	26
Número de generaciones	<i>numgen</i>	100
Probabilidad de mutación máxima	<i>probmut</i>	0,02
Generación con mutación máxima	<i>mut</i>	50

Tabla 3.5: Variables de control del programa de AG

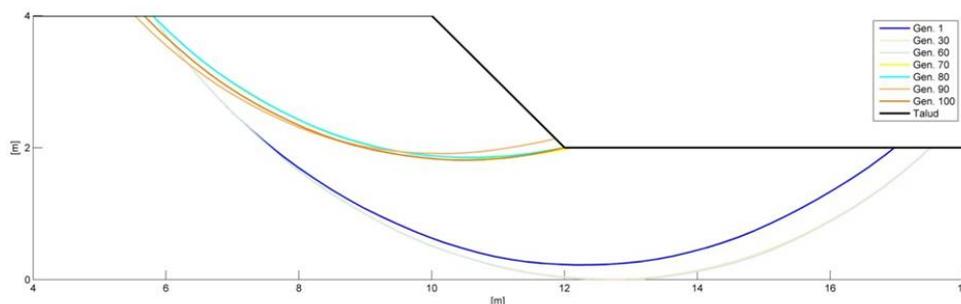


Figura 3.10: Mejores individuos por generación.

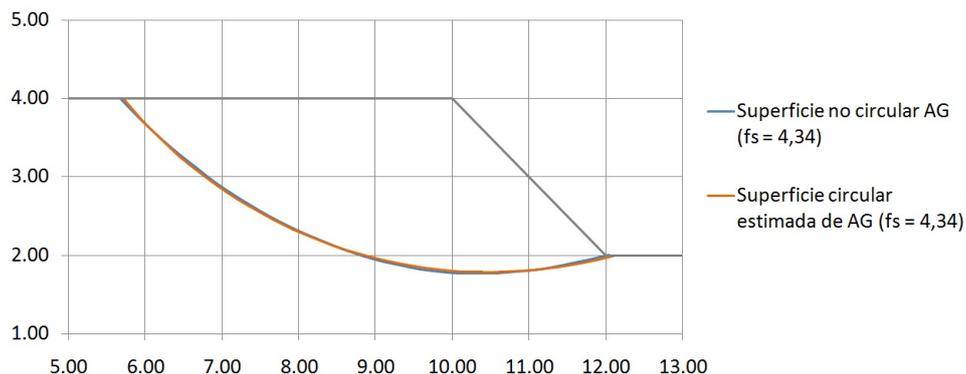


Figura 3.11: Superficie circular ajustada a la obtenida por AG.

El error cuadrático medio entre las superficies de deslizamiento críticas de ambos métodos es del 2,98 %, y la diferencia porcentual entre factores de seguridad es de 10,5 %.

	Tanteos	AG
Coordenada (m) x_{centro}	10,50	10,4877
Coordenada (m) y_{centro}	8,00	8,0369
Radio (m) r	6,25	6,2523
Factor de seguridad F_s	4,79	4,34

Tabla 3.6: Resumen de los resultados obtenidos por ambos programas

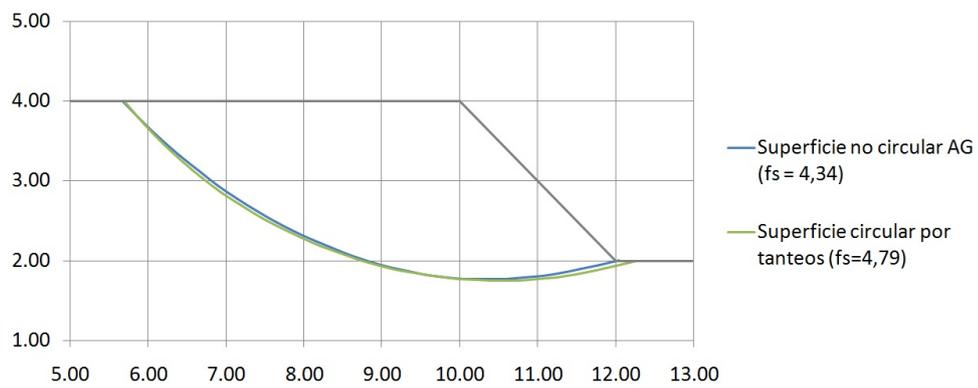


Figura 3.12: Superficie circular obtenida por tanteo y no circular obtenida por AG.

APÉNDICE A

Métodos de Equilibrio límite

El análisis de estabilidad de taludes, se ha realizado convencionalmente utilizando alguno de los métodos de las fajas (o rebanadas), en los cuales las tensiones normales en la base de una rebanada se calcula a partir del equilibrio estático de la rebanada completa. Cada método de las fajas utiliza diferentes hipótesis y elementos de la estática para obtener una solución determinada. Por consiguiente cada método calcula una fuerza normal en la base de la faja ligeramente diferente. Entre los más utilizados se destacan los siguientes:

A.1 Método Ordinario

También llamado como el método de Fellenius, este es el método de fajas más simple para usar. Asume superficies de falla circulares, divide el área de falla en tajadas verticales, obtiene las fuerzas actuantes y resultantes para cada tajada y con la sumatoria de momentos con respecto al centro del círculo producido por estas fuerzas se obtiene el factor de seguridad. El método asume que la resultante de las fuerzas que actúan en cada faja es paralela a su base. Esto se cumple si desprecian las fuerzas a los costados de cada faja, es decir si se ignoran las fuerzas normales y de corte que actúan a cada lado, razón por la cual solo el equilibrio de momentos se cumple. La ventaja de este método es su simplicidad en resolver el factor de seguridad (F_s), dado que la ecuación no requiere un

proceso de iteración. Sin embargo, los Fs calculados con este método generalmente son conservativos. El Fs se basa en el equilibrio de momentos y se lo obtiene de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$F_s = \frac{\sum (c'l + N'tan\phi')}{\sum Wsen\alpha} \quad (A.1)$$

$$N' = (Wcos\alpha - \mu l) \quad (A.2)$$

donde:

μ = presión de poros.

l = longitud de la base de la faja.

α = inclinación de la superficie de falla en el medio de la faja.

En resumen, el Método Ordinario:

- Asume una superficie de falla circular.
- Satisface condición de equilibrio de momentos.
- Considera las fuerzas normales y de corte entre fajas.
- Brinda el Fs más conservativo.
- Es útil solo para demostraciones.

A.2 Método Simplificado de Bishop

El método simplificado de Bishop también usa el método de las fajas para hallar el factor de seguridad para una masa de suelo. Varias asunciones se hicieron para este método:

- La falla se asume que va a ocurrir por la rotación de la masa de suelos en una falla circular con centro en un punto en común. Por lo tanto Bishop no debería ser usado para calcular el Fs en superficies no circulares, a menos que se use un centro friccional de rotación.
- Las fuerzas a los lados de la faja se asumen que son horizontales y por lo tanto no hay tensiones de corte entre fajas.

- La fuerza normal total se asume que actúa en el centro de la base de cada faja, y se la haya por sumatoria de las fuerzas verticales, su valor es:

$$N' = \frac{1}{m_\alpha} \sum \left(W - \frac{c'l \operatorname{sen}\alpha}{F} - \mu \operatorname{cos}\alpha \right) \quad (\text{A.3})$$

donde:

$$m_\alpha = \operatorname{cos}\alpha \left(1 + \operatorname{tan}\alpha \frac{\operatorname{tan}\phi'}{F} \right) \quad (\text{A.4})$$

Dado que el MSB también asume una superficie de falla circular, para determinar el Fs se usa:

$$F_s = \frac{\sum (c'l + N' \operatorname{tan}\phi')}{\sum W \operatorname{sen}\alpha} \quad (\text{A.5})$$

$$N' = (W \operatorname{cos}\alpha - \mu l) \quad (\text{A.6})$$

donde:

μ = presión de poros.

l = longitud de la base de la faja.

α = inclinación de la superficie de falla en el medio de la faja.

A pesar de que el método no satisface completamente las condiciones de equilibrio, con este procedimiento se obtienen valores bastante acertados para el Fs. Sin embargo, el cálculo requiere de un proceso iterativo debido a la relación no lineal que el Fs presenta en ambos lados de la faja.

En resumen, el método de Bishop:

- Satisface equilibrio de momentos para el Fs.
- Satisface equilibrio de fuerzas verticales para N'.
- Considera a la fuerza normal entre fajas.
- Es más común en la práctica.
- Se aplica principalmente para superficies de corte circular.

A.3 Método Simplificado de Janbu

El método de Janbu simplificado es muy similar al método de Bishop simplificado, pero en el caso de Janbu solo se cumple el equilibrio total de fuerzas horizontales, pero no el de momentos. El método simplificado de Janbu (MSJ) es aplicable a superficies de deslizamiento no circulares y el F_s se determina por el equilibrio de fuerzas horizontales. Como en el MSB, el método considera las fuerzas normales entre fajas (E), pero ignora a las de corte (T). La fuerza normal de la base (N) se determina de la misma manera que para el MSB y el F_s se calcula por:

$$F_s = \frac{\sum (c'l + (N' - \mu l) \tan\phi') \sec\alpha}{\sum W \tan\alpha + \sum \Delta E} \quad (\text{A.7})$$

donde:

$\sum \Delta E = E_2 - E_1$ Valor neto entre las fuerzas normales (cero si no hay fuerzas horizontales).

Janbu introdujo un factor de corrección (f_0) en el F_s original (F_0), para acumular los efectos de las fuerzas de corte entre fajas. Con esta modificación, el método corregido de Janbu da un valor más elevado del F_s como:

$$F_s = f_0 F_0$$

El factor de corrección depende de la curvatura de la superficie de falla. El F_s con este factor de corrección, puede incrementarse en un 5-12%, dando un menor rango en la fricción solo en suelos, ej., en suelos sin cohesión y un mayor rango en suelos arcillosos.

En resumen, el método simplificado de Janbu:

- Satisface equilibrio total de fuerzas horizontales.
- No satisface equilibrio de momentos.

- Considera fuerzas normales entre fajas.
- Es comúnmente usado para superficies de corte compuestas.

A.4 El método de Morgenstern-Price

El método de Morgenstern-Price también satisface ambas condiciones de equilibrio de fuerzas y momentos y asume entre las fajas una función de fuerza. De acuerdo a lo que dice el método la inclinación de las fuerzas entre fajas puede variar con una función arbitraria ($f(x)$) de la manera:

$$T = f(x)\lambda E \quad (\text{A.8})$$

donde:

$f(x)$ = función de fuerzas entre fajas que varía constantemente a lo largo de la superficie de falla.

λ = factor de escala de la función asumida.

El método sugiere que se asuma cualquier tipo de función de fuerza, como ejemplo sinusoidal, trapezoidal o alguna otra. Las relaciones para la fuerza normal de la base (N) y las fuerzas entre fajas (E, T) son las mismas que para el método generalizado de Janbu. Para una función de fuerza determinada, las fuerzas entre fajas se hallan por iteración hasta que, Ff es igual a Fm en las ecuaciones:

$$Ff = \frac{\sum \{c'l + (N' - \mu l) \tan \phi'\} \sec \alpha}{\sum (W - (T_2 - T_1)) \tan \alpha + \sum (E_2 - E_1)} \quad (\text{A.9})$$

$$Fm = \frac{\sum \{(c'l + (N' - \mu l) \tan \phi')\}}{\sum W \sec \alpha} \quad (\text{A.10})$$

En resumen, el método de Morgenstern-Price:

- Considera ambas fuerzas entre fajas.
- Asume una función de fuerza entre fajas.
- Permite elegir qué función se adopta.
- Calcula el Fs para ambos equilibrios, el de fuerza y momento.

A.5 Método de Spencer

El método de Spencer es el mismo que el de Morgenstern-Price excepto por la asunción hecha para las fuerzas entre fajas. Una inclinación constante se asume para las fuerzas entre fajas y el Fs se calcula para ambos equilibrios. De acuerdo a este método, la fuerza de corte entre fajas está relacionada con:

$$T = E \tan \theta$$

En resumen, el método de Spencer:

- Considera ambas fuerzas entre fajas.
- Asume una función de fuerzas entre fajas constante.
- Satisface ambas condiciones de equilibrio, de fuerzas y de momento.
- Calcula el Fs para equilibrio de fuerzas y momento.

APÉNDICE B

Filtración

B.1 Introducción

En general, en las estructuras de contención sobre las cuales, hay que analizar, conjuntamente con la estabilidad descrita en el Capítulo anterior, el flujo de agua por filtración.

El flujo de agua a régimen permanente a través de presas de tierra está gobernado por la ecuación de Laplace y es un problema de gran importancia en la ingeniería práctica. La solución de éste es el conjunto de curvas que forman la red de flujo dentro del medio poroso.

Una condición de contorno de este problema es la superficie libre, cuya ubicación es desconocida en el caso de flujo inconfinado. Sobre esta superficie la presión de poros es igual a la atmosférica. Por lo que es considerada la primera línea de corriente, y por ello debe ser intersectada en forma normal por las líneas equipotenciales.

Existen métodos empíricos para su obtención, desarrollados originalmente para resolver filtraciones a régimen permanente a través de suelos saturados, homogéneos e isótropos.

Sin embargo, cuando se analizan sistemas de suelos heterogéneos y/o anisótropos, se vuelven complejos y difíciles de utilizar.

Para resolver casos complejos, se recurre a métodos más sofisticados y a técnicas iterativas para poder obtener la superficie libre. En este trabajo se empleó el método de los elementos finitos (MEF) como herramienta para conocer la ubicación de la misma.

La generación de una malla de elementos finitos apropiada para un problema es una tarea extremadamente difícil, sin la certeza de que se cumplan todos los requisitos para una correcta solución de la ecuación diferencial de filtración. En consecuencia, es extremadamente importante que se usen criterios matemáticamente satisfechos en los mallados generados y refinados automáticamente que son parte de la solución.

Para lograr este objetivo se utilizan dos planteos distintos, el primero consiste en emplear una malla deformable que contiene sólo a la zona saturada, y que es deformada a medida que varía la posición de la superficie libre y el segundo es un método de optimización heurística utilizando algoritmos genéticos. Finalmente se comparan ambos métodos y se evalúan las ventajas relativas de cada procedimiento.

El problema del flujo en medios porosos tiene gran importancia en diversos campos de la ingeniería. El flujo de agua que ocurre en el drenaje de terrenos o en infiltraciones bajo presas pueden, en ciertas condiciones, ser descritos por la ecuación de Laplace (ecuación [B.1](#)).

$$k_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{B.1})$$

donde los valores de k_x y k_y representan los coeficientes de conductividad hidráulica en las direcciones x e y , y φ es el potencial total en la masa de suelo.

El objeto del estudio del fenómeno de percolación en estructuras de tierra tiene como objetivo determinar la superficie que delimita una región completamente saturada de otra no saturada, denominada superficie libre, así como el campo de presiones que se desarrolla dentro de la presa [\[15, 83\]](#). Durante mucho tiempo estos problemas fueron resueltos gráfica, analítica o numéricamente considerando solo la zona saturada.

Si bien existe la posibilidad de resolver analíticamente casos sencillos, en la mayoría de los casos la distribución heterogénea de los distintos tipos de suelo y la geometría variable no permiten obtener una solución exacta.

La localización de la superficie libre no es conocida a priori, necesiándose un proceso iterativo para poder determinarla. Esta iteración puede hacerse de diversas maneras, por ejemplo, puede usarse una malla fija y separar los nodos en *activos* e *inactivos* dependiendo del fluido existente en el punto considerado [12, 76].

Una estrategia alternativa es la de considerar que la malla se deforma, de tal manera que la superficie superior coincida con la superficie libre. La deformación de la malla es una función que surge de la diferencia entre el potencial y la coordenada del punto en estudio. Si la superficie libre no coincide, la malla es deformada hasta hacerla coincidir y nuevamente se calculan los potenciales.

En este trabajo se plantea la combinación de la malla deformada con un algoritmo de búsqueda heurística basado en el método de los algoritmos genéticos (AG).

B.2 Obtención directa de la superficie libre

El análisis comienza proponiendo una superficie libre, resolviendo el problema a través del método de los elementos finitos y calculando el error a partir de la comparación del potencial hidráulico en los nodos de la superficie libre y los valores de las ordenadas de dichos puntos, que coincidirían en su totalidad, cuando la superficie propuesta se corresponda con la real [110].

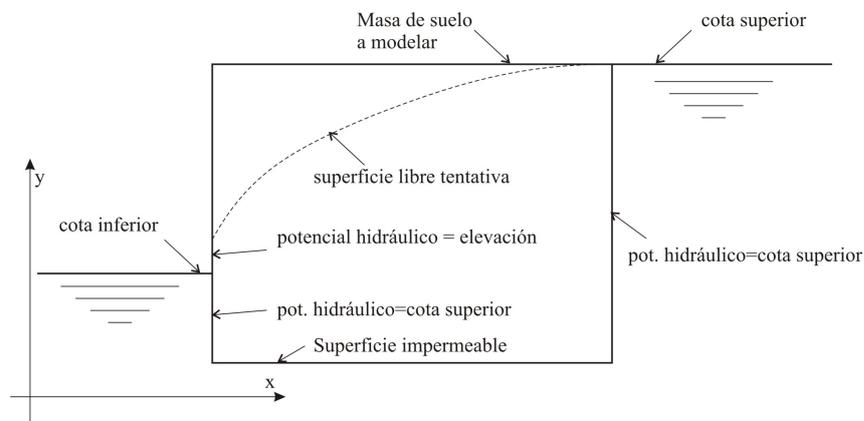


Figura B.1: Condiciones de contorno del problema a modelar por el MEF.

La región a modelar es la que se muestra en la Fig. B.1. En ella se pueden observar

las condiciones de contorno que rigen el problema. El valor del potencial en los nodos ubicados en la superficie derecha (aguas arriba) es conocido y es igual al valor de la cota superior $h_{sup.}$. Análogamente, los nodos en la superficie izquierda que se encuentran por debajo del nivel del agua, tienen como valor del potencial el de la cota inferior $h_{inf.}$. Éstas constituyen las condiciones de contorno esenciales del problema, que se describen en la ecuación [B.2](#), [\[130\]](#).

$$\varphi_{der.} = \bar{\varphi} = h_{sup.} \tag{B.2}$$

$$\varphi_{izq.} = \bar{\varphi} = h_{inf.}$$

La superficie inferior es considerada un contorno impermeable, por lo que no se produce flujo en una dirección normal a ésta. Por ello, la primera derivada del potencial respecto a la normal n de la superficie del contorno es nula a lo largo de ésta, constituyendo una condición de contorno natural del problema (ecuación [B.3](#)).

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0 \tag{B.3}$$

La parte superior de la región es una línea de infiltración (superficie libre), a través de la cual también debe ser nula la variación del flujo. Además, el potencial hidráulico o carga hidráulica debe ser igual a la coordenada y_i (ecuación [B.4](#)).

$$\varphi_i = y_i \tag{B.4}$$

Existe una región donde el agua escurre fuera de la masa de suelo. En ésta, si el gradiente hidráulico es superior al gradiente crítico para dicho suelo, se produce el fenómeno de *sifonaje* que puede llevar al colapso de la estructura. Esta zona está conformada por los puntos que se ubican entre el punto de intersección de la superficie libre con el borde aguas abajo, y el nivel del agua en dicho borde. Estos puntos también forman parte de la superficie libre, aunque se produce flujo a través de estos.

A partir de la proposición de la superficie libre, una subrutina realiza el mallado utilizando elementos cuadriláteros lineales, y resuelve el problema integrando en forma analítica las matrices de conductividad del elemento. El factor de error fs , que es la

función costo a optimizar, es definido como la suma de las diferencias entre la presión hidrostática p_i sobre los puntos de la superficie libre, y las coordenadas y_i de dichos puntos. Según la ecuación [B.5](#), cada término de la sumatoria es multiplicado por cien y elevado al cuadrado para evitar que tomen valores pequeños y/o negativos.

$$f_s = \sum [(\varphi_i - y_i) \times 100]^2 \quad (\text{B.5})$$

B.3 Implementación de Algoritmos Genéticos

B.3.1 Estrategia de optimización

Las superficies libres tentativas son definidas mediante incrementos sucesivos de ángulos, los cuales son medidos con respecto a la horizontal y son negativos. Los ángulos son almacenados en un vector que representa a un individuo, este vector tiene la forma que se muestra en la ecuación [B.6](#).

$$ind = [\Delta\alpha_1 \cdots \Delta\alpha_i \cdots \Delta\alpha_{(n-1)}] \quad (\text{B.6})$$

La construcción de la superficie libre es modelada de la siguiente manera: se traza una línea desde el punto inicial aguas arriba, con un ángulo con respecto a la horizontal igual al primer incremento, hasta intersectar la línea de la malla. Los siguientes puntos se obtienen repitiendo el paso anterior, pero sumando el incremento siguiente de ángulo. El número de incrementos necesarios está dado por la cantidad de puntos de la superficie, como esta cantidad está definida por el número de verticales de la malla, n será igual a esta última. La separación entre los puntos está definida por la separación entre las verticales que conforman la malla de elementos finitos.

Se opta por optimizar ángulos en vez de puntos definidos por sus coordenadas, de este modo se evita la obtención de superficies irreales que presentan fuertes variaciones de pendiente entre verticales sucesivas. Esta estrategia ya ha sido empleada con éxito en la obtención de la superficie de falla de un talud de suelo por Kahatadeniya et. al. [\[65\]](#) y

Zolfaghari et. al. [131]

B.3.2 Selección

La probabilidad P_i de un individuo de ser seleccionado está dada por la ecuación [B.7]. Sin embargo, este método no es efectivo en poblaciones con fuertes diferencias en el valor de la función costo, hecho factible en una población generada aleatoriamente.

$$P_i = \frac{f s_i}{\sum_{j=1}^{n_{pop}} f s_j} \quad (\text{B.7})$$

Con el objeto de preservar la diversidad en la población, garantizando una exploración mayor del espacio de búsqueda, se emplea un escalado de la función costo de cada individuo [13]. Para esto, los valores máximo y mínimo son extraídos del conjunto de valores de la función costo. Luego, a cada valor se le resta la cantidad C y se divide por D , según la ecuación [B.8]. De este modo se obtienen los valores escalados $f s'_i$ que están comprendidos entre 0 y 1, valores próximos a 0 para el peor individuo y cercanos a 1 para el mejor.

$$\begin{aligned} C &= 0,1 f s_{\min} - 1,1 f s_{\max} \\ D &= \text{mín}(f s_i - C) \\ f s'_i &= \frac{f s_i - C}{D} \\ 0 &\leq f s'_i \leq 1 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

La selección de los individuos es realizada mediante tiros aleatorios entre 0 y 1; que son comparados con los valores acumulados de probabilidad. A los individuos seleccionados se les aplican los procesos posteriores de cruzamiento y mutación.

B.3.3 Cruzamiento

El cruzamiento es el proceso mediante el cual se construyen los nuevos individuos a partir de los seleccionados. El número máximo de parejas a cruzar es de un cuarto de la

población. En este trabajo se adopta un cruzamiento de tipo Single Point con dos puntos de corte [13]. Se eligen aleatoriamente dos puntos en el vector que conforma el individuo, de ese modo el vector queda dividido en tres partes. Luego se intercalan las partes de vectores, formándose dos individuos nuevos, como se esquematiza en la figura B.2.

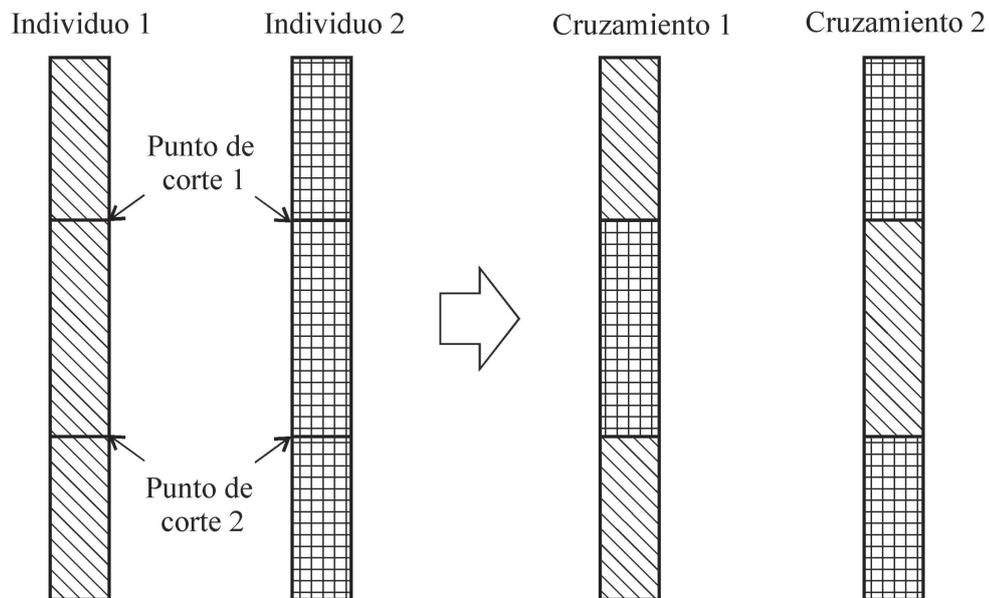


Figura B.2: Esquema explicativo del mecanismo de cruzamiento de los individuos .

B.3.4 Mutación

El objetivo del proceso de mutación es evitar que el algoritmo quede atrapado en óptimos locales. Esto se logra modificando alguna característica de un individuo afectado a la mutación. El valor de probabilidad de mutación de los individuos debe ser seleccionado con cuidado, un valor elevado, superior a 0,05, puede transformar al algoritmo en una búsqueda aleatoria [129]. El valor de probabilidad adoptado es 0,02.

En las primeras iteraciones el espacio de búsqueda es explorado intensamente, ya que la población tiende a conservar parte de características iniciales. Sin embargo, luego de un cierto número de generaciones se produce un rápido estancamiento, ya que la población es copada por copias de los mejores individuos. Por ello se adopta una función de probabilidad de mutación, según la ecuación B.9, que incrementa el valor de la probabilidad de mutación a lo largo de la corrida [93]. Cuando el algoritmo alcanza la iteración $maxmut$,

la probabilidad de mutación toma su valor total $probmut$.

$$pmut_{igen} = \left[0, 1 + 0, 9 \times \sin \left(\frac{\pi \times igen}{2 \times maxmut} \right) \right] \times probmut \quad (B.9)$$

El tipo de mutación adoptado es de Step Mutation. Se selecciona un elemento del individuo que es modificado hasta un 50% de su valor, ya sea disminuído o incrementado.

B.4 Resultados numéricos

Con el fin de efectuar una comparación con datos de la bibliografía [110], se modeló el talud de tierra analizado y se compararon resultados. En la tabla B.2 se muestran los datos del ejemplo corrido.

Longitud del talud [m]	8,00
Nivel aguas arriba[m]	7,00
Nivel aguas abajo [m]	2,00
Permeabilidad [m/s]	0,001

Tabla B.1: Valores del ejemplo corrido.

Tamaño de la población	$popsiz$	100
Número de generaciones	$numgen$	1000
Probabilidad de mutación	$probmut$	0,02
Generación con máxima probabilidad de mutación	$maxmut$	500

Tabla B.2: Valores del ejemplo corrido.

En la figura B.3 se observan los individuos para distintas corridas del código de AG y la solución obtenida por Smith y Griffiths [110].

En la Fig. B.4 se observa la evolución de los valores de la función de costo a lo largo de la corrida. La línea continua representa el valor del mejor individuo, y las cruces la evolución de la media de la población. Se evaluó el ejemplo para un gran número de generaciones (1000), a pesar de ello se observa que el algoritmo converge dentro de las 100 iteraciones.

Para obtener los resultados de la Fig. B.4 se utilizó una probabilidad de mutación de 0,02. En la Fig. B.5 se observa la evolución de los valores para una probabilidad de

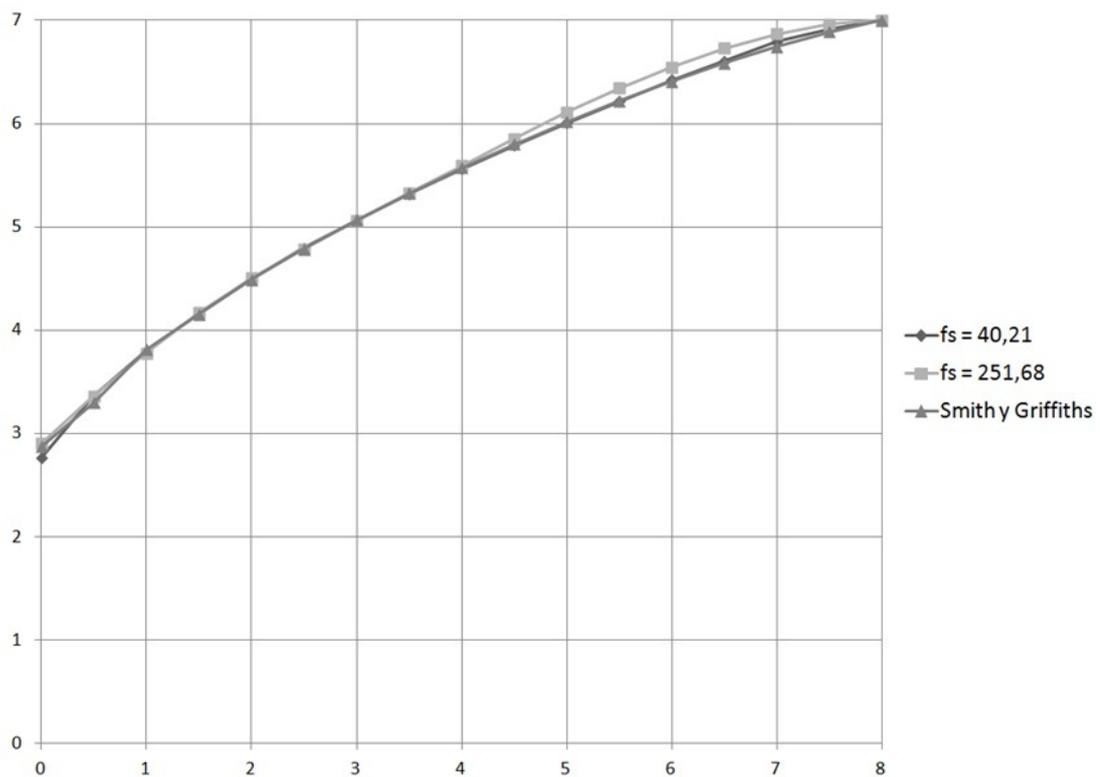


Figura B.3: Solución para 100 iteraciones ($fs = 251,68$), 1000 iteraciones ($fs = 40,21$) y valor obtenido de la bibliografía ($fs = 22,57$) [110]

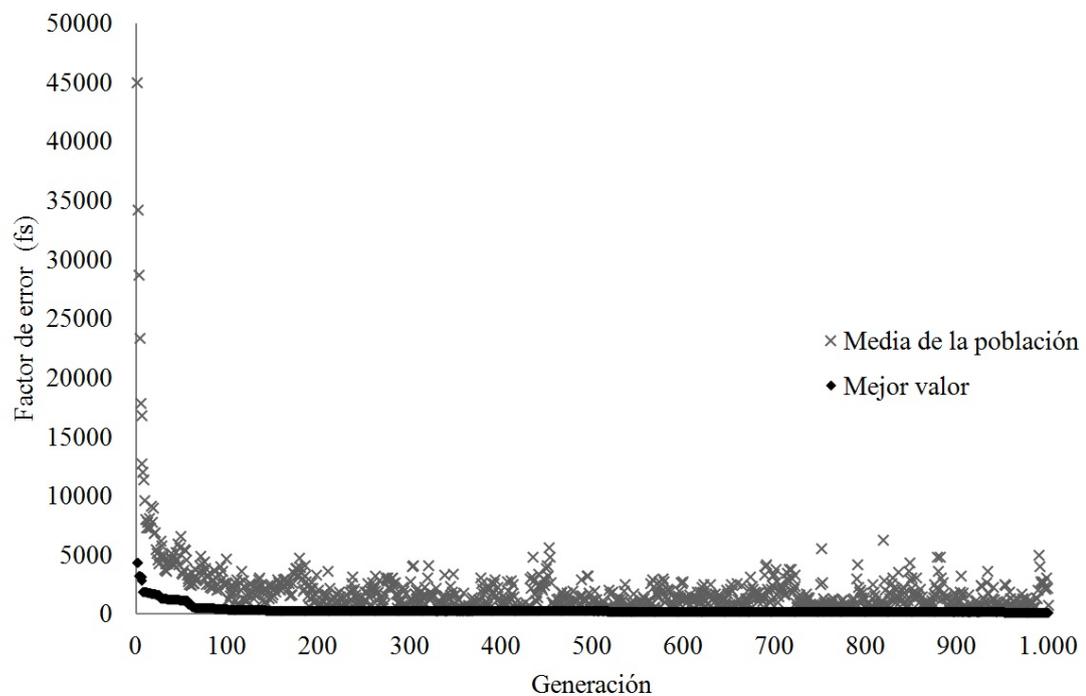


Figura B.4: Evolución de la población para una probabilidad de mutación de 0,02.

mutación de 0,05. Se destaca cómo la mutación aumenta la dispersión de los valores de la media. Se observa en ambas figuras la rápida convergencia del método, por lo que no es necesario aumentar la probabilidad de mutación.

En la Fig. [B.6](#) se grafica la malla de elementos finitos, y en la Fig. [B.7](#), las líneas equipotenciales para esa superficie libre que es el individuo obtenido luego de 1000 iteraciones.

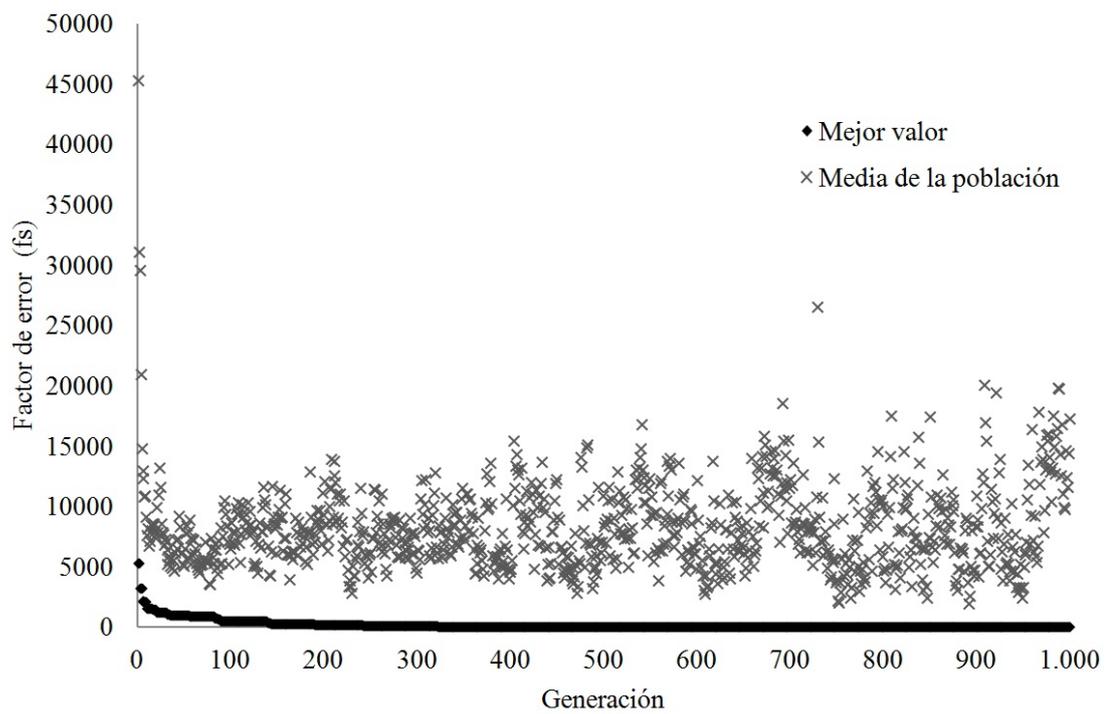


Figura B.5: Evolución de la población para una probabilidad de mutación de 0,05.

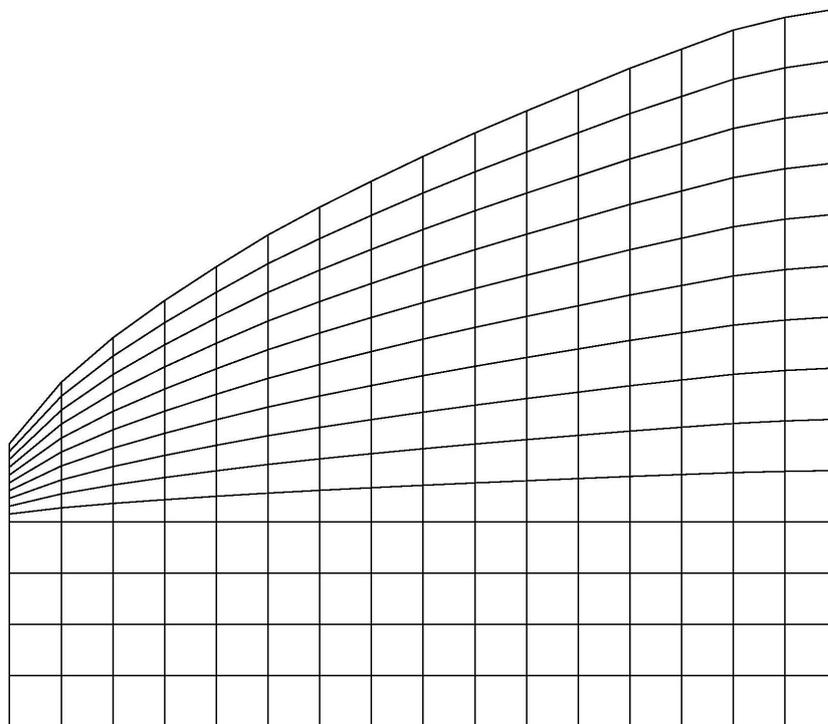


Figura B.6: Malla de elementos finitos del mejor individuo de la población (1000 generaciones)

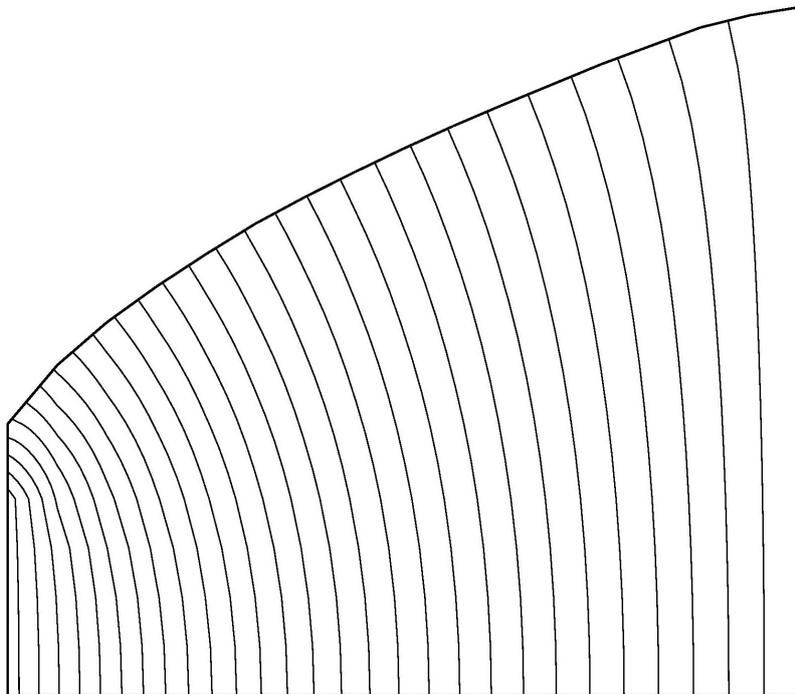


Figura B.7: Líneas equipotenciales obtenidas con la malla de elementos finitos (1000 generaciones)

APÉNDICE C

Conclusiones

C.1 Conclusiones

A partir del análisis del comportamiento físico y la interacción entre fases componentes de una masa de suelo, se presentó una formulación general para modelar matemáticamente el proceso de consolidación de suelos no saturados con presencia de poluentes. Las ecuaciones que rigen, en términos de desplazamientos y presiones de fluido, dan como resultado un sistema no lineal, acoplado, de ecuaciones diferenciales parciales

Al incorporar la tasa de succión dentro del marco matemático, se indujo al sistema de ecuaciones una fuerte no linealidad, como un efecto de acoplamiento que involucra al grado de saturación y a las principales variables, ésta es una característica de suma importancia porque revela el papel crucial de la variación de la saturación en el modelado. En el caso isotérmico, la pérdida de la simetría se debe exclusivamente a este hecho.

Dentro de estas consideraciones, la importancia del efecto de acoplamiento puede ser evaluada a través del análisis de las curvas características del suelo y sus derivadas [35], pudiendo definirse la utilización de un sistema general no simétrico más complejo, o uno simétrico más simple de implementar, con una predicción precisa de la deformación y las presiones de poros. Los valores obtenidos mediante esta reducción coinciden exactamente con los obtenidos por Khalili y Khabbaz [66] y Beneyto et. al. [15].

Este cambio de formulación se puede llevar a cabo de manera muy sencilla, solamente con la consideración apropiada de los coeficientes del sistema de ecuaciones discretas. Asimismo, debido a que fue desarrollado a partir de casos más simples, permite su generalización a casos más complejos con mayor número de fases de fluido. En futuros trabajos, sería interesante incorporar una técnica de descomposición por subdominios que permita manejar las formulaciones simétricas y no simétricas de manera simultánea.

Además se desarrolló un método de obtención de la superficie crítica en taludes de suelos cohesivos por tanteos sucesivos y otro utilizando la versión adaptada de un método de optimización heurística basada en algoritmos genéticos, comparándose los resultados obtenidos. Cabe destacar que este último genera superficies no circulares, sin embargo los procesos posteriores llevan a que la superficie crítica se ajuste a un círculo con un error cuadrático medio del 1,85 %, siendo esto concordante con el comportamiento propio de los suelos netamente cohesivos.

El factor de seguridad obtenido por el método por tanteos es un 10,5 % mayor al obtenido por el método de los AG, ya que su obtención está restringida al paso elegido para la confección de la grilla por lo que se recomienda el uso del método de optimización por Algoritmos Genéticos para la obtención de la superficie de falla en suelos cohesivos.

Se presentaron los resultados obtenidos, planteando con este trabajo la metodología a seguir para avanzar en la resolución del problema de estabilidad en taludes utilizando el método de los elementos finitos y verificando su funcionamiento para diferentes condiciones de humedad del suelo.

Asimismo, se desarrolló un método para obtener la superficie libre para filtración en taludes de suelo, para ello se utilizó el método de los elementos finitos y un proceso de optimización heurística basado en el método de los algoritmos genéticos, pudiendo modelarse estructuras de suelo rectangulares o inclinadas y considerar además la misma compuesta por diferentes tipos de suelo.

Para el método de los elementos finitos se desarrolló un código en lenguaje Fortran, el cual utiliza elementos cuadriláteros lineales de cuatro nodos para modelar la estructura de suelo y para resolver la ecuación de Laplace que gobierna el problema, además, como

se ingresan diferentes superficies libres, se incorpora un generador de malla estructurada.

El método de los Algoritmos Genéticos fue adaptado para poder ser utilizado con éxito, teniendo en cuenta los diferentes detalles expuestos anteriormente, y siguiendo el pseudocódigo elemental.

Finalmente se compararon resultados obtenidos con ejemplos existentes en la bibliografía, obteniendo una importante mejora, tanto en resultados como en posibilidad de modelar ejemplos más complejos.

Bibliografía

- [1] R. K. Abu Al-Rub, G. Z. Voyiadjis, and D. J. Bammann. A thermodynamic based higher-order gradient theory for size dependent plasticity. *Int. J. Solids Struct.*, 44(9):2888–2923, 2007.
- [2] Z. Ai, Y. Cheng, W. Zeng, and C. Wu. 3-d consolidation of multilayered porous medium with anisotropic permeability and compressible pore fluid. *Meccanica*, 48(2):491–499, 2013.
- [3] E.E. Alonso, A. Lloret, J. Delahaye, A. Gens, and G. Volckaert. Coupled analysis of backfill hydration test. *International Journal for numerical and analytical methods in Geomechanics*, 22:1–27, 1998.
- [4] J.M. Anderson, T.M. Sayers, and M.G.H. Bell. Optimization of a fuzzy logic signal controller by a multiobjective genetic algorithm. *Proceedings of the 9th International Conference on Road Transport Information and Control*, pages 186–190, 1998.
- [5] J. Andersson, P. Krus, and D. Wallace. Multi-objective optimization of hydraulic actuator systems. *Proceedings of the 2000 ASME Design Automation Conference*, 2000.
- [6] F. Arega and E. Hayter. Coupled consolidation and contaminant transport model for simulating migration of contaminants through the sediment and a cap. *Appl. Math. Model.*, 32(11):2413–2428, 2008.
- [7] R. Baker. Determination of the critical slip surface in slope stability computations. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 4:333–359, 1980.

- [8] R. Baker and M. Gaber. Variational approach to slope stability. *Proceedings of the 9th International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 2:9–12, 1977.
- [9] R. Baker and M. Gaber. Theoretical analysis of the stability of slopes. *Geotechnique*, 28:341–395, 1978.
- [10] R. Balling and S. Wilson. The maximum fitness function for multi-objective evolutionary computation: application to city planning. *GECCO-2001*, pages 1079–1084, 2001.
- [11] J.P. Bardet and Kapuskar M.M. A simplex analysis of slope stability. *Comput Geotech*, 8:329–348, 1989.
- [12] K. J. Bathe and M. R. Khoshgoftaar. Finite element free surface seepage analysis without mesh iteration. *International Journal for numerical method in Geomechanics*, 3:13–22, 1979.
- [13] A. Belegundu and T. Chandrupatla. *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. Prentice Hall, 1999.
- [14] P. A. Beneyto. *Numerical simulation analysis of regional partially saturated soil consolidation using the finite element method (in Spanish)*. Thesis of master in sciences of engineering, Northeast National University. Argentina, 2003.
- [15] P.A. Beneyto, H.A. Di Rado, J.L. Mroginski, and A.M. Awruch. A model for the analysis of consolidation in unsaturated soils based in state combinations (in spanish). *Mecánica Computacional*, 24:515–527, 2005.
- [16] P.A. Beneyto, H.A. Di Rado, J.L. Mroginski, and A.M. Awruch. Sobre el tratamiento matemático de problemas geomecánicos multifásicos. *Mecánica Computacional*, 29:8029–8045, 2010.
- [17] P.A. Beneyto, H.A. Di Rado, J.L. Mroginski, and A.M. Awruch. A versatile mathematical approach for environmental geomechanic modelling based on stress state decomposition. *Applied Mathematical Modelling*, 39:6880–6896, 2015.

- [18] M.A. Biot. General theory of three - dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12:155–164, 1941.
- [19] A.W. Bishop. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Geotechnique*, 5:7–17, 1955.
- [20] P.J. Bolton Hermanus, Heymann G., and A. Groenwold. Global search for critical failure surface in slope stability analysis. *Eng Opt*, 35:51–65, 2003.
- [21] R.H. Brooks and A.T. Corey. Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Papers, Colorado State University*, page 24, 1964.
- [22] T. Celestino and J. Duncan. Simplified search for noncircular slip surface. *Proceedings of the 10th International Conference on SMFE*, pages 391–394, 1981.
- [23] W.F. Chen. Limit analysis and soil plasticity. *USA: Elsevier*, 1975.
- [24] Z. Chen and N.R. Morgenstern. Extension to ethe generalized method of slices for stability analysis. *Can. Geotech. J.*, 20:104–109, 1983.
- [25] Z. Chen and C. Shao. Evaluation of minimum factor of safety in slope stability analysis. *Can. Geotech. J.*, 25:735–748, 1983.
- [26] Z.Y. Chen. Random trails used in determining global minimum factors of safety of slopes. *Can. Geotech. J.*, 25:735–748, 1992.
- [27] Y.M. Cheng. Locations of critical failure surface and some further studies on slope stability analysis. *Comput Geotech.*, 30:255–267, 2003.
- [28] S.E. Cho and S.R. Lee. Instability of unsaturated slopes due to infiltration.
- [29] A. Corey. *The Interrelation Between Gas and Oil Relative Permeabilities*. 1954.
- [30] O. Coussy. *Poromechanics*. John Wiley & Sons., 2004.
- [31] D. Dasgupta, S. Sengupta, K.V. Wong, and N. Nemerow. Two-dimensional time-dependent simulation of contaminant transport from a landfill.

- [32] R. de Borst and J. Pamin. Gradient plasticity in numerical simulation of concrete cracking. *Eur. J. Mech. A-Solid*, 15(2):295–320, 1996.
- [33] J.S. De Natale. Rapid identification of critical slip surface structure. *J. Geotech. Eng.*, 10:1568–1589, 1991.
- [34] R Di Chiara Roupert, G. Chavent, and G. Schäfer. Three-phase compressible flow in porous media: total differential compatible interpolation of relative permeabilities. *J. Comput. Phys.*, 229:4762–4780, 2010.
- [35] H. A. Di Rado, P. A. Beneyto, J. L. Mroginski, and A. M. Awruch. Influence of the saturation-suction relationship in the formulation of non-saturated soils consolidation models. *Math. Comput. Model.*, 49(5-6):1058–1070, 2009.
- [36] H. A. Di Rado, J. L. Mroginski, P. A. Beneyto, and A. M. Awruch. A symmetric constitutive matrix for the nonlinear analysis of hypoelastic solids based on a formulation leading to a non-symmetric stiffness matrix. *Commun. Numer. Meth. Eng.*, 24(11):1079–1092, 2008.
- [37] H.A. Di Rado, A.M. Awruch, and P.A. Beneyto. Consolidation in saturated porous media. implementation and numerical problems. *Computational Mechanics. New Trends and Applications. IACM. Buenos Aires. Argentina.*, 2:1066–1084, 1998.
- [38] G.R. Dodagoudar and G. Venkatachalam. Reliability analysis of finite earth slopes. *Indian Geotech. J.*, 36(4):348–372, 2006.
- [39] W. Ehlers and P. Blome. A triphasic model for unsaturated soil based on the theory of porous media. *Math. Comput. Model.*, 37:507–513, 2003.
- [40] C. R. Faust. Transport of immiscible fluids within and below the unsaturated zone: a numerical model. *Water Resources Research*, 21(4):587–596, 1985.
- [41] W. Fellenius. Calculation of the stability of earth dams. *Proceedings of the Second Congress on Large Dams*, 4:445–463, 1936.
- [42] C. W. Fetter. *Applied Hydrogeology*. 1994.

- [43] P. Fleming and R.C. Purshouse. Evolutionary algorithms in control systems engineering: a survey. *Control Eng. Pract.*, 10:1223–1241, 2002.
- [44] D. G. Fredlund and A. Xing. Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31:521–532, 1994.
- [45] D.G. Fredlund and J. Krahn. Comparison of slope stability method of analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, 14(3):429–439, 1977.
- [46] D.G. Fredlund and Morgenstern N.R. Stress state variables for unsaturated soils. *ASCE J. Geotech. Eng. Div.*, 103:447–466, 1977.
- [47] D.G. Fredlund and H. Rahardjo. *Soils Mechanics for unsaturated soils*. Wiley & Sons Inc., 1993.
- [48] D.G. Fredlund, H. Rahardjo, and M.D. Fredlund. *Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice*. Wiley & Sons Inc., 2012.
- [49] D.G. Fredlund and R.E.G. Scoular. Using limit equilibrium concepts in finite element slope stability analysis. *International Symposium on Slope Stability Engineering*, pages 31–47, 1999.
- [50] U.A. Ganeshwadi and G.R. Dodagoudar. Reliability analysis of piled raft foundation. *Indian Geotech. J.*, 36(2):69–85, 2006.
- [51] J. Ghaboussi and K. Kim. Quasistatic and dynamic analysis of saturated and partially saturated soils. *Mechanics of Engineering Materials*, 14:277–296, 1984.
- [52] C.J. Giasi, P. Masi, and C. Cherubini. Probabilistic and fuzzy reliability analysis of a sample slope near aliano. *Eng. Geol.*, 67(3):391–402, 2003.
- [53] D.E. Goldberg. *Genetic Algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley, 1989.
- [54] L. Graziano and R. Lancellotta. A constitutive equation for the porosity field. *Mathematical and Computer Modelling*, 38(10):1067–1073, 2003.

- [55] V.R. Greco. Efficient monte carlo technique for locating critical slip surface. *J. Geotech. Eng. ASCE*, 122(7):517–525, 1996.
- [56] S. M. Hassanizadeh and W. G. Gray. General conservation equation for multiphase systems: 1, averaging procedures. *Adv. Water Resour.*, 2:131–144, 1979.
- [57] S. M. Hassanizadeh and W. G. Gray. General conservation equation for multiphase systems: 3, constitutive theory for porous media flow. *Adv. Water Resour.*, 3:25–40, 1980.
- [58] P.J. Hicks Jr and A.S. Grader. Simulation of three-phase displacement experiment. *Transport Porous Med.*, 24:221–245, 1996.
- [59] D. Hillel. *Fuandamental of soil physics*.
- [60] M.A.I. Husein, W.F. Hassen, and S.K. Sarma. A global search method for locating general slip surface using monte carlo techniques. *J. Geotech. Geoenviron. Eng. ASCE*, 8:688–698, 2001.
- [61] Mauro S. Innocente. *Development and testing of a Particle Swarm Optimizer to handle hard unconstrained and constrained problems*. Phd thesis, civil and computational engineering centre, College of Engineering, Swansea University, Swansea, United Kingdom, 2010.
- [62] J. N. Israelachvili. *Intermolecular and Surface Forces*. 2nd ed., Academic press, 1991.
- [63] R. Janbu, L. Bjerrum, and B. Kjaernsli. Stabilitetsberegning for fyllinger skjaeringer og naturlige skraninger. *Norwegian Geotechnical Publication No. 16*, 1956.
- [64] R. Juanes and T. W. Patzek. Relative permeabilities for strictly hyperbolic models of three-phase flow in porous media. *Transport Porous Med.*, 57:125–152, 2004.
- [65] K.S. Kahatadeniya, P. Nanakorn, and K.M. Neaupane. Determination of the critical failure surface for slope stability analysis using ant colony optimization. 108:133–141, 2009.

- [66] N. Khalili and M. H. Khabbaz. On the theory of three-dimensional consolidation in unsaturated soils. In E.E. Alonso and P. Delage, editors, *First International Conference on Unsaturated Soils - UNSAT'95.*, pages 745–750, 1995.
- [67] A.R. Khoei and R. Haghghat. Extended finite element modeling of deformable porous media and finite element solutions. *Appl. Math. Model.*, 35:5426–5441, 2011.
- [68] J. Kim, R. Salgado, and H. Yu. Limit analysis of soil slopes subjected to pore-water pressures. *J. Geotech. Geoenv. Engrg. ASCE*, 125:49–58, 1999.
- [69] G. Klubertanz, F. Bouchelaghem, L. Laloui, and L. Vulliet. Miscible and immiscible multiphase flow in deformable porous media. *Mathematical and Computer Modelling*, 37:571–582, 2003.
- [70] F.H. Kulhawy. Finite element analysis of the behavior of embankments. *Ph.D. Thesis- Univ. of California*, 1, 1969.
- [71] J. Kyklema. *Fundamentals of interface and colloid Science, Volume III, Liquid-Fluid Interface*. Academic, New York, 2000.
- [72] T.W. Lambe and R.V. Whitman. *Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, 1979.
- [73] R.J. Lenhard and J.C. Parker. A model for hysteretic constitutive relations governing multiphase flow: 2. permeability-saturation relations. *Water Resources Research*, 23(12):2197–2206, 1987.
- [74] R.W. Lewis and B.A. Schrefler. *The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media*. John Wiley & Sons, 1987.
- [75] R.W. Lewis and B.A. Schrefler. *The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media*. John Wiley & Sons, 1998.
- [76] G. G. Li and C. S. Desai. Stress and seepage analysis of earth dams. *Journal of Geotechnical Engineering Div. (ASCE)*, 109:946–960, 1983.
- [77] K.S. Li and R. White. Rapid evaluation of the critical slip surface in slope stability analysis. *Report 9 Australian Defence Force Army*, 1986.

- [78] K.S. Li and R. White. Rapid evaluation of the critical slip surface in slope stability problems. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 11:449–473, 1987.
- [79] X. Li and O. C. Zienkiewicz. Multiphase flow in deforming porous media and finite element solutions. *Comput. Struct.*, 45:211–227, 1992.
- [80] Xikui Li and O.C. Zienkiewicz. Multiphase flow in deforming porous media and finite element solutions. *Computers & Structures*, 45(2):211–227, 1992.
- [81] N. Lu, A. Wayllace, J. Carrera, and W.J. Likos. Constant flow method for concurrently measuring soil-water characteristic curve and hydraulic conductivity function. *Geotechnical Testing Journal*, 29(3):230–241, 2006.
- [82] A. Luceno and E. Castillo. Evaluation of variational methods in slope analysis. *Proceedings of the 1st International Symposium on Landslides*, 1:255–258, 1980.
- [83] M. L. Maslia. *Numerical modeling analysis of saturated-unsaturated fluid flow through porous media*. M. sc. thesis, Georgia Inst. of Technology, 1980.
- [84] I. Masters, W.K.S. Pao, and R. Lewis. Coupling temperature to a double porosity model of deformable porous media. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 49:421–438, 2000.
- [85] V.S. Mathada, G. Venkatachalam, and A. Srividya. Slope stability assessment—a comparison of probabilistic, possibilistic and hybrid approaches. *Int. J. Performability Eng.*, 3(2):11–21, 2007.
- [86] P. McCombie and P. Wilkinson. The use of the simple genetic algorithm in finding the critical factor of safety in slope stability analysis.
- [87] N. R. Morgenstern. The evaluation of slope stability - a 25 year perspective. *Stability and performance of slopes and embankments*, 31, 1992.
- [88] N. R. Morgenstern and V. E. Price. The analysis of the stability of general slip surfaces. *Geotechnique*, 15:70–93, 1965.

- [89] J. L. Mroginski, H. A. Di Rado, P. A. Beneyto, and A. M. Awruch. A finite element approach for multiphase fluid flow in porous media. *Math. Comput. Simul.*, 81:76–91, 2010.
- [90] J. L. Mroginski and G. Etse. Discontinuous bifurcation analysis in thermodynamically consistent gradient poroplastic materials. *Int. J. Solids Struct.*, submitted, 2013.
- [91] J. L. Mroginski, G. Etse, and S. M. Vrech. A thermodynamical gradient theory for deformation and strain localization of porous media. *Int. J. Plasticity*, 27:620–634, 2011.
- [92] J.L. Mroginski, H. A. Di Rado, P.A. Beneyto, and A.M. Awruch. Pollutant transport modelling in partially saturated deformable porous media. *Mecánica Computacional*, pages 3614–3631, 2007.
- [93] J.L. Mroginski, G.J. Gutierrez, P.A. Beneyto, and H. A. Di Rado. Optimización topológica de sistemas estructurales bidimensionales discretos mediante algoritmos genéticos. *Mecánica Computacional*, pages 2657–2674, 2009.
- [94] V.U. Nguyen. Determination of critical slope failure surfaces. *J. Geotech. Eng. ASCE*, 111(2):238–250, 1985.
- [95] A. Noaman and El-Khatib. The relative permeabilities of an idealized model of two-phase flow in porous media.
- [96] J.C. Parker and R.J. Lenhard. A model for hysteretic constructive relations governing multiphase flow: 1. saturation-pressure relations. *Water Resources Research*, 23(12):2187–96, 1987.
- [97] C. Polizzotto. Thermodynamics-based gradient plasticity theories with an application to interface models. *Int. J. Solids Struct.*, 45(17):4820–4834, 2008.
- [98] A.J. Puppala, K. Punthutaecha, and S.K. Vanapalli. Soil-water characteristic curves of stabilized expansive soils. *Journal Of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering (ASCE)*, 132(6):736–751, 2006.

- [99] H. Rahardjo and E.C. Leong. Soil-water characteristic curve and flux boundary problems.
- [100] S. Ramaswamy and N. Aravas. Finite element implementation of gradient plasticity models part I: Gradient-dependent yield functions. *Comput. Meth. Appl. Mech.*, 163(1-4):11–32, 1998.
- [101] P.M. Reed and B.S. Minsker. Discovery and negotiation using multiobjective genetic algorithms: a case study in groundwater monitoring design. *Proceedings of Hydroinformatics*, 2002.
- [102] C. Rouhiainen and M.O. Tade. Genetic algorithms for optimal scheduling of chlorine dosing in water distribution systems. *Proceedings of the 20th Convention of the Australian Water Association*, pages 6–10, 2003.
- [103] P. Royer and C. Boutin. Time analysis of the three characteristic behaviours of dual-porosity media. i: fluid flow and solute transport. *Transp. Porous Media*, pages 603–626, 2012.
- [104] E. Rubio, J.W. Hall, and M.G. Anderson. Uncertainty analysis in a slope hydrology and stability model using probabilistic and imprecise information. *Comput. Geotech.*, 31:529–536, 2004.
- [105] B. Sahoo and D. Mailly. Damage assessment of structures using hybrid neuro-genetic algorithm. *J. Appl. Soft Comput.*, 7(1):89–104, 2007.
- [106] S. Sato, K. Otori, A. Takizawa, H. Sakai, Y. Ando, and H. Kawamura. Applying genetic algorithms to the optimum design of a concert hall. *J. Sound Vib.*, 258(3):517–526, 2002.
- [107] R. Schiava and G. Etse. Formulación constitutiva y validación numérica del comportamiento mecánico de suelos no saturados.
- [108] B.A. Schrefler. Computer modelling in environmental geomechanics. *Computers & Structures*, 79:2209–2223, 2001.

- [109] O. Shigeru. Pareto solutions of multipoints design of supersonic wings using evolutionary algorithms. *Adaptive Computing in Design and Manufacture*, pages 3–15, 2002.
- [110] I. M. Smith and D. V. Griffiths. *Programming the Finite Element Method*. John Wiley & Sons, 2004.
- [111] E. Spencer. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. *Geotechnique*, 17:11–26, 1967.
- [112] H.L. Stone. Probability model for estimating three-phase relative permeability. *Trans. SPE AIME*, 249(1):214–218, 1970.
- [113] H.L. Stone. Estimation of three-phase relative permeability and residual oil data. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 12(4):53–61, 1973.
- [114] F. Su, F. Larsson, and K. Runesson. Computational homogenization of coupled consolidation problems in micro-heterogeneous porous media. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 88(11):1198–1218, 2011.
- [115] D.A. Sun, H. Matsouka, H.B. Cui, and Y.F. Xu. Three dimensional elastoplastic model for unsaturated compacted soils with different initial densities. *Int J Numer Anal Meth Geomech*, 27:1079–1098, 2003.
- [116] D.W. Taylor. Stability of earth slopes. *Journal of the Boston Society of Civil Engineers*, 24(3):197–247, 1937.
- [117] K. Terzaghi. *Theoretical Soil Mechanics*. Wiley, New York, 1943.
- [118] D.C. Tobutt. Monte carlo simulation methods for slope stability. *Computers and Geosciences*, 8(2):199–208, 1982.
- [119] R.M. Townsend and S.A. Rice. Molecular dynamic studies of the liquid-vapour interface of water. *Journal of Chemical Physics*, 94(3):2207–2218, 1991.
- [120] I. Tsaparas, H. Rahardjo, D.G. Toll, and E.C. Leong. Controlling parameters for rainfall induced landslides.

- [121] M. Vakil-Baghmisheh, P. Mansour, M.H. Sadeghi, and M.M. Ettefagh. Crack detection in a beam-like structures using genetic algorithms. *J. Appl. Soft Comput.*, 8(2):1150–1160, 2008.
- [122] M. I. J. Van Dijke, S. R. Mcdougall, and K. S. Sorbie. Three-phase capillary pressure and relative permeability relationships in mixed-wet systems. *Transport Porous Med.*, 44:1–32, 2001.
- [123] S. Vrech and G. Etse. FE approach for thermodynamically consistent gradient-dependent plasticity. *Latin Am. Appl. Res.*, 37:127–132, 2007.
- [124] S. M. Vrech and G. Etse. Gradient and fracture energy-based plasticity theory for quasi-brittle materials like concrete. *Comput. Meth. Appl. Mech.*, 199(1-4):136–147, 2009.
- [125] Y. Wang, Z. Cao, and S. Au. Efficient monte carlo simulation of parameter sensitivity in probabilistic slope stability analysis.
- [126] Y. H. Wang and D. G. Fredlund. Towards a better understanding of the role of the contractile skin.
- [127] X. Xue, W. Zhang, and X. Yang. A damage mechanics model for porous media. *Geotech. Geol. Eng.*, 31(2):817–825, 2013.
- [128] D.Q. Yang, H. Rahardjo, E.C. Leong, and V. Choa. Coupled model for heat, moisture, air flow and deformation problems in unsaturated soils. *Journal of engineering mechanics*, 124:1331–1338, 1998.
- [129] Y. Zhang, M. Sakamoto, and H. Furutani. Effects of population size and mutation rate on results of genetic algorithm. In *Proceedings - 4th International Conference on Natural Computation, ICNC*, pages 70–75, 2008.
- [130] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *The finite element method*, volume I. McGraw Hill, 1989.

- [131] A.R. Zolfaghari, A.C. Heath, and P.F. McCombie. Simple genetic algorithm search for critical non circular failure surface in slope stability analysis. *Computers and Geotechnics*, 32:139,152, 2005.