

*Universidad Nacional del Nordeste*

*Facultad de Ingeniería*

Carrera:

**Doctorado de la Universidad Nacional del Nordeste en el Área de la Ingeniería**



**Desarrollo de una herramienta de simulación de  
conducción de automóviles todo terreno para análisis de  
carreteras y seguridad vial**

**T E S I S**

Para obtener el título de:

**Doctor de la Universidad Nacional del Nordeste en el Área de la Ingeniería**

Presenta:

**Ing. Gustavo Rubén Di Rado**

Director de tesis:

**Prof. Dr. Daniel Sergio Presta García**

Resistencia, Chaco Argentina

2016

**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DOCTORADO EN EL ÁREA DE INGENIERÍA**

Gustavo Rubén Di Rado

**DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA DE  
SIMULACIÓN DE CONDUCCIÓN DE  
AUTOMÓVILES TODO TERRENO PARA  
ANÁLISIS DE CARRETERAS Y SEGURIDAD  
VIAL**

Resistencia

2016

Gustavo Rubén Di Rado

**DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA DE SIMULACIÓN DE CONDUCCIÓN  
DE AUTOMÓVILES TODO TERRENO PARA ANÁLISIS DE CARRETERAS Y  
SEGURIDAD VIAL**

Tesis propuesta como cumplimiento parcial de  
los requisitos para el doctorado en Ingeniería  
de la UNNE Universidad Nacional del  
Nordeste

Orientador: Daniel Sergio Presta García. Dr.

Resistencia

2016

Gustavo Rubén Di Rado

**Desarrollo de una Herramienta de Simulación de Conducción de Automóviles Todo Terreno Para Análisis de Carreteras y Seguridad Vial**

Esta tesis se juzgó adecuada para la obtención del título de Doctor en Ingeniería de la UNNE en la modalidad académica y aprobada en su formato final por el Director y el jurado designado por la comisión de Postgrado de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste.

---

Prof. Daniel Sergio Presta García, *Dr.*  
Orientador UFRGS

**Banca Examinadora:**

Profesor Inácio Benbegnu Morsh, *Dr.* (UFRGS)

Profesor Fabio Gonçalves Teixeira, *Dr.* (UFRGS)

Profesor Adrián Wittwer, *Dr.* (UNNE)

Dedicatoria

A mis padres, que aunque ya no están conmigo, siguen guiándome.

A Claudia, mi esposa, que es luz en la oscuridad.  
A Máximo, mi querido hijo, que vino al mundo a traerme la felicidad eterna.  
A mi hermano que siempre me ayudó y alentó a conseguir este objetivo.

## AGRADECIMENTOS

A mi director y amigo por sobre todo, Prof. Daniel Sergio Presta García, Dr., por la entrega, confianza, tiempo, asistencia y muchas otras virtudes. Muchas Gracias.

Al director de la carrera de Doctorado de la UNNE, Prof. Armando Miguel Awruch, Dr., por darme su valioso tiempo y el impulso inicial para emprender este camino.

Al sub - director de la carrera de Doctorado de la UNNE, Prof. Héctor Ariel Di Rado, Dr., por su permanente ayuda y consejos.

Al Prof., Aníbal García, Ing, por brindarme material de gran utilidad para mi trabajo.

A la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Nordeste por el soporte en el desarrollo del trabajo.

A la Faculdade de engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, Brasil, por recibirme siempre con gran amabilidad y satisfacer todos mis requerimientos.

A mi familia, por el apoyo incondicional y por darme un motivo gigante para seguir adelante. En realidad no tengo palabras para describirlo. GRACIAS.

Finalmente, a Dios, por las alegrías y las tristezas, por las victorias y derrotas. Porque siempre me cargó en sus brazos en los momentos difíciles, y lo sigue haciendo. Porque siempre me dio más de lo que esperaba. Porque nunca se olvidó de mí, ni de mi familia. Por muchas cosas más...GRACIAS. A la vida, mi agradecimiento.

## RESUMEN

La vía, el vehículo y el conductor, son los principales componentes de la estructura vial, y la seguridad vial depende de la interacción entre ellos. El objetivo del ingeniero de tránsito, es conseguir que esta relación sea lo más armoniosa posible, logrando así, disminuir considerablemente los siniestros viales. Los elementos utilizados en el proyecto de una carretera, representan el primer paso para lograr este objetivo. El diseño geométrico y la señalización vial, deben colaborar con una conducción confortable y fluida, evitando maniobras bruscas o que el conductor no pueda prever con suficiente anticipación. Es evidente, que la traza horizontal en territorios mayormente llanos, debe contener elementos que favorezcan que el conductor se mantenga alerta, esto es por ejemplo, reemplazar grandes alineamientos (superiores a 2 km), por curvas amplias de grandes radios (2000 a 10000 m) que obliguen al conductor a modificar suavemente su dirección y mantengan despierta su atención. Por otro lado, en territorios ondulados y montañosos, deben respetarse los valores de tangentes máxima (2 km) y mínima ( $4 \times V$  (kph) expresada en metros) entre curvas, para evitar principalmente una muy amplia variación de velocidades en el trayecto. En este sentido el análisis de la consistencia geométrica es una herramienta que permite identificar el patrón de uso de las carreteras, a través de modelos de estimativa de velocidad operacional y criterios de clasificación. Esto puede realizarse para carreteras en proyecto o ya construidas. El procedimiento de medición de velocidades, debe ser concretado in situ, con equipamiento específico costoso, gran trabajo de elaboración y peligrosidad fáctica. El uso de un simulador de conducción de vehículos, aparece como una herramienta complementaria esencial, que permite, a bajo costo y en condiciones seguras de laboratorio, recorrer virtualmente tramos de carreteras generados en entornos 3D. Este proceso realizado por diferentes personas con diferentes características, y utilizando vehículos con diferentes capacidades, permite evaluar los tramos modelados con gran precisión. En la presente tesis se plantea el desarrollo y validación de una herramienta de simulación de conducción de automóviles para estudios de seguridad vial en carreteras. Se lograron obtener perfiles de velocidades, aceleraciones, tiempos de recorrido, comportamientos conductivos, trayectorias, y todos los parámetros relacionados con el desplazamiento del vehículo.

Palabras-clave: simulador de conducción, verificación geométrica de carreteras, consistencia geométrica, seguridad vial.



## **ABSTRACT**

*The highway, the vehicle and the driver are the main agents of a traffic system, and traffic safety is determined by their interaction. The main objective of a traffic engineer is to achieve that this relationship be as good as possible, thus, accomplish reduction of road accidents. The elements used in a road design, are the first step to get this objective. The geometric design and traffic signals must promote a comfortable and fluid driving, thus avoiding abrupt maneuvers not provided by the driver. It is evident that horizontal alignment in flat territories, must have enough elements to help the driver to be awake, i. e. replace long alignment (more than 2 km), by wide curves, with big radii (2000 to 10000 mts), to oblige the driver to gently modify the trajectory and keep his attention. On the other hand, in territories with hills and mountains, it must be accomplished the maximum alignment length (2 km), and minimum alignment length ( $4 \times V$  (km/h) expressed in meters) between curves, to mainly avoid a wide oscillation of velocities in the trajectory. In this sense, geometric consistency analysis allows identifying the use pattern of roads through operational speed estimate models and classification criteria. This may be performed in projects or in built roads. The velocities measurement procedure must be done in situ, with expensive specific equipment, great execution work, and actual danger. The use of a driving simulator appears as an essential complementary tool, that allows, at low cost, and in lab safety conditions, go around road segments generated in 3D environment. This process performed by different persons with different vehicles, allows a precise evaluation of the modeling segments. In this thesis, a driving simulator for road safety studies was developed and tested. Velocity and acceleration profiles, travel times, driver behaviors, trajectories and other parameters related to vehicle displacement were obtained.*

*Keywords: driving simulator, geometric verifying of roads, highway design consistency, highway safety.*

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Sistema de coordenadas universal.....	28
Figura 2.2 Sistema de coordenadas de Objeto.....	28
Figura 2.3 Sistema de Coordenadas Inercial .....	29
Figura 2.4 Sistema de Coordenadas de la Cámara .....	31
Figura 2.4 Representación del rayo .....	33
Figura 2.5 Representación del plano .....	33
Figura 2.6 Cara triangular.....	34
Figura 2.7 Puntos en coordenadas baricéntricas.....	35
Figura 2.8 Cálculo de coordenadas baricéntricas en 3D .....	37
Figura 2.9 Intersección de un rayo y un plano .....	39
Figura 2.10 Base ortogonal rotada.....	40
Figura 2.11 Rotación de un vector.....	41
Figura 2.12 Orientación en forma matricial .....	42
Figura 2.13 Secuencia de rotación en 3D.....	43
Figura 2.14 Sistemas de coordenadas de objeto del vehículo virtual .....	45
Figura 2.15 Posicionamiento del vehículo sobre la malla.....	47
Figura 2.16 Rayos detectores.....	49
Figura 3.1: Estructura de un neumático.....	53
Figura 3.2: a) Neumático Radial – b) Neumático Diagonal.....	54
Figura 3.3: Sistema de Coordenadas del Neumático.....	55
Figura 3.4: Neumático cargado verticalmente.....	57

Figura 3.5: Gráfico de relación fuerza vertical – deformación. (Jazar R., 2008).....	58
Figura 3.6: Distribución de presiones en la huella de contacto. (Genta G., 2006) .....	58
Figura 3.7: Deformaciones del neumático en las diferentes direcciones. (Jazar R., 2008) .....	59
Figura 3.8: Efecto de Histéresis en la carga y descarga de un neumático. (Jazar R. 2008) .....	60
Figura 3.9: Radio efectivo en giro libre.....	62
Figura 3.10: Radio efectivo en tracción.....	64
Figura 3.11: Radio efectivo en frenado .....	65
Figura 3.12: Relación coeficiente de fricción longitudinal – Deslizamiento (Jazar R. 2008)..	67
Figura 3.13: Huella de contacto con aumento de deslizamiento .....	67
Figura 3.14: Surcos del neumático para canalizar el agua .....	69
Figura 4.1: Performance de Potencia y Torque para un motor de combustión interna encendido por chispa .....	71
Figura 4.2: Fuerzas longitudinales consideradas en la simulación.....	75
Fig. 4.3 Freno de motor con liberación de la compresión .....	78
Figura 4.4 Freno de motor con asistencia en la válvula de escape .....	79
Figura 4.5 Efecto de frenado en un motor de gasolina a inyección.....	80
Figura 4.6: Puntos característicos en las curva de potencia y torque .....	81
Figura 4.7: Esquema de fuerzas que desaceleran el vehículo.....	86
Figura 4.8 Tubos de corriente que fluyen sobre automóviles de diferentes formas .....	89
Figura 4.9 Distribución de presiones a lo largo del vehículo .....	91
Figura 4.10 Distribución asimétrica del diagrama de presiones bajo la rueda girando.....	93
Figura 4.11 Momento de Resistencia a la Rodadura .....	93

Figura 4.12 Comparación entre la ecuación analítica y datos experimentales en cubiertas radiales.....	95
Figura 4.13 Resultado del ensayo en banco de prueba de un motor de combustión interna....	97
Figura 4.14 Resultado del ensayo en banco de prueba de un motor de combustión interna....	97
Figura 4.15 Curvas experimentales de la relación torque-rpm en las ruedas y el motor.....	98
Figura 4.16 Modelación de las curvas de torque en cada relación de marcha de la caja de cambios.....	99
Figura 4.17 Superposición de curvas de fuerzas aerodinámica y de rodadura .....	100
Figura 4.18 Vista del simulador desde dentro del vehículo .....	101
Figura 4.19 Vista del simulador desde fuera del vehículo .....	102
Figura 4.20 Diagrama de flujo del modelo de aceleración con límite de tracción .....	103
Figura 4.21 Prueba de aceleración hasta 100 kph experimental.....	105
Figura 4.22 Prueba de aceleración hasta 100 kph simulada .....	106
Figura 4.23: Aceleración limitada en diferentes superficies de rodamiento .....	107
Figura 4.24: Aceleración limitada por la superficie de rodamiento .....	107
Figura 4.25: Velocidad en ripio limitada por la resistencia a la rodadura.....	108
Figura 4.26: Aceleración en ripio y asfalto húmedo .....	108
Figura 4.27: Velocidad - Tiempo en Nieve poco profunda (5 cm) .....	109
Figura 4.28: Aceleración limitada por la baja adherencia en nieve.....	109
Figura 4.29: Velocidad – Espacio recorrido en Nieve poco profunda (5 cm) .....	110
Figura 4.30: Desaceleración en el tiempo sobre asfalto y pendiente cero.....	111
Figura 4.31: Desaceleración en el espacio sobre asfalto y pendiente cero.....	112

Figura 4.32: Desaceleración en el espacio sobre hielo y pendiente cero .....	113
Figura 4.33: Pruebas efectuadas en zona montañosa .....	114
Figura 4.34: Desaceleración en pendiente variando freno de motor y sin freno de motor.....	115
Figura 4.35: Cálculo de distancia de frenado en tiempo real .....	117
Figura 4.36: Diagrama de flujo para proceso de frenado y cálculo de la distancia de frenado .....	118
Figura 4.37: Test Realizado a Renault Clío Mio 1.2 (V) .....	120
Figura 4.38: Curvas de frenado en diferentes condiciones.....	121
Fig. 5.1 Fuerza aplicada al modelo de caucho y deformación .....	123
Fig. 5.2 Movimiento del modelo de caucho deformado.....	124
Fig. 5.3 Deformación del neumático y ampliación de la zona de deslizamiento .....	125
Fig. 5.4 Deformación lateral del neumático y distribución de fuerzas.....	126
Fig. 5.5 Diagrama de fuerza lateral contra ángulo de deriva.....	127
Fig 5.6 Efecto combinado de fuerza longitudinal y lateral.....	128
Fig. 5.7 Elipse de fricción.....	129
Figura 5.8 Curva a baja velocidad .....	132
Figura. 5.9 Modelo simplificado (bicicleta) .....	133
Figura 5.10 Modelo simplificado con ángulos de deriva .....	134
Figura 5.11 Relación del ángulo direccional con la velocidad.....	137
Figura 5.12 Trayectoria según condición geométrica por aplicación de fuerza lateral .....	138
Figura 5.13 Ganancia en rotación.....	140
Figura 5.14 Vehículo transitando una curva con peralte .....	141

Figura 5.15 Curvas experimentales del coeficiente de rigidez lateral.....	144
Figura 5.16 Curvas modificadas.....	146
Figura 5.17 Variación del radio de giro del vehículo sub virado .....	147
Figura 5.18 Variación del ángulo direccional del vehículo sub virado .....	148
Figura 5.19 Variación de la velocidad rotacional.....	148
Figura 5.20 Variación de la aceleración lateral .....	149
Figura 5.21 Modelo simplificado de la variación fuerza lateral – ángulo de deriva.....	150
Figura 5.22 Fuerza lateral resultante del análisis de estabilidad .....	151
Figura 6.1 Precisión del método de Euler.....	153
Figura 6.2 Obtención de la pendiente promedio para aproximación a la solución .....	154
Figura 7.1 Circuito generado para la simulación.....	155
Figura 7.2 Aplicación del simulador .....	156
Figura 7.3 Perfil de velocidades en el tiempo .....	157
Figura 7.4 Perfil de velocidades en el espacio.....	158
Figura 7.5 Perfil de aceleraciones laterales .....	159

**LISTA DE TABLAS**

Tabla 3.1: Valores del coeficiente de fricción longitudinal.....	68
Tabla 4.1 Valor de $\mu_0$ para diferentes superficies.....	95
Tabla 4.2 Comparación aceleración Renault Clío 1.2 16v experimental – simulación.....	105
Tabla 4.3 Comparación en el frenado Renault Clío 1.2 16v experimental – simulación.....	120

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>18</b>
1.1	CONTEXTO .....	18
1.1.1	<b>La seguridad vial:</b> .....	<b>18</b>
1.1.2	<b>Breve Historia de los simuladores de conducción</b> .....	<b>19</b>
1.1.3	<b>El simulador como herramienta vial:</b> .....	<b>20</b>
1.2	JUSTIFICACIÓN Y MOTIVACIÓN .....	22
1.3	OBJETIVOS.....	23
1.3.1	<b>Objetivo principal</b> .....	<b>23</b>
1.3.2	<b>Objetivos específicos</b> .....	<b>23</b>
1.4	LIMITACIONES DEL TRABAJO .....	24
1.5	ESTRUCTURA DEL TRABAJO .....	24
<b>2</b>	<b>GENERACIÓN Y GESTIÓN DEL ESCENARIO VIRTUAL 3D</b> .....	<b>26</b>
2.1	SISTEMAS DE COORDENADAS MÚLTIPLE: .....	27
2.1.1	<b>Sistema de Coordenadas Universal (SCU):</b> .....	<b>27</b>
2.1.2	<b>Sistema de Coordenadas de Objeto (SCO):</b> .....	<b>28</b>
2.1.3	<b>Sistema de Coordenadas Inercial (SCI):</b> .....	<b>29</b>
2.1.4	<b>Sistema de coordenadas de la cámara:</b> .....	<b>30</b>
2.1.5	<b>Sistemas de coordenadas anidados:</b> .....	<b>31</b>
2.2	ALGEBRA VECTORIAL Y GEOMETRÍA 3D: .....	32
2.2.1	<b>Definición y representación de un rayo:</b> .....	<b>32</b>
2.2.2	<b>Definición y representación del plano:</b> .....	<b>33</b>
2.2.3	<b>Plano triangular:</b> .....	<b>34</b>
2.2.4	<b>Plano definido por tres puntos:</b> .....	<b>35</b>
2.2.5	<b>Coordenadas baricéntricas en un triángulo:</b> .....	<b>35</b>
2.2.6	<b>Determinación de la intersección entre el rayo y el plano:</b> .....	<b>37</b>
2.2.7	<b>Rotación de un sistema de coordenadas tridimensional:</b> .....	<b>40</b>
2.3	ORIENTACIÓN Y DESPLAZAMIENTO ANGULAR EN 3D: .....	42
2.3.1	<b>Forma Matricial:</b> .....	<b>42</b>
2.3.2	<b>Ángulos de Euler:</b> .....	<b>43</b>
2.3.3	<b>Cuaternos:</b> .....	<b>44</b>
2.3.4	<b>Conversión de ángulos de Euler en matrices:</b> .....	<b>45</b>
2.4	ALGORITMO DE POSICIONAMIENTO DEL VEHÍCULO VIRTUAL: .....	46
2.4.1	<b>Rayos detectores en las ruedas:</b> .....	<b>46</b>
2.4.2	<b>Detección de objetos circundantes. Colisionadores:</b> .....	<b>48</b>



2.4.3	<b>Vectores de movimiento del vehículo virtual:</b> .....	<b>49</b>
<b>3</b>	<b>ANÁLISIS DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN EN LA INTERFACE NEUMÁTICO – CARRETERA. MODELOS DE SIMULACIÓN</b> .....	<b>52</b>
3.1	MECÁNICA DE UN NEUMÁTICO.....	52
3.2	FUERZAS Y MOMENTOS: .....	55
3.3	RIGIDEZ DE UN NEUMÁTICO:.....	56
3.4	RADIO EFECTIVO: .....	61
3.5	FUERZAS LONGITUDINALES (TRACCIÓN Y FRENADO): .....	63
<b>4</b>	<b>DINÁMICA LONGITUDINAL</b> .....	<b>71</b>
4.1	ACELERACIÓN .....	71
4.1.1	<b>Dinámica del motor:</b> .....	<b>71</b>
4.1.2	<b>Relación de transmisión:</b> .....	<b>72</b>
4.1.3	<b>Fuerza Tractora:</b> .....	<b>74</b>
4.1.4	<b>Fuerza de tracción máxima:</b> .....	<b>75</b>
4.2	FRENADO .....	77
4.2.1	<b>Frenado con asistencia del motor:</b> .....	<b>77</b>
4.2.2	<b>Frenado asistido por fricción:</b> .....	<b>84</b>
4.3	FUERZA AERODINÁMICA: .....	87
4.4	FUERZA DE RESISTENCIA A LA RODADURA:.....	92
4.5	RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN.....	96
4.5.1	<b>Aceleración:</b> .....	<b>96</b>
4.5.1.1	Dinámica del motor: .....	96
4.5.1.2	Resistencia aerodinámica y de rodadura: .....	99
4.5.1.3	Modelo acoplado de aceleración: .....	100
4.5.1.4	Desaceleración con asistencia de freno de motor:.....	110
4.5.1.5	Desaceleración con asistencia de frenado por fricción: .....	116
<b>5</b>	<b>DINÁMICA EN TRAYECTORIA CURVA</b> .....	<b>122</b>
5.1	FUERZA LATERAL SOBRE EL NEUMÁTICO, ANGULO DE DERIVA: .....	122
5.2	TRÁNSITO EN CURVA A BAJA VELOCIDAD:.....	131
5.3	TRÁNSITO ESTABLE EN CURVA A ALTA VELOCIDAD .....	133
5.3.1	<b>Conducción Neutra:</b> .....	<b>136</b>
5.3.2	<b>Sub viraje:</b> .....	<b>136</b>
5.3.3	<b>Sobre viraje:</b> .....	<b>137</b>
5.4	RESPUESTA DEL VEHÍCULO AL DIRECCIONAMIENTO.....	139
5.4.1	<b>Efecto sobre la aceleración lateral con peralte <math>\beta</math>:</b> .....	<b>139</b>
5.4.2	<b>Efecto sobre la velocidad de rotación con peralte <math>\alpha</math>:</b> .....	<b>139</b>

<b>5.4.3</b>	<b>Efecto de la curvatura con peralte <math>\alpha</math>:</b> .....	<b>140</b>
<b>5.5</b>	<b>LÍMITE DE ESTABILIDAD EN LA CURVA</b> .....	<b>141</b>
<b>5.6</b>	<b>PROCESO Y RESULTADOS OBTENIDOS DE LA SIMULACIÓN</b> .....	<b>143</b>
<b>5.6.1</b>	<b>Coefficiente de rigidez lateral:</b> .....	<b>144</b>
<b>5.6.2</b>	<b>Pruebas realizadas al vehículo virtual:</b> .....	<b>146</b>
<b>6</b>	<b>MÉTODO DE INTEGRACIÓN</b> .....	<b>152</b>
<b>6.1</b>	<b>MÉTODO DE EULER</b> .....	<b>152</b>
<b>6.2</b>	<b>MÉTODO DE RUNGE-KUTTA 4</b> .....	<b>153</b>
<b>7</b>	<b>APLICACIONES DE LA HERRAMIENTA DE SIMULACIÓN</b> .....	<b>155</b>
<b>8</b>	<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	<b>160</b>
<b>8.1</b>	<b>CONCLUSIONES ESPECÍFICAS</b> .....	<b>160</b>
<b>8.1.1</b>	<b>Conclusiones sobre la geometría computacional propuesta:</b> .....	<b>160</b>
<b>8.1.2</b>	<b>Conclusiones sobre el modelo de dinámica longitudinal propuesto:</b> .....	<b>160</b>
8.1.2.1	Aceleración:.....	160
8.1.2.2	Frenado con asistencia del motor: .....	161
8.1.2.3	Frenado por fricción: .....	161
<b>8.1.3</b>	<b>Conclusiones sobre el modelo de dinámica en trayectoria curva propuesto</b> .....	<b>162</b>
<b>8.2</b>	<b>CONCLUSIÓN GENERAL</b> .....	<b>163</b>
<b>8.3</b>	<b>RECOMENDACIONES</b> .....	<b>163</b>
<b>8.3.1</b>	<b>Recomendaciones para mejorar el modelo propuesto:</b> .....	<b>164</b>
<b>8.3.2</b>	<b>Recomendaciones para mejorar el software y hardware utilizado:</b> .....	<b>164</b>

# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 CONTEXTO

### 1.1.1 La seguridad vial:

El objetivo principal del ingeniero de tránsito es la provisión de un sistema seguro para el tráfico en las carreteras. Esta es una tarea con diversas áreas de dificultad. En los últimos años las muertes en accidentes de tránsito en la República Argentina han oscilado entre 7000 y 8000 personas por año, siendo de aproximadamente 7700 en 2014, con un promedio del orden de 21 personas por día (<http://www.luchemos.org.ar/es/estadisticas>).

Esto se ha tornado una problemática mundial. El promedio global anual de muertes por esta causa asciende a 18 personas por cada 100000 habitantes. En Sudamérica, los países limítrofes a la República Argentina, que tienen principal influencia en el tránsito terrestre internacional, como Bolivia, Brasil, Uruguay y Paraguay, superan esta marca con 19.2, 22.5, 21.5 y 21.4 respectivamente. Un estudio en los EE. UU., ha determinado que más estadounidenses han muerto en sus carreteras, que en todas las guerras en las que la nación ha participado, incluyendo la Guerra Civil (Roess R., Prassas E., Mc Shane W, 2004).

Bajo estas circunstancias, la verificación de la seguridad vial, ha tomado una importancia primordial, llegando a ser uno de los principales elementos a tener en cuenta para la obtención de financiación económica por parte de entes internacionales para la elaboración de proyectos viales, e incluso en la obligatoriedad de la revisión de rutas existentes.

La estructura vial se compone de tres elementos fundamentales: El Conductor, El vehículo y La Vía.

Estas variables constituyen las bases sobre las cuales se funda la seguridad vial, y como ninguna de ellas puede ser considerada de forma individual, su interacción debe ser revisada exhaustivamente para asegurar resultados con un grado de eficiencia aceptable.

Otra instancia a tener en cuenta es la condición del medio ambiente (lluvia, niebla, noche, carpeta de rodamiento resbaladiza, etc.), la cual cumple un rol muy importante en la disminución de la capacidad de conducción de vehículos.

Estudios realizados por Bavkov (1968), McLean (1981) y Lamm et al (1995, 1998), mostraron que existía una correlación positiva entre la probabilidad de ocurrencia de accidentes y la diferencia de velocidad de circulación entre curvas sucesivas y en elementos aislados del trazado. Lamm denominó a estas diferencias “inconsistencias”. Por otro lado, investigaciones efectuadas por McLean, (1981); Krammes et al, (1994) y Fitzpatrick et al, (2000) en diferentes tramos de carreteras, han revelado que la velocidad operacional o  $V_{85}$ , difería con la velocidad de proyecto y en la mayoría de los casos la excedía.

Así, surgen conceptos muy importantes para la seguridad vial, como lo son la verificación por consistencia geométrica de carreteras y los estudios de estimativa de velocidad, que tienen como finalidad resolver los problemas observados a través de índices que valúan las condiciones del diseño. Otros trabajos experimentales han aportado en los últimos años con la popularización de la microinformática y de *softwares* estadísticos, dentro de los cuales se pueden citar, los de Islam *et al.* (1994), y Dixon *et al.* (1999), y consolidados por Gibreel *et al.* (1999). En el 2000, a partir del lanzamiento del *software* IHSDM (*Interactive Highway Safety Design Model*), la consistencia geométrica adquirió *status* de herramienta de análisis preliminar e indispensable para proyectos de carreteras rurales en Estados Unidos, siendo recomendada por la *Federal Highway Administration – FHWA* (2000).

En 2008, en la Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), el Dr. Ing. Daniel Sergio Presta García, presentó su trabajo doctoral “MÉTODOS PARA ANÁLISE DA CONSISTÊNCIA GEOMÉTRICA DE RODOVIAS BRASILEIRAS DE PISTA SIMPLES”, en la cual realiza un estudio exhaustivo de la problemática en el estado de Rio Grande do Sul, y propone como objetivo, el desarrollo de un método para el análisis y clasificación de carreteras rurales de dos carriles, según su índice de consistencia geométrica, utilizando herramientas estadísticas, como por ejemplo el análisis por componentes principales.

### **1.1.2 Breve Historia de los simuladores de conducción**

El simulador de movimiento nació con el desarrollo de simuladores de vuelo al comienzo del siglo 20, antes de la segunda guerra mundial, para propósitos de entrenamiento de los combatientes (Slob J. J., 2008). El primer simulador de conducción para carreteras fue desarrollado en los 50's, y el primero en ser usado, en los tempranos 60's. Hubo una disminución en la actividad a mediados de los 60's por la falta de tecnología en los

computadores y visores, pero fue retomada a fines de esa década. Mucha de la tecnología, fue desarrollada por la “National Aeronautics and Space Administration (NASA)”, para sobrellevar su programa espacial. Hacia 1975 varios simuladores de conducción fueron operados en los EEUU (al menos 16), y en Europa dos, uno de SSAB, y otro de VW (Blana E., 1996). Estos simuladores tenían solo 3 grados de libertad. Mazda desarrolló en 1985 un simulador con 4 grados de libertad, inspirado por VW. En ese mismo año el primer simulador con 6 grados de libertad vino de Daimler – Benz. En los 90’s, varios de ellos fueron construidos por Ford, JARI, BMW, Renault, WIVW y Nissan.

En la conferencia norteamericana de simuladores de conducción en 2003, la Universidad de Iowa presentó su “National Advanced Driving Simulators” (NADS), siendo el más grande en ese momento, solo superado en 2007 por la Toyota Motor Corporation (Slob j., 2008). Muchos simuladores de conducción de automóviles y camiones fueron construidos a principios del siglo 21 con fines comerciales y en distintas universidades (SimSys, Mark III, TUTOR, Katech, SimCar, UoLDS, etc.), y otros fueron actualizados (FORD, VTI-III, BMW, MARS Renault, ULTIMATE).

### **1.1.3 El simulador como herramienta vial:**

El simulador de conducción para aplicación en la verificación de la seguridad vial de carreteras es una herramienta de vital importancia a partir de la posibilidad de generar gráficos y mallados tridimensionales que conforman escenarios de realidad virtual en donde se logran representar distintas situaciones que pueden ser enfrentadas durante el proceso de manejo vehicular (Klee H., Rawman E., 2004).

Dos de los elementos mencionados, componentes de la estructura vial, el vehículo y la vía, pueden ser cuantificados y ajustados a través de relaciones físico-matemáticas y geométricas con cierto grado de precisión aceptable, comparando los modelos generados con el comportamiento dinámico real de diferentes tipos de vehículos a través de mediciones topográficas georreferenciadas por dispositivos GPS y uso de software específico como por ejemplo GOOGLE EARTH®, junto con sistemas de diseño asistido por computadora (Xi Zaho et al, 2010).

Una de las principales ventajas del uso de un simulador es que da la posibilidad de lidiar con la variable más aleatoria y difícil de valorar de la estructura vial, “el conductor”, o en definitiva, “el ser humano”.

Las dos características “medibles” de mayor importancia para un conductor son los factores de agudeza visual y tiempo de reacción. Los dos se superponen, ya que la reacción requiere de la visión como uno de los elementos fundamentales para la percepción de las señales de conducción. La comprensión de cómo la información es recibida y procesada por “el conductor” es un elemento clave en el diseño y verificación de las carreteras (Owsley Cynthia et. al., 2010).

Hay otras características importantes, como por ejemplo la audición, como elemento substancial en la tarea de conducir. Este sentido nos permite distinguir diferentes señales de alerta, esto es, bocinas, sirenas de vehículos de emergencia, frenadas bruscas, ruidos de una colisión, etc (Ravishankar Anusha, 2004), (Fagerlönn Johan et. al., 2011).

Finalmente, uno de los factores humanos más importante e influyentes en la conducción, es la personalidad y la psicología del conductor (Schiff, Arnone, Cross, 1994). Esta es la variable más difícil de cuantificar y considerar en la ingeniería de tránsito. No existe una relación matemática o física que la pueda representar, es totalmente estocástica. El estado de ánimo de una persona incluso puede variar en función de problemas de coyuntura que pueda estar atravesando de manera transitoria, involucrando condiciones de conducta referentes a edad, sexo, condición física, etc.

Por su parte, los simuladores de conducción de vehículos permiten recrear y poner en evaluación las diferentes características mencionadas, así como acercar una solución admisible a este problema, por medio de la posibilidad de realizar reiteradas pruebas de manejo en diferentes condiciones programables que hace que los elementos de la estructura vial interactúen de manera eficiente sin riesgo físico o económico para quienes lo utilizan (Parkes, 1991).

La gran mayoría de los simuladores usados en el mundo, están direccionados a estudios sobre el ser humano, esto es, conocimiento de las leyes de tránsito, habilidades en la conducción, capacidades de visión, tiempo de reacción al frenado, comportamiento en la vía, acción del cerebro en el proceso de conducción, y diversas enfermedades que afectan este proceso, etc (Lee Woon-Sung et. al., 1999).

El uso de simuladores de conducción de vehículos interactivos en la verificación de la geometría de carreteras, condiciones diversas de tránsito, ambientales, de entorno, etc., es una práctica de excelente aplicación (Allen R. W. et. al., 2005), ya que puede obtener datos

fundamentales del desempeño del vehículo y conductor. Esto permite evaluar o verificar proyectos en el ámbito de la ingeniería de transportes bajo condiciones controladas en laboratorio, evitando riesgos de vida y gastos de tiempo y dinero para construir los equipamientos necesarios para hacer estos mismos ensayos in situ, si es que existe esa posibilidad. Esta situación contribuye de gran manera a la realización de distintas pruebas en los diversos campos de la seguridad vial.

En este trabajo de tesis, se desarrolla una herramienta de simulación de conducción de automóviles para verificación geométrica de carreteras y seguridad vial, como complemento de los trabajos experimentales anteriormente mencionados en capítulo 1.1.1, utilizando elementos de la geometría computacional para la representación gráfica del entorno geomorfológico, carretera, vehículos, condiciones de iluminación, etc. y se aplica un modelo matemático de simulación de dinámica longitudinal y en curva considerando aceleración y frenado, impulsado por un motor de combustión interna de encendido por chispa, tomando en cuenta las fuerzas que actúan en el movimiento del vehículo virtual sobre la superficie terrestre, en diferentes tipos de terreno (llanos u ondulados) y bajo diferentes condiciones ambientales.

Para su desarrollo, se utilizó el paquete DIRECTOR 11.0<sup>®</sup>, cuyo lenguaje de programación elegido fue LINGO.

El ambiente de programación mencionado, trabaja con extensiones de archivo .w3d para representar el mundo virtual, y permitir el manejo, a través de código, de cada uno de los objetos que lo componen.

En este entorno se realizaron los algoritmos, la codificación y el modelado matemático de la física y la dinámica del vehículo virtual y de sus partes.

La compilación de cada proyecto, puede ser realizada de manera de obtener archivos ejecutables (.exe), o del tipo .dcr o .dxr junto con .htm para ser rodado en páginas web.

## **1.2 JUSTIFICACIÓN Y MOTIVACIÓN**

La mayoría de los siniestros viales no pueden ser considerados como accidentes, si es que en verdad pudieron ser evitados. Es tarea de los ingenieros de tránsito identificar

relaciones de causa y efecto, modelar comportamientos de conducción y, sobre todo, reunir información coherente sobre el tema.

El uso de simuladores de conducción de automóviles en el análisis de la consistencia geométrica de carreteras, aprovechando la tecnología disponible para desarrollo y ejecución de video juegos, identifica y ordena puntos con mayor potencialidad para la ocurrencia de accidentes, y es una poderosa herramienta de análisis de la seguridad vial, tanto en la etapa de proyecto, como para carreteras ya construidas.

Además, el hecho de contar con bases de datos georreferenciadas que reúnen grandes cantidades de información, y que, a través de un método específico, pueden proporcionar los principales parámetros geométricos de los caminos y las topografías de diferentes partes del mundo, es un gran incentivo para la realización de este desarrollo, ya que permite generar los escenarios virtuales de manera fiel a la realidad.

La practicidad de uso, seguridad y bajo costo de elaboración de esta herramienta, da una oportunidad para comenzar su desarrollo en esta tesis, y continuarlo en el futuro, seguramente con mayor desarrollo tecnológico a menor costo aún, y aportando a una disminución de este flagelo que significan los siniestros viales.

### **1.3 OBJETIVOS**

El presente desarrollo, pretende ser una herramienta complementaria y alternativa, a las investigaciones realizadas por (Bocanegra, 2005; García D., 2008). Posee varios objetivos específicos, que dan marco al objetivo principal.

#### **1.3.1 Objetivo principal**

Desarrollar y validar una herramienta de simulación de conducción de automóviles para estudios de seguridad vial en carreteras.

#### **1.3.2 Objetivos específicos**

Como objetivos específicos se puede citar:

- Desarrollo de algoritmos de posicionamiento y detección en el área de la geometría computacional para la gestión del escenario virtual 3D.



- Desarrollo y validación del modelo de dinámica vehicular longitudinal.
- Desarrollo y validación del modelo de dinámica vehicular para tránsito en tramos curvos de carretera.
- Desarrollo del modelo de interacción.

#### 1.4 LIMITACIONES DEL TRABAJO

Este trabajo presenta las siguientes limitaciones:

- Los modelos de dinámica vehicular desarrollados son simplificados, y pueden ser utilizados en el marco de una conducción cuasi – estable.
- No se modela el deslizamiento longitudinal (slip) en el arranque.
- Se asume que el coeficiente de adherencia es el mismo para todos los neumáticos.
- No se considera el efecto de la suspensión.
- No se considera transferencia de peso en curvas entre las ruedas del mismo eje.
- No se considera el efecto de volcamiento.
- El proceso de conducción se realiza desde el teclado.

#### 1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO

Esta tesis está organizada en ocho capítulos, incluyendo las referencias bibliográficas.

En el capítulo 1 – INTRODUCCIÓN es presentada una visión del tema a ser abordado en la presente tesis, así como los objetivos, sus justificaciones, limitaciones y la estructura del trabajo.

En el capítulo 2 – GENERACIÓN Y GESTIÓN DEL ESCENARIO VIRTUAL 3D es mencionado primeramente el proceso por el cuál se modela la carretera, el entorno natural, topográfico y todos los objetos viales que contribuyen a la representación de la realidad virtual. Luego, se brinda una explicación precisa de las herramientas de la geometría y el álgebra vectorial que se utiliza en la simulación.

En el capítulo 3 - ANALISIS DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN EN LA INTERFACE NEUMÁTICO – CARRETERA. MODELOS DE SIMULACIÓN es expuesta la interrelación existente entre la superficie de rodamiento y los neumáticos del vehículo,

expresada en modelos matemáticos que representan su rigidez estructural, deformación, adherencia y fuerzas y momentos generados.

En el capítulo 4 – DINÁMICA LONGITUDINAL se expone el proceso que permite al vehículo acelerar y frenar en tramos rectos de carreteras (tangentes). Primero se explica la dinámica del motor y transmisión, luego su influencia en la aceleración y frenado a través de las ecuaciones de movimiento longitudinal, junto al accionar de las fuerzas de resistencia que se oponen al desplazamiento. Se presentan los resultados de la simulación y se los compara con resultados experimentales.

En el capítulo 5 – DINÁMICA EN TRAYECTORIA CURVA se expone el proceso mediante el cual el vehículo aborda y ejecuta maniobras en tramos curvos de carretera. Primeramente a bajas velocidades y luego a altas velocidades con deformación de los neumáticos y aparición de ángulos de deriva. Se aborda el principio de deslizamiento lateral. Se presentan los resultados de la simulación y se los compara con resultados experimentales.

En el capítulo 6 – MÉTODOS DE INTEGRACIÓN se explica el proceso matemático por el cual se integran numéricamente en el tiempo, las ecuaciones diferenciales que representan el movimiento del vehículo. Se exponen distintos métodos, se explica su precisión y se justifica la adopción de uno de ellos.

En el capítulo 7 – APLICACIONES DE LA HERRAMIENTA DE SIMULACIÓN se presenta un ejemplo de aplicación, generando gráficas de perfiles de velocidades y aceleraciones en un tramo de carretera. Se explica su utilización en el ámbito de la seguridad vial.

En el capítulo 8 – CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES se presentan las consideraciones finales del desarrollo, sus limitaciones y recomendaciones para futuros trabajos en el área.

## 2 GENERACIÓN Y GESTIÓN DEL ESCENARIO VIRTUAL 3D

En la elaboración de una herramienta de simulación de conducción de vehículos 3D a través de sistemas multi-cuerpo, se hace necesaria la creación del vehículo virtual, a partir de modelos computacionales desarrollados en entornos de diseño asistido por computadora (CAD), al cual se le asignan los atributos del modelo a representar, esto es, las características técnicas con el que afrontará el movimiento, respetando las condiciones físicas generales de la dinámica de cuerpos rígidos y particularmente de vehículos terrestres. En el mismo sentido se deben establecer las relaciones de parentesco entre los distintos componentes del vehículo, esto significa identificar que componente mover y cuáles son los que lo siguen, pero a su vez pueden moverse de manera independiente.

Por otro lado se debe generar y texturar el modelo del escenario virtual por el que se moverá el vehículo (Morer et.al., 2004), en el que está incluida la carretera, el entorno topográfico y la señalización horizontal y vertical principalmente, conteniendo también si es posible, todo tipo de elemento natural que pueda ubicarse al costado del camino, como por ejemplo árboles o vegetación baja. Para llevar a cabo esta tarea, se utiliza software específico para la elaboración de proyectos geométricos de carreteras, que tienen como motor principal de desarrollo un sistema CAD.

Además, se deben ubicar los cuerpos u objetos de acuerdo a posiciones y escalas compatibles con el mundo real, para lo que se recurre a un espacio vectorial tridimensional y al uso del álgebra vectorial.

Para materializar lo explicado, se debe recurrir a una referencia para medir el entorno. Esto se realiza con el uso de sistemas de coordenadas cartesianas, que proporcionan un origen que establece la base del espacio vectorial y es la posición de nacimiento de tres vectores ortonormales que lo definen.

Por otro lado, necesitamos múltiples sistemas de coordenadas, y esto es así porque cierta parte de la información es conocida en el contexto de un sistema de referencia particular, esto es por ejemplo, la posición de la rueda derecha del vehículo, es mejor conocida por su referencia al origen de un sistema propio del vehículo, que puede estar

ubicado en su centro de gravedad, que al origen universal. En general, cada objeto del mundo virtual tiene su propio sistema de coordenadas.

Los más utilizados son:

- Sistema de Coordenadas Universal (SCU)
- Sistema de Coordenadas de Objeto (SCO)
- Sistema de Coordenadas Inercial (SCI)

Estos sistemas, permiten referenciar posiciones de vectores entre los diferentes espacios a través de transformaciones lineales simples. Cada uno de ellos será explicado en el capítulo 2.

Para posicionar el vehículo, se han colocado vectores en cada rueda y calculado las intersecciones de estos con la malla que forma la carretera y la topografía virtual, ubicando de esta manera los puntos de contacto.

Finalmente, para que el vehículo tenga propiedades para detectar otros objetos y colisionarlos o evitarlos, se ha empleado la misma técnica anterior, pero ahora colocando y direccionando los vectores de forma paralela al plano que forman los puntos de contacto de las ruedas con la superficie de rodamiento, en todo el entorno de la carrocería.

## **2.1 SISTEMAS DE COORDENADAS MÚLTIPLE:**

### **2.1.1 Sistema de Coordenadas Universal (SCU):**

Este sistema de coordenadas establece la posición global y absoluta de los objetos y de los otros sistemas de coordenadas mencionados, esto es, podemos enunciar la posición de cualquier sistema en términos del sistema de coordenadas universal, pero no podemos enunciar el sistema de coordenadas universal en término de ningún otro sistema mayor o exterior a él.

Consideramos que el sistema de coordenadas universal, es el mayor en relación a la representación que se requiere, por ejemplo en nuestro caso, abarca la extensión de la topografía que contiene al tramo de camino en el cual queremos realizar la simulación (fig. 2.1), y todos los vectores en este entorno, tienen coordenadas o posiciones absolutas con respecto ese sistema.

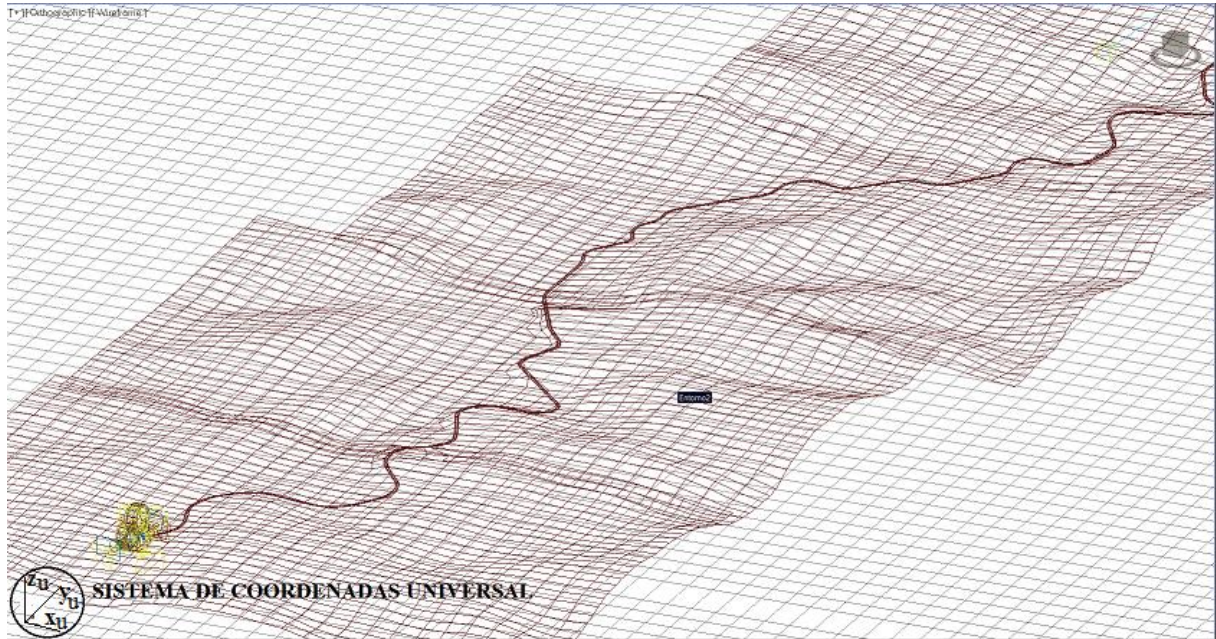


Figura 2.1 Sistema de coordenadas universal.

Cuando se requiere la ubicación de otros vehículos u objetos circundantes, éstas se detectan a través de vectores que son expresados en coordenadas de objeto.

### 2.1.2 Sistema de Coordenadas de Objeto (SCO):

El sistema de coordenadas de objeto está asociado con un objeto particular (Fig. 2.2).

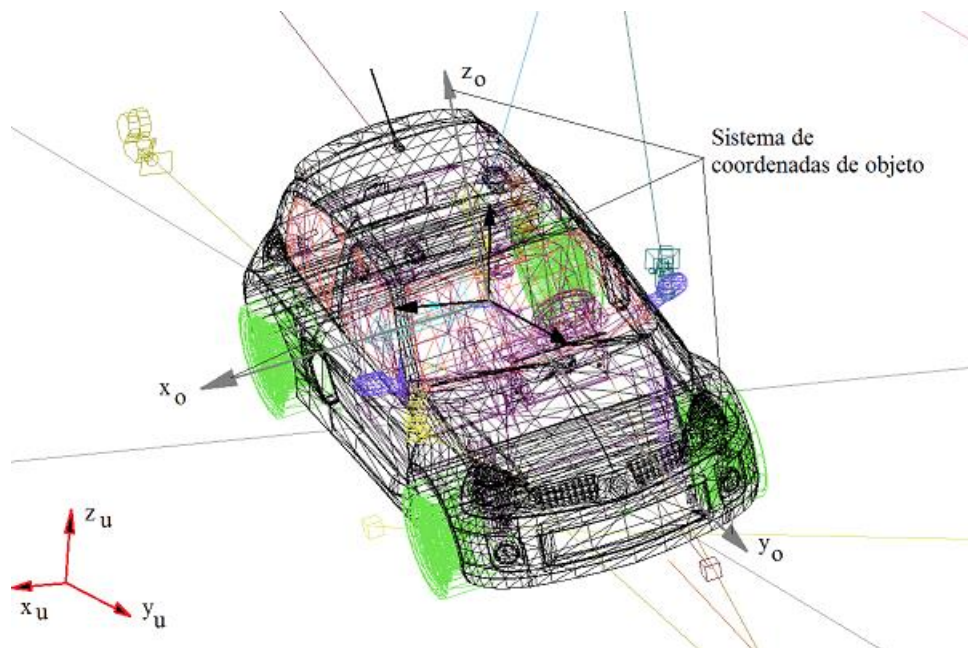


Figura 2.2 Sistema de coordenadas de Objeto

Cada objeto tiene su propio espacio de coordenadas, de manera que cuando el objeto se mueve o cambia su orientación, el SCO mancomunado a él es trasladado y orientado de la misma manera. En nuestro caso particular, todos los movimientos asociados con la dinámica del vehículo, esto es, traslaciones y rotaciones, son realizados en este sistema, y luego transformados a través del SCI al SCU.

### 2.1.3 Sistema de Coordenadas Inercial (SCI):

Con el fin de simplificar las transformaciones entre el sistema de coordenadas universal y el sistema de coordenadas de objeto, debemos utilizar un tercer sistema denominado inercial, el cual es, en cierta medida un intermedio entre los dos primeros (Dunn Parberry, 2002).

El origen del SCI es el mismo que el del SCO, pero la orientación de sus ejes es paralela al SCU (fig. 2.3).

Este sistema de coordenadas es muy importante, porque permite transformar coordenadas entre el SCI y el SCU o viceversa.

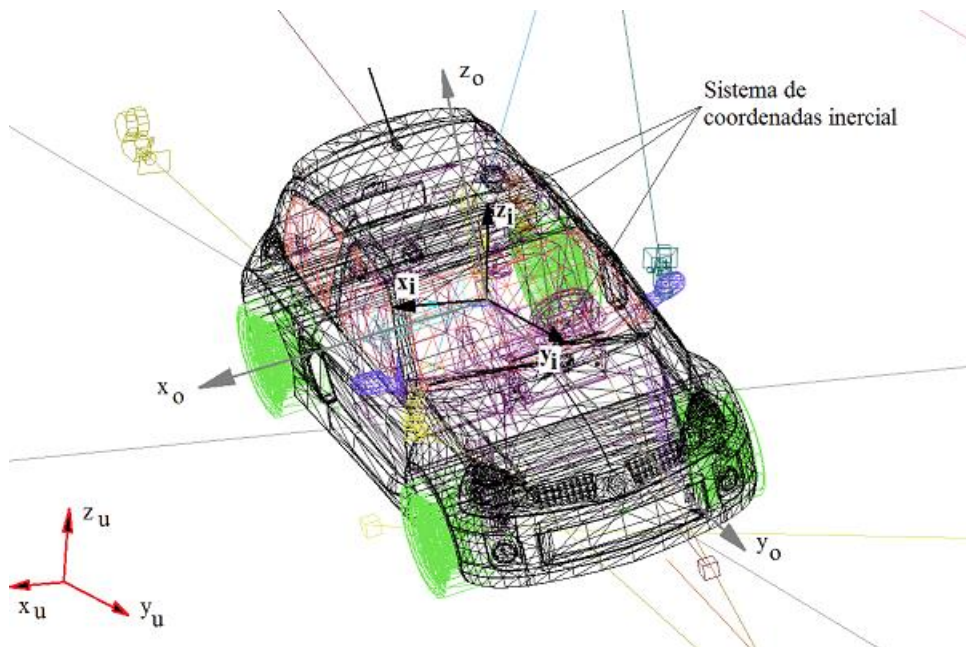


Figura 2.3 Sistema de Coordenadas Inercial

Para transformar un punto entre el SCO y el SCI, solo se requiere de una rotación, y para transformar el punto entre el SCI y el SCU se necesita de una traslación, de manera que

la operación puede realizarse mediante una simple transformación lineal en coordenadas homogéneas.

#### **2.1.4 Sistema de coordenadas de la cámara:**

Para poder visualizar el mundo virtual en donde se desarrollan los acontecimientos, se necesita de objetos especiales que existan con la sola finalidad de representar en la pantalla del computador lo que está ocurriendo en un determinado momento desde diferentes puntos de vista, pero que no sean vistos en la escena. Estos objetos se denominan “cámaras” (fig. 2.4).

El sistema de coordenadas ortogonal de una cámara está asociado con el observador y es tridimensional. Sus ejes están orientados de manera tal que uno de ellos esté en dirección al objetivo de la cámara (perpendicular al plano de proyección) y los otros dos hacia arriba y a la derecha.

Algunos aspectos especiales a considerar en lo que respecta a las cámaras son:

- Definir si un determinado objeto en el espacio 3D está en frente de la cámara, parcialmente o totalmente enfocado. Esto se realiza con el fin de evitar el costo computacional en la representación de los objetos, ya que aquellos que se encuentren fuera del alcance de visualización no deben ser considerados en la ejecución del render en tiempo real, o representación bidimensional en la pantalla del monitor.
- Cuando el objeto es potencialmente visible, la información es enviada a la interfaz de programación de aplicaciones (API) (código que se usa para comunicarse con el hardware de video) de render típicamente en forma de triángulos individuales o interconectados.
- Una vez que la interfaz de programación de aplicaciones de render tiene la geometría en forma de triangulación, las coordenadas de los vértices de estos triángulos son transformadas del espacio de modelación (SCU) al espacio de la cámara (SCO), y el proceso de iluminación comienza.
- Los triángulos que están fuera del alcance del cono truncado de la cámara, son eliminados, y cualquier porción que se encuentre parcialmente fuera es cortada.
- Una vez obtenidos los polígonos cortados, y los triángulos visibles, en el espacio 3D, son proyectados al espacio 2D de la pantalla del computador.

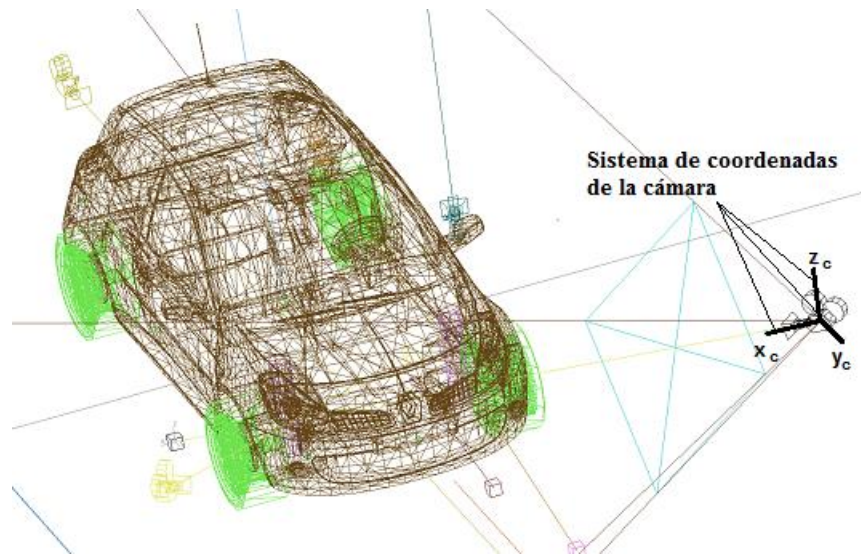


Figura 2.4 Sistema de Coordenadas de la Cámara

### 2.1.5 Sistemas de coordenadas anidados:

Cada objeto en el universo virtual 3D, generado en un sistema de diseño asistido por computadora (CAD), tiene su propio espacio de coordenadas, esto es, su propio origen, que puede estar ubicado en su centro de gravedad (CG) y sus propios ejes orientados en coordenadas locales en el momento de su creación.

Sin embargo la posición del objeto en un determinado punto en el tiempo, necesita ser especificado en coordenadas globales, de manera que el modelo pueda computar interacciones con los otros objetos de alrededor, es decir, se necesita especificar la posición y orientación de los ejes del objeto en coordenadas globales.

Es conveniente entonces, tomar al SCU como un espacio “padre” y al SCO, como espacio “hijo”, así como también dividir a los objetos en sub-objetos y darles jerarquías para poder animarlos independientemente unos de otros.

En nuestro caso se ha establecido que el vehículo principal sea dividido en: carrocería, ruedas y volante de conducción, de manera tal que los SCO de cada rueda y el volante sean hijos del SCO de la carrocería, y el SCO de la carrocería sea hijo del SCU.

Es correcto pensar que los SCO de las ruedas y volante siguen al SCO de la carrocería, pero pueden moverse con respecto de él de manera independiente uno de otro y lo mismo ocurre con el SCO de la carrocería con respecto al SCU, solo que este último permanece fijo.



Así, a medida que la carrocería del vehículo se desplaza, las ruedas y el volante deben seguir su trayectoria, trasladándose y orientándose en el mismo sentido, pero teniendo sus propias rotaciones derivadas de su funcionamiento. Como cada uno de ellos tiene su propio SCO, sus movimientos son relativamente simples en esos espacios, pero describen trayectorias en exceso complicadas en el sistema de coordenadas universal.

Estableciendo entonces, una jerarquía adecuada de objetos con sistemas de coordenadas anidados, el movimiento puede ser computado en componentes separadas y combinados con el uso del algebra vectorial.

## 2.2 ALGEBRA VECTORIAL Y GEOMETRÍA 3D:

### 2.2.1 Definición y representación de un rayo:

Vamos a definir un rayo como un segmento de línea orientado. Por lo tanto, tendrá un origen, una longitud finita, y (a menos que la longitud sea cero) una dirección.

Un rayo puede ser representado a través de su punto de origen y su punto final, o de manera paramétrica en 3D utilizando las funciones:

$$\begin{aligned}x(t) &= x_o + t \cdot \Delta x \\y(t) &= y_o + t \cdot \Delta y \\z(t) &= z_o + t \cdot \Delta z\end{aligned}\tag{2.1}$$

Lo que podemos escribir en forma vectorial como:

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_o + t \cdot \mathbf{d}\tag{2.2}$$

En esta ecuación, el vector  $\mathbf{p}_o$  contiene información acerca de la posición del rayo en SCU, mientras que el vector variación  $\mathbf{d}$  contiene su longitud y dirección. Restringimos el parámetro  $t$  a un rango  $0 \dots 1$ .

A los efectos del cálculo de intersecciones con otros objetos, vamos a considerar una modificación y tomar a  $\mathbf{d}$  como un vector unitario, por lo que  $t$  adoptará un rango de valores entre  $0 \dots L$ , donde  $L$  es la longitud del rayo (fig. 2.5).

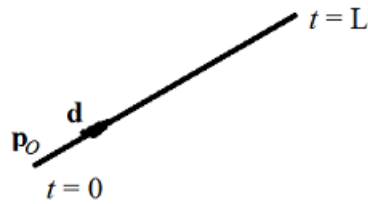


Figura 2.5 Representación del rayo

### 2.2.2 Definición y representación del plano:

Un plano en 3D es un conjunto de puntos equidistantes de dos puntos, es perfectamente plano, no tiene espesor, y se extiende infinitamente. El dibujo de los límites del plano en fig. 2.6, es solo ilustrativo.

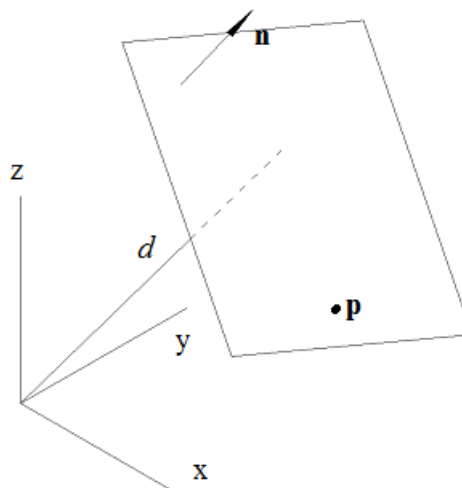


Figura 2.6 Representación del plano

La ecuación que lo rige en su forma implícita, y de manera vectorial viene dada por:

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{n} = d \quad (2.3)$$

Donde  $\mathbf{p}$  representa al conjunto de puntos del plano en SCU,  $\mathbf{n}$  es el vector unitario normal al plano y que le da su orientación y  $d$  es la distancia del plano al origen del sistema de coordenadas de referencia, medida en forma paralela a  $\mathbf{n}$ , y que le da la posición.

### 2.2.3 Plano triangular:

Los triángulos son de importancia fundamental en el modelado geométrico, ya que la superficie de los objetos tridimensionales, tal como el terreno topográfico o un vehículo virtual, aproximan sus formas mediante un grupo de caras triangulares formando una malla triangular.

El motivo de uso de esta geometría en la formación de mallas, es que el triángulo es la única figura que garantiza ser plana o descansar sobre un plano, sin importar la posición que ocupen sus vértices en el espacio (fig. 2.7).

La ecuación del plano al que pertenece responde a Ec. (2.3), y su delimitación al conjunto de los tres vértices que lo componen.

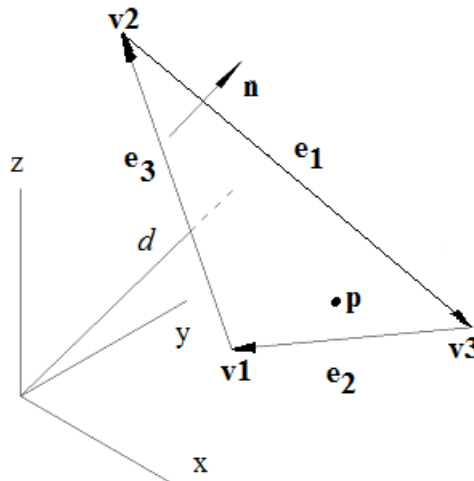


Figura 2.7 Cara triangular

De manera que los lados vienen dados por la norma de los vectores:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= \mathbf{v}_3 - \mathbf{v}_2 \rightarrow l_1 = \|\mathbf{e}_1\| \\ \mathbf{e}_2 &= \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_3 \rightarrow l_2 = \|\mathbf{e}_2\| \\ \mathbf{e}_3 &= \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \rightarrow l_3 = \|\mathbf{e}_3\| \end{aligned} \quad (2.4)$$

Para determinar el área, utilizamos la siguiente ecuación:

$$A = \frac{\|\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2\|}{2} \quad (2.5)$$

### 2.2.4 Plano definido por tres puntos:

Un plano puede ser definido por tres puntos no co-lineales del espacio, de donde podemos computar  $\mathbf{n}$  y  $d$  (Dunn Parberry, 2002).

Para obtener los vectores marginales procedemos con Ec. (2.4), y la normal  $\mathbf{n}$  al plano es:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1}{\|\mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1\|} \quad (2.6)$$

Una vez obtenida  $\mathbf{n}$ ,  $d$  puede ser calculada por Ec. (2.3).

### 2.2.5 Coordenadas baricéntricas en un triángulo:

A pesar de que los triángulos son usados en el modelado geométrico tridimensional, son esencialmente objetos bidimensionales que pertenecen a un plano determinado. A los efectos de determinar si un punto pertenece o no al triángulo con una orientación cualquiera en 3D, y calcular apropiadamente su intersección con un rayo, se utilizan las coordenadas baricéntricas (Lengyel, E. 2004).

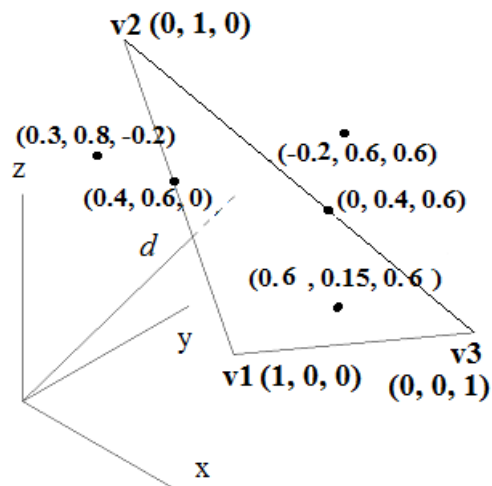


Figura 2.8 Puntos en coordenadas baricéntricas

$$\begin{aligned} [b_1, b_2, b_3] &\Leftrightarrow b_1 \cdot \mathbf{v}_1 + b_2 \cdot \mathbf{v}_2 + b_3 \cdot \mathbf{v}_3 \\ b_1 + b_2 + b_3 &= 1 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Cualquier punto del triángulo puede ser expresado como un promedio pesado de los vértices, y precisamente los pesos son denominados coordenadas baricéntricas  $[b_1, b_2, b_3]$ . Su relación con las coordenadas 3D estándar se expresa por Ec. (2.7).

Los valores de  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$ , son la contribución de cada vértice al punto, fig. (2.8)

Se puede observar en la fig. (2.8), que los vértices tienen coordenadas de referencia para posiciones intermedias, y que los puntos que se encuentran en los lados, tienen coordenada baricéntrica cero en la posición que corresponde al vértice opuesto.

Los puntos que se encuentran fuera del triángulo, tienen al menos una coordenada baricéntrica negativa, mientras que los que se encuentran dentro, tienen coordenadas en el rango  $0 \dots 1$ .

Para computar las coordenadas baricéntricas en función de las coordenadas cartesianas, vamos a utilizar un método basado en el cálculo del área de un triángulo 3D (Ec. (2.4) y Ec. (2.5)), pero añadiendo una modificación, ya que vamos a necesitar obtener áreas signadas, esto es, negativas o positivas según el punto se encuentre dentro o fuera del triángulo.

El vector normal al plano se define por Ec. (2.6).

El cálculo del área signada del triángulo completo (fig. 2.9), se expresa entonces como:

$$A(T) = \frac{(\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{n}}{2} \quad (2.8)$$

Los lados de los sub-triángulos (fig. 3.5.2), se calculan:

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{p} - \mathbf{v}_i / i = 1 \dots 3 \quad (2.9)$$

Y las áreas de los sub-triángulos:

$$A(T_i) = \frac{(\mathbf{e}_i \times \mathbf{d}_j) \cdot \mathbf{n}}{2} \quad \forall i \neq j / i = 1 \dots 3, j = 1 \dots 3 \quad (2.10)$$

Una vez obtenida el área del triángulo completo y de los sub-triángulos formados por el punto incógnita  $\mathbf{p}$  y los vértices, podemos calcular las coordenadas baricéntrica:

$$b_i = \frac{AT_i}{AT} / i = 1 \dots 3 \quad (2.11)$$

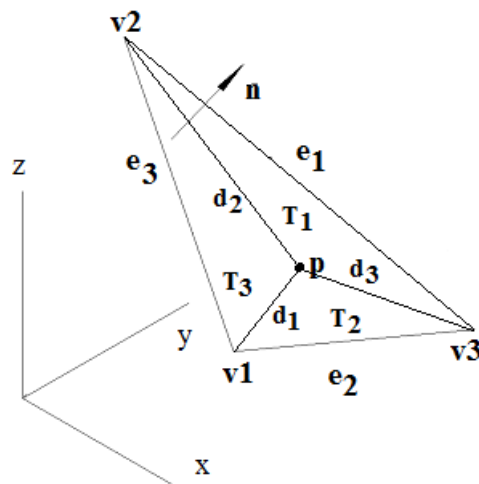


Figura 2.9 Cálculo de coordenadas baricéntricas en 3D

### 2.2.6 Definición de esfera:

Una esfera es un objeto 3d definido por un conjunto de puntos que están equidistantes a un punto dado, y viene determinada por la ubicación de su centro y la enunciación de su radio (fig. 2.10).

Este tipo de objeto es muy importante en la geometría computacional porque debido a su simplicidad, una “bounding sphere”, o esfera circundante de un objeto, es frecuentemente utilizada como primer descarte trivial en intersecciones 3d para evitar un mayor esfuerzo computacional si se considerara directamente la malla del objeto.

La forma implícita de una esfera con centro  $\mathbf{c}$  en SCU y radio  $r$  es:

$$\|\mathbf{p} - \mathbf{c}\| = r \quad (2.12)$$

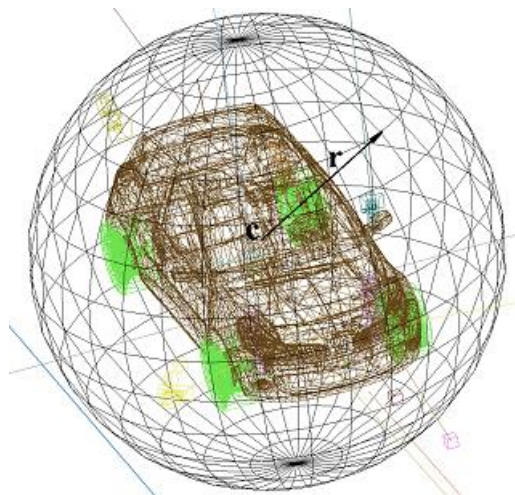


Figura 2.10 Esfera

Donde  $\mathbf{p}$  es un punto de la superficie de la esfera en SCU.

### 2.2.7 Determinación de la intersección entre el rayo y la esfera:

El cómputo de la intersección entre un rayo y una esfera es lo mismo que calcular la intersección entre un rayo y un círculo (Dunn Parberry, 2002), ya que operamos en el plano que contiene al rayo y al centro de la esfera. Si la dirección el rayo pasa por el centro de la esfera, existen infinitos planos, sin embargo cualquiera sirve para realizar la prueba geométrica.

Como se ve en fig. 2.11, la esfera está definida por su centro  $\mathbf{c}$  y su radio  $r$ . El rayo viene dado por Ec. (2.2), donde  $\mathbf{d}$  es un vector unitario.

Resolvemos el valor de  $t$  en el punto de intersección:

$$t = a - f \quad (2.13)$$

Donde  $a$  es:

$$a = \mathbf{e} \cdot \mathbf{d} \quad (2.14)$$

Y  $f$  es:

$$f = \sqrt{r^2 - e^2 + a^2} \quad (2.15)$$

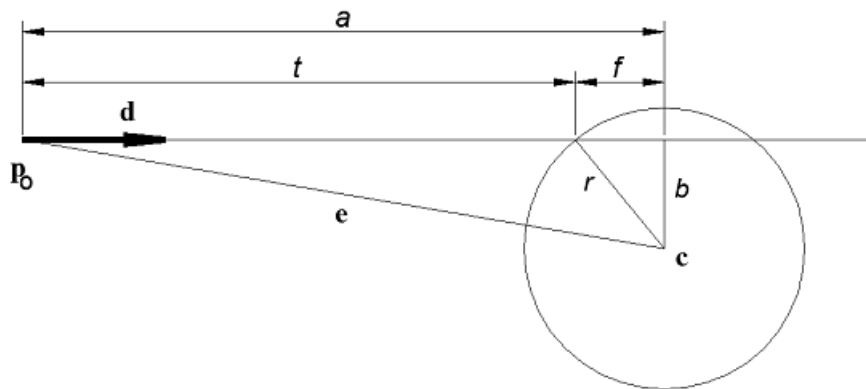


Figura 2.11 Intersección entre el rayo y la esfera

Y finalmente  $t$  es:

$$t = a - \sqrt{r^2 - e^2 + a^2} \quad (2.16)$$

Si  $r^2 - e^2 + a^2 < 0$ , el rayo no intersecta a la esfera.

### 2.2.8 Determinación de la intersección entre el rayo y el plano:

Un rayo puede ser definido por Ec. (2.2), y a su vez el plano puede ser representado por Ec. (2.3).

En fig. 2.12, se representa la intersección de un rayo y un plano, y podemos observar que su resultado es un punto, que trataremos de determinar si realmente existe.

Tomando en cuenta Ec. (2.2), y Ec. (2.3), podemos resolver el punto de intersección para  $t$  (Dunn Parberry, 2002):

$$(\mathbf{p}_0 + t \cdot \mathbf{d}) \cdot \mathbf{n} = d \quad (2.17)$$

De donde operando llegamos al valor de  $t$ :

$$t = \frac{d - \mathbf{p}_0 \cdot \mathbf{n}}{\mathbf{d} \cdot \mathbf{n}} \quad (2.18)$$

Donde todas las variables ya fueron explicadas.

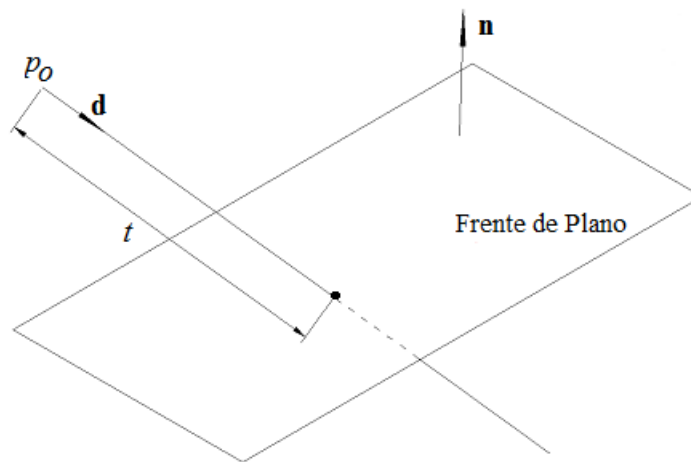


Figura 2.12 Intersección de un rayo y un plano

Por último, reemplazando en Ec. (2.2), se obtiene el punto exacto de la intersección, a partir del origen del rayo.

Se puede observar que el denominador lo compone el producto escalar de los vectores dirección del rayo, y normal al plano. Si ese producto escalar es cero, significa que no hay intersección, ya que el rayo será paralelo al plano.

La verificación la hacemos sobre la cara frontal del plano, que es la cara visible de los objetos, por lo tanto, debemos establecer que solo hay intersección si el producto escalar



del denominador es menor que cero, ( $\mathbf{d} \cdot \mathbf{n} < 0$ ), ya que esto significa que los vectores apuntan en dirección contraria. Si el valor de  $t$  está fuera de rango, el rayo no intersecta al plano.

### 2.2.9 Rotación de un sistema de coordenadas tridimensional:

Un sistema de coordenadas puede ser rotado a través de una transformación lineal, esto es, multiplicándolo por una matriz que defina esa transformación.

Para calcular esta matriz, primeramente nos restringimos a una rotación en 2 dimensiones alrededor del origen, ya que no consideramos traslación alguna. En este caso, tendremos como único parámetro el ángulo de rotación  $\theta$ , y tomaremos como rotación positiva el desplazamiento en sentido anti horario.

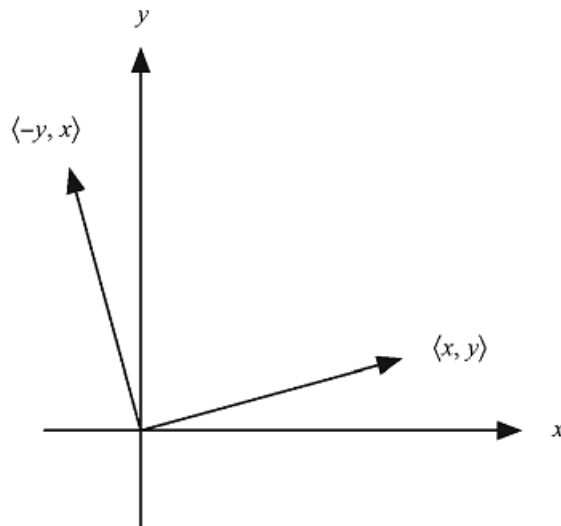


Figura 2.13 Base ortogonal rotada

Si rotamos  $90^\circ$  un vector  $\mathbf{v}$  que ocupa una posición  $(x, y)$  en el espacio (fig 2.13), pasará a ocupar otra posición, en la que la nueva coordenada  $x$  será negativa, digamos  $(-y, x)$ .

Nombrando al vector rotado  $\mathbf{e}(-y, x)$ , formará junto a  $\mathbf{v}$  una nueva base ortogonal. Como caso particular, cualquier vector  $\mathbf{v}'$  que resulte de la rotación  $\theta$  de  $\mathbf{v}$  (fig. 2.14), puede ser expresado en función de sus componentes:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} \cdot \cos(\theta) + \mathbf{e} \cdot \text{sen}(\theta) \quad (2.19)$$

Esto se deriva de proyectar el vector  $\mathbf{v}'$  sobre los vectores  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{e}$  que tienen su misma norma.

Expresando la Ec. (2.19) en función de sus componentes, tendremos:

$$\begin{aligned} v'_x &= v_x \cdot \cos(\theta) - v_y \cdot \text{sen}(\theta) \\ v'_y &= v_y \cdot \cos(\theta) + v_x \cdot \text{sen}(\theta) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Y escrito en forma matricial:

$$\mathbf{v}' = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \mathbf{v} \quad (2.21)$$

La matriz de rotación 2D de Ec. (2.21), puede ser extendida al espacio tridimensional, considerando que en este caso es una rotación alrededor del eje z, por lo que la tercera fila se completa con parte de la matriz identidad:

$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

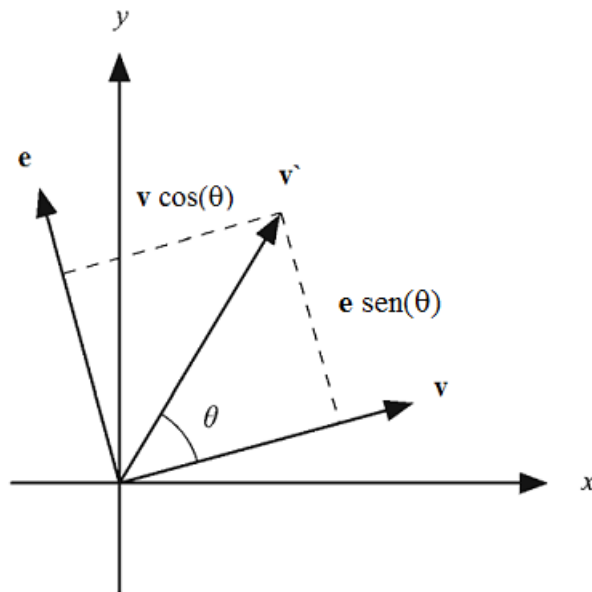


Figura 2.14 Rotación de un vector

De la misma manera se puede proceder con los demás ejes:

$$\mathbf{R}_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) \\ 0 & \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

### 2.3 ORIENTACIÓN Y DESPLAZAMIENTO ANGULAR EN 3D:

El desarrollo de herramientas computacionales basadas en sistemas multi-cuerpo, requieren un buen entendimiento de la teoría que involucra la formulación y solución de ecuaciones de movimiento (Blundell Harty, 2004). Debido a la naturaleza tridimensional del problema, la teoría es mejor explicada por el álgebra vectorial.

La orientación de un cuerpo rígido en 3D está relacionada con la rotación del mismo alrededor de los 3 ejes que originan el espacio, y la cantidad de rotación es definida como desplazamiento angular. En síntesis, describir una rotación es matemáticamente equivalente a describir un desplazamiento angular.

Existen diferentes maneras de representar una orientación:

- Matricial
- Ángulos de Euler
- Cuaternos

#### 2.3.1 Forma Matricial:

Representa la orientación de un sistema de coordenadas, en este caso, en el espacio 3D, con respecto de otro sistema de coordenadas, colocando los vectores base como filas de la matriz.

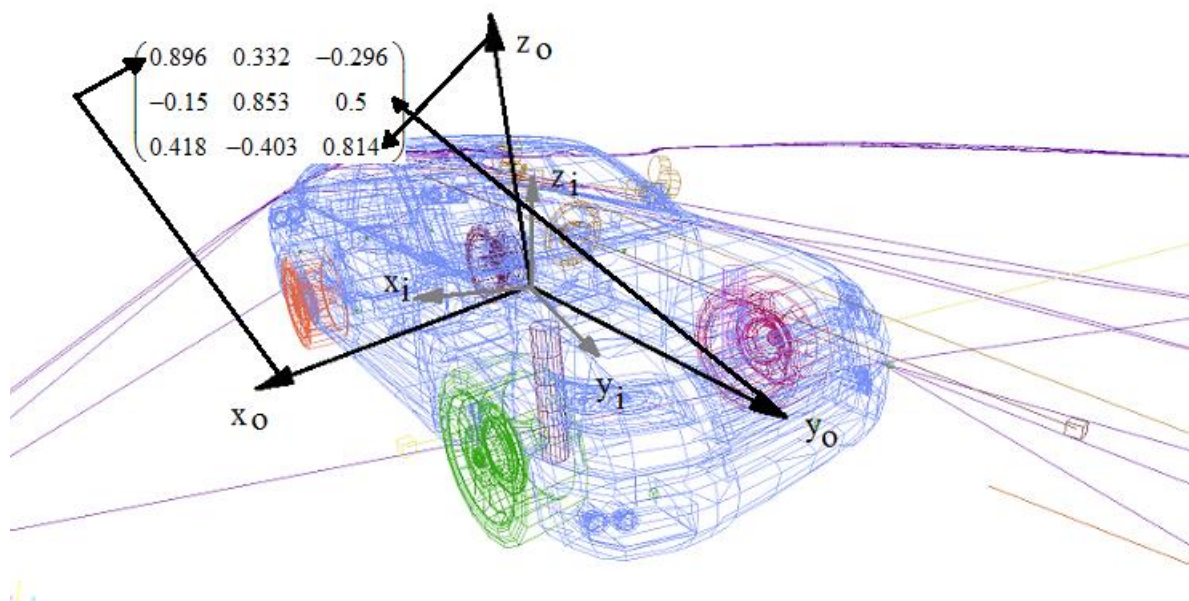


Figura 2.15 Orientación en forma matricial

Esto es, la matriz de rotación es usada para transformar vectores de un sistema al otro, por ejemplo, de coordenadas de objeto a inerciales o viceversa (fig. 2.15).

Una gran ventaja de este método, es que es el único que permite realizar la operación anteriormente mencionada, y por lo tanto es el utilizado por las APIs gráficas.

Como las matrices de rotación son ortogonales, pueden ser usadas para invertir las transformaciones con solo efectuar la operación de transposición. Además pueden concatenar múltiples desplazamientos angulares en una sola matriz efectuando una productoria.

### 2.3.2 Ángulos de Euler:

Esta técnica es nombrada así en honor a Leonhard Euler (1707 – 1783), quien probó que a partir de una secuencia de desplazamientos angulares, se puede definir un desplazamiento simple.

Se basa en aplicar a un objeto una secuencia ordenada de rotaciones alrededor de ejes perpendiculares entre sí.

El orden debe ser cuidadosamente estudiado, ya que el resultado final es distinto según se aplique. En fig. (2.16) se realizan rotaciones de  $90^\circ$  alrededor de los tres ejes coordenados de espacio euclidiano en 2 diferentes secuencias, y como se puede observar, el resultado difiere en ambos casos.

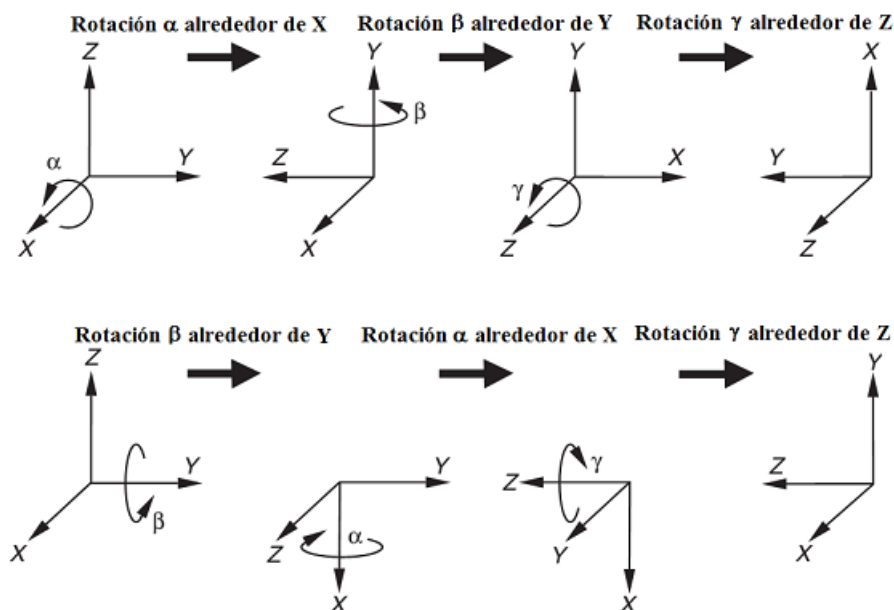


Figura 2.16 Secuencia de rotación en 3D

Los tres desplazamientos angulares que realiza un vehículo sobre el terreno son denominados: guiñada, cabeceo y rolido.

Guiñada es la rotación del vehículo alrededor de su eje gravitacional vertical local, y es guiado por la dirección del vehículo y por su dinámica rotacional.

Cabeceo es la rotación del vehículo alrededor de su eje gravitacional transversal local, y es modificado por su tránsito en pendientes longitudinales e imperfecciones topográficas.

Rolido es la rotación alrededor de su eje gravitacional longitudinal local, y es generado por acción de su dinámica rotacional, inclinación lateral en curvas (peralte), e imperfecciones topográficas.

La convención más común para la aplicación de los ángulos de Euler, es seguir precisamente esta secuencia de rotación.

Un problema que se presenta con este método, es que una orientación puede ser representada por más de un conjunto de ángulos. Esto puede ser solucionado restringiendo la guiñada y el rolido a  $\pm 180^\circ$  y el cabeceo a  $\pm 90^\circ$ .

### 2.3.3 Cuaternos:

Los cuaternos solucionan algunos problemas relacionados con los bloqueos de ejes, sobre todo cuando se trata de desplazamientos angulares en aeronaves, en donde puede haber grandes desplazamientos angulares en el cabeceo y el rolido (escapa al alcance de este trabajo).

Su representación se reduce a un componente escalar nombrado usualmente como  $w$  y un vector  $\mathbf{v}$  Ec. (2.25).

$$\begin{bmatrix} w & \mathbf{v} \\ w & (x \ y \ z) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

En el presente trabajo se representarán las orientaciones a través de ángulos de Euler y matrices.

### 2.3.4 Conversión de ángulos de Euler en matrices:

Los ángulos de Euler definen una secuencia de rotaciones que pueden ser calculadas construyendo matrices para cada una de ellas, las cuales al ser concatenadas definen el ángulo total de desplazamiento.

Es importante definir si se requiere una transformación entre el sistema de coordenadas de objeto (SCO) y el inercial (SCI) o viceversa, ya que el cómputo es diferente.

En el caso del presente trabajo, el vehículo presenta la siguiente convención para el sistema de coordenadas de objeto (fig. 2.17):

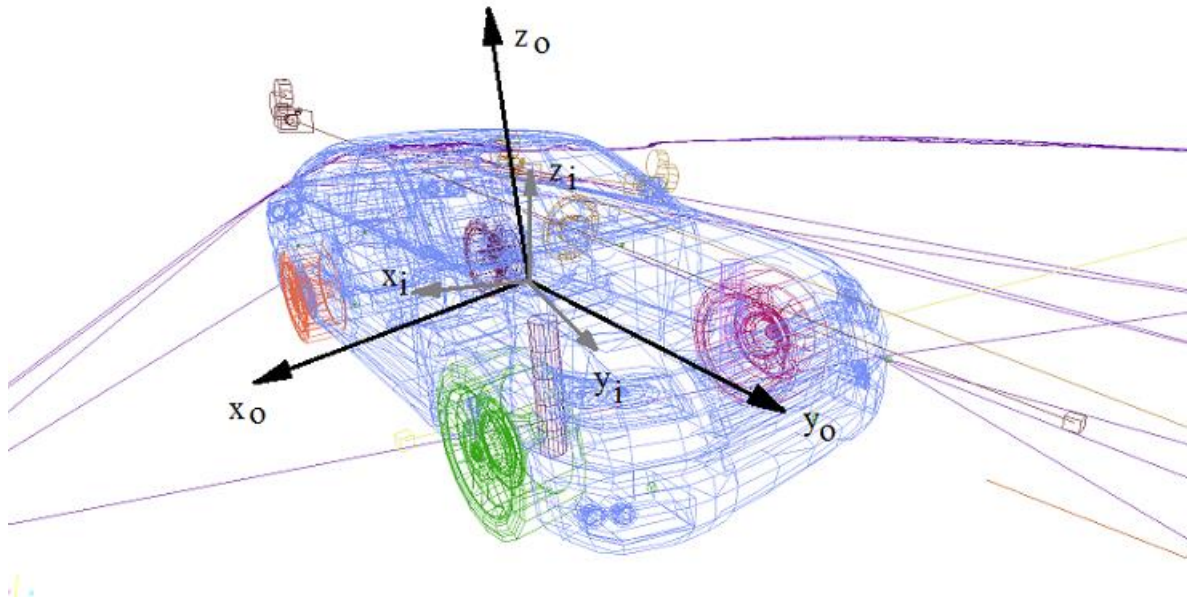


Figura 2.17 Sistemas de coordenadas de objeto del vehículo virtual

Esto implica que la guiñada se realiza alrededor del eje  $z$ , el cabeceo alrededor del eje  $x$  y el rolido alrededor del eje  $y$ .

Una vez determinado el valor de cada ángulo de Euler en coordenadas de objeto (se explica en el próximo capítulo), se debe computar la transformación a coordenadas inerciales, para indicar la orientación global.

Si definimos los ángulos variables como  $g$  para guiñada,  $c$  para cabeceo y  $r$  para rolido, escribimos las matrices de rotación para cada caso:

$$\begin{aligned}
\mathbf{G}(g) &= \begin{bmatrix} \cos(g) & \text{sen}(g) & 0 \\ -\text{sen}(g) & \cos(g) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}(c) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(c) & \text{sen}(c) \\ 0 & -\text{sen}(c) & \cos(c) \end{bmatrix} \\
\mathbf{R}(r) &= \begin{bmatrix} \cos(r) & 0 & -\text{sen}(r) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(r) & 0 & \cos(r) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Realizamos a continuación la transformación de coordenadas, con lo que si el sentido es de inerciales a objeto, las matrices que expresan los ángulos de Euler son  $\mathbf{G}(-g)$ ,  $\mathbf{C}(-c)$ ,  $\mathbf{R}(-r)$ , y la secuencia de la rotación:

$$\mathbf{M}_{\text{inerciales-objeto}} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{R} \tag{2.27}$$

Si el orden de la transformación es de coordenadas de objeto a inerciales, debemos efectivamente deshacer las rotaciones, esto es, invertir la matriz (Ec. (2.27)). Como sabemos que la matriz de rotación es ortogonal, basta con computar la trasposición:

$$\mathbf{M}_{\text{objeto-inerciales}} = (\mathbf{M}_{\text{inerciales-objeto}})^{-1} = (\mathbf{G} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{R})^{-1} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{G}^{-1} \tag{2.28}$$

Lo que finalmente deriva en la matriz de transformación concatenada.

## 2.4 ALGORITMO DE POSICIONAMIENTO DEL VEHÍCULO VIRTUAL:

Luego de modelar el terreno topográfico a partir de la generación de mallas cuyos vértices están posicionados en coordenadas georreferenciadas, y de diseñar o relevar el proyecto geométrico que determina el trazado de la carretera, se debe posicionar el vehículo virtual de manera tal que pueda circular sobre la malla y no la atraviese (fig. 2.18). Esto se realiza por un proceso iterativo.

### 2.4.1 Rayos detectores en las ruedas:

Se generan rayos (Ec. (2)), cuya posición de origen es el centro de las ruedas y su orientación en coordenadas de objeto es  $\mathbf{v}_{ro} = (0, 0, -1)$  (fig. 2.18), y en coordenadas inerciales está dada por:

$$\mathbf{v}_{ri} = [\mathbf{M}_{\text{objeto-inerciales}}]^T \cdot \mathbf{v}_{ro} \tag{2.29}$$

A continuación se calcula la intersección de cada rayo con la malla que representa la superficie de rodamiento. Esta operación se realiza aplicando la Ec. (2.18) a cada rayo, y verificando el producto escalar del denominador con las normales a cada triángulo que forma la malla (capítulo 2.2.8). Cuando se comprueba la intersección, se calcula su posición mediante Ec. (2.2), y se verifica si se encuentra dentro del triángulo que pertenece a ese plano por medio de sus coordenadas baricéntricas, (capítulo 2.2.5) (Ec. (2.11)), si no verifica, se itera hasta la convergencia.

Si no se verifica intersección, implica que el vehículo se encuentra fuera del área de la malla, y se da aviso a través de un mensaje.

Una vez obtenidas las posiciones de los cuatro puntos que definen el plano que forma la base de apoyo del vehículo, se toman tres de ellos, se calculan los vectores marginales Ec. (2.4) y luego la orientación a través de su normal  $\mathbf{n}_{pb}$  Ec. (2.6).

El ángulo de guiñada  $g$  en SCI, es definido por la dinámica rotacional del vehículo en trayectoria curva, por lo tanto, el versor debe ser expresado en SCI, tomando en cuenta esta rotación (Ec. (2.30)):

$$\mathbf{n} = (\mathbf{G}(g))^{-1} \cdot \mathbf{n}_{pb} \quad (2.30)$$

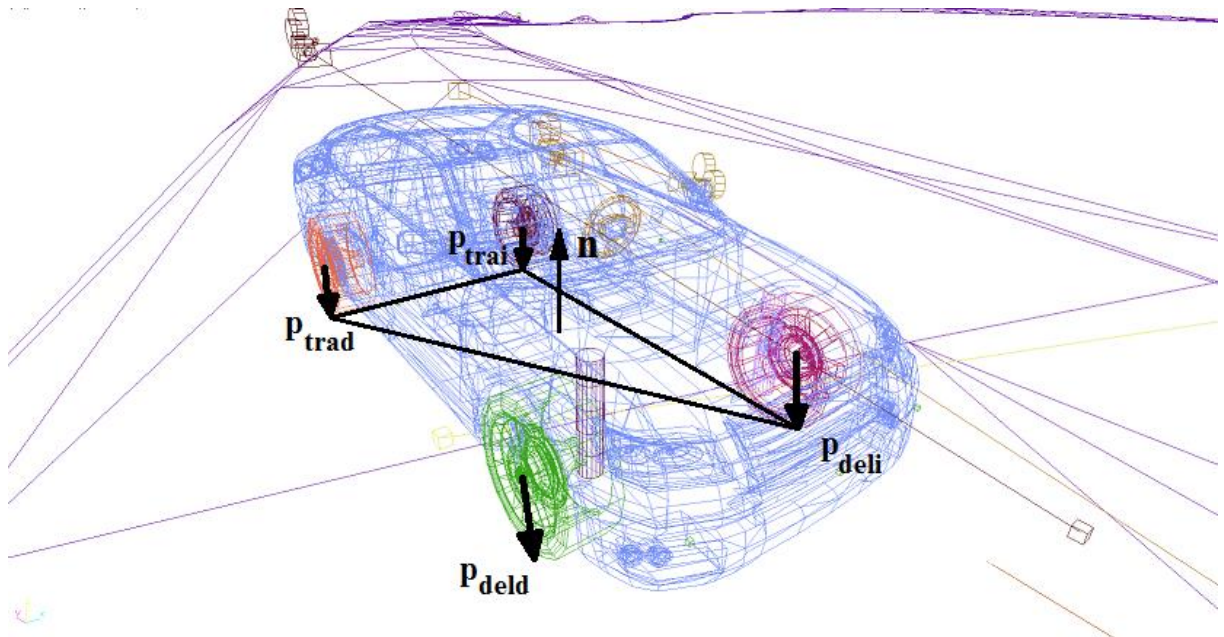


Figura 2.18 Posicionamiento del vehículo sobre la malla

Con esto se calculan los ángulos de rolido y cabeceo del vehículo en SCI en función de la superficie de rodamiento, en cada paso de integración (Ec. (2.31)):



$$\begin{aligned}
 r &= \tan^{-1}\left(\frac{n_x}{n_z}\right) \\
 c &= \tan^{-1}\left(\frac{n_y}{n_z}\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.31}$$

Por último se reubica el centro de gravedad en SCU:

$$\frac{\mathbf{P}_{\text{trai}} + \mathbf{P}_{\text{trad}} + \mathbf{P}_{\text{deli}} + \mathbf{P}_{\text{deld}}}{4} + \mathbf{n} \cdot h_G
 \tag{2.32}$$

Donde,

$\mathbf{P}_{\text{trai}}$ : Punto de intersección de la rueda trasera izquierda

$\mathbf{P}_{\text{trad}}$ : Punto de intersección de la rueda trasera derecha

$\mathbf{P}_{\text{deli}}$ : Punto de intersección de la rueda delantera izquierda

$\mathbf{P}_{\text{deld}}$ : Punto de intersección de la rueda delantera derecha

$h_G$ : altura del centro de gravedad del vehículo con respecto al plano base.

Con estos datos, se vuelve a calcular la matriz de transformación, se aplica la Ec. (2.28), y se repite el proceso de ubicación en la nueva posición.

#### 2.4.2 Detección de objetos circundantes. Colisionadores:

En fig. 2.19 se observan los detectores colocados alrededor del vehículo con la finalidad de que perciba la existencia de objetos circundantes.

Estos detectores son rayos que responden a la Ec. (2.2), cuyo origen es el centro de gravedad de pequeños prismas colocados en las posiciones que se indican en la figura y que se mueven con el vehículo en una relación explicada en capítulo 2.1.5.

Las orientaciones de los vectores en SCO, fueron diseñadas para cubrir el perímetro del vehículo, y sus versores son:

$$\mathbf{v}_{\alpha\omega} = [-\sin(\alpha) \quad \cos(\alpha) \quad 0] \forall \alpha \in A / A = \{0,30,90,150,180,210,270,330\}
 \tag{2.33}$$

La longitud de detección se determina por código, asignando para distintas longitudes, distintas operaciones, es así que si la distancia es menor a un determinado valor establecido, se envía un mensaje de colisión, y se determina que acción seguir.

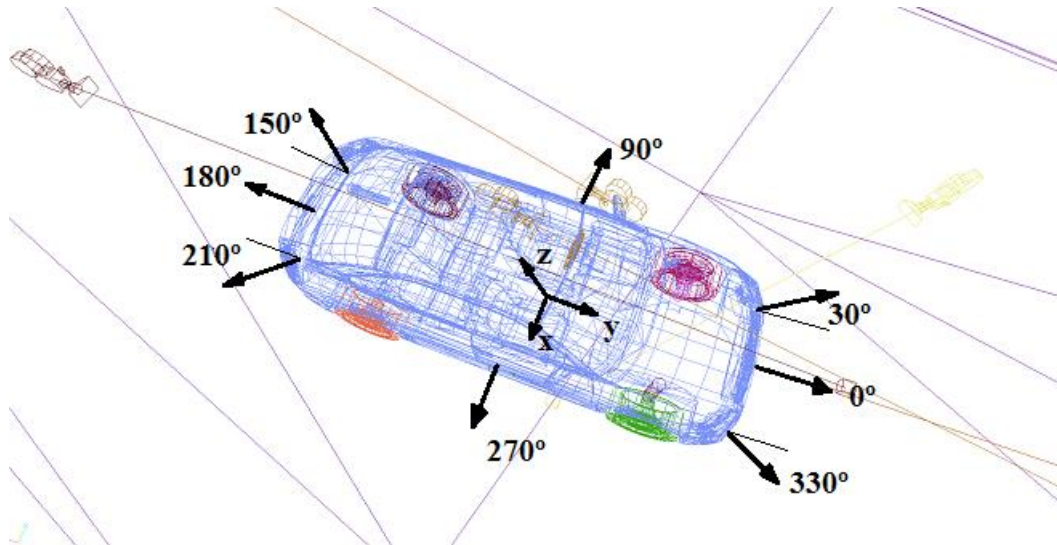


Figura 2.19 Rayos detectores

A medida que el vehículo se mueve, las orientaciones de los rayos detectores deben modificarse en concordancia con los ángulos de Euler que va adquiriendo en cada iteración, y que dependen de la maniobra realizada y de las condiciones de la malla del terreno por donde circula.

En consecuencia, sus direcciones deben ser rotadas y transformadas al SCI:

$$\mathbf{v}_{\alpha i} = [\mathbf{M}_{\text{objeto-inerciales}}]^T \cdot \mathbf{v}_{\alpha o} \quad \forall \alpha \in A / A = \{0, 30, 90, 150, 180, 210, 270, 330\} \quad (2.34)$$

En principio, cada uno de estos rayos ejecuta el procedimiento explicado en capítulo 2.2.7, si se determina intersección primaria, entonces pasa a ejecutar el mismo procedimiento matemático de cálculo que el explicado en el capítulo 2.4.1, al igual que el proceso de iteración, en caso contrario desestima el objeto rápidamente.

Los detectores son de gran utilidad en la simulación del tránsito circundante, ya que colocados en menor cantidad, a  $0^\circ$  y a  $180^\circ$ , en los vehículos conducidos computacionalmente, permiten que el algoritmo realice cambios de velocidades en las proximidades entre ellos, y aplique modelos como por ejemplo “Car Following Theory”.

### 2.4.3 Vectores de movimiento del vehículo virtual:

Los únicos movimientos que un cuerpo rígido puede realizar, son un movimiento lineal asociado con la trayectoria que sigue a través del espacio, y un movimiento rotatorio alrededor de alguno de los ejes.

El movimiento lineal está asociado al comportamiento del vehículo virtual en respuesta al accionamiento del motor que lo impulsa y de las fuerzas resistentes que se oponen al desplazamiento.

El movimiento rotatorio está ligado al comportamiento de los neumáticos en la maniobra de giro, y a las fuerzas que actúan transversalmente a altas velocidades. También está relacionado con la topografía del terreno como ya se explicó.

De manera tal, que los vectores de movimiento de traslación (**Tr**) son en coordenadas locales, SCO, y los de rotación (**Rot**) son en SCI:

- Movimiento Longitudinal:

$$\mathbf{Tr} = \begin{bmatrix} 0 \\ \text{Dinámica Longitudinal} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot} = \begin{bmatrix} c \\ r \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.35)

- Movimiento en curva a baja velocidad:

$$\mathbf{Tr} = \begin{bmatrix} 0 \\ \text{Dinámica Longitudinal} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot} = \begin{bmatrix} c \\ r \\ g : \text{geometría direccional (Ackerman)} \end{bmatrix}$$
(2.36)

- Movimiento en curva a alta velocidad:
- Estable:

$$\mathbf{Tr} = \begin{bmatrix} 0 \\ \text{Dinámica Longitudinal} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot} = \begin{bmatrix} c \\ r \\ g : \text{Dinámica en curva estable} \end{bmatrix}$$
(2.37)

- Inestable

$$\begin{aligned} \mathbf{Tr} &= \begin{bmatrix} \text{Dinámica Lateral} \\ \text{Dinámica Longitudinal} \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{Rot} &= \begin{bmatrix} c \\ r \\ g : \text{Dinámica en curva inestable} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.38)$$

### **3 ANALISIS DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN EN LA INTERFACE NEUMÁTICO – CARRETERA. MODELOS DE SIMULACIÓN**

En los vehículos terrestres, las fuerzas principales de control, tracción y frenado son generadas a nivel de la interface rueda-camino en la superficie de contacto, así como también el confort de marcha y el consumo de combustible.

El estudio y análisis del sistema dinámico generado, es de vital importancia para simular de forma precisa el comportamiento vehicular, a través del ajuste de diferentes parámetros en las ecuaciones involucradas.

Dos tipos de circunstancias pueden ser abordadas con interés para la modelación matemática. Una es la mecánica de los neumáticos circulando en superficies rígidas (hormigón, asfalto, etc), y la otra es la mecánica de neumáticos circulando en superficies deformables como por ejemplo arena, ripio, etc. En este apartado se abordará principalmente la primera, porque es la de mayor incidencia en vehículos comunes de calle transitando carreteras pavimentadas, y en menor medida (a través de coeficientes) la segunda, que es fundamentalmente para vehículos "off-road".

#### **3.1 MECÁNICA DE UN NEUMÁTICO**

La estructura rígida de una rueda está rodeada por un elemento flexible con forma de toroide con aire comprimido en su interior. La parte más importante de un neumático es la carcasa que está compuesta por hilos entrelazados con módulo de elasticidad elevado, insertas en un compuesto de caucho con un módulo de elasticidad bajo. Los hilos son fabricados de material sintético o compuestos metálicos, y están ancladas en el talón, que es fabricado de un cable de acero de alta resistencia revestido con caucho, que se asienta sobre la llanta y transfiere las fuerzas que genera el vehículo (Fig 3.1).

La resistencia del neumático es frecuentemente descrita por el número de carcasas que posee. Algunos automóviles tienen dos carcasas, mientras los aviones comerciales llegan a tener 30 o más.

Las capas internas están fabricadas de diferentes tejidos de poliéster. La capa superior ayuda a sostener la estructura en neumáticos aptos para circular a altas velocidades. La parte interna de la carcasa está compuesta por una fina capa de caucho butilo con alta impermeabilidad al aire para evitar pérdida de presión en neumáticos sin cámara.

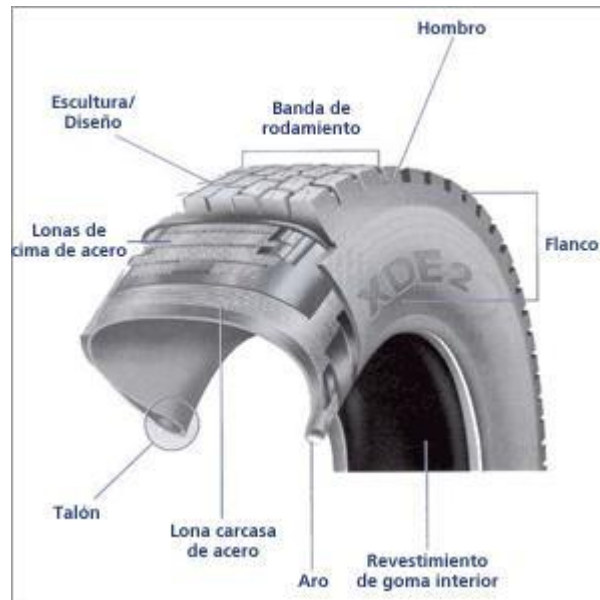


Figura 3.1: Estructura de un neumático

Los cinturones son capas de acero, nylon, poliéster, kevlar, etc. revestidas de caucho extendidas alrededor del neumático por debajo de la banda de rodamiento. Están diseñados para reforzar la carcasa y mantener la banda de rodamiento contra el camino para que haga el mejor contacto posible. Los cinturones evitan la torsión y resisten el daño por impactos y penetraciones.

El flanco provee estabilidad lateral y protege la carcasa ayudando a prevenir el escape de aire.

La banda de rodamiento es la porción del neumático que toma contacto con el camino, está confeccionada de una mezcla de caucho sintético y natural y posee un patrón o dibujo acorde al propósito con que es fabricada la cubierta. Es de mayor importancia en la estructura general del neumático, porque de su compuesto depende la adherencia, gran parte del control y estabilidad en las curvas, la tracción y la posibilidad de que el vehículo sea incidido por el fenómeno de "aquaplaning" en carreteras afectadas por lluvias intensas.

Estructuralmente, existen dos tipos de neumáticos: diagonales y radiales.

En las cubiertas radiales los hilos de la carcasa son colocados perpendiculares a la banda de rodamiento. Con esto se obtiene mayor flexibilidad radial, reducción de la resistencia a la rodadura, y mejora las capacidades en curvas.

En las cubiertas diagonales, los hilos se colocan en capas sucesivas a  $30^\circ$  o  $40^\circ$  unos de otros.

La diferencia más importante en la dinámica de las cubiertas diagonales y radiales, es su diferente grado de adherencia al camino cuando son afectadas de fuerzas laterales. En las primeras, la disposición de los hilos de la carcasa hace que el neumático trabaje como un todo sin independencia entre la deformación del flanco y de la banda de rodamiento, esto provoca que la huella de contacto disminuya y que la tracción decrezca (Fig. 3.2 (b)).

En las cubiertas radiales, la disposición de los hilos, da independencia de acción a la deformación del flanco y la banda de rodamiento, logrando mantener la huella de contacto y la adherencia (Fig. 3.2 (a))

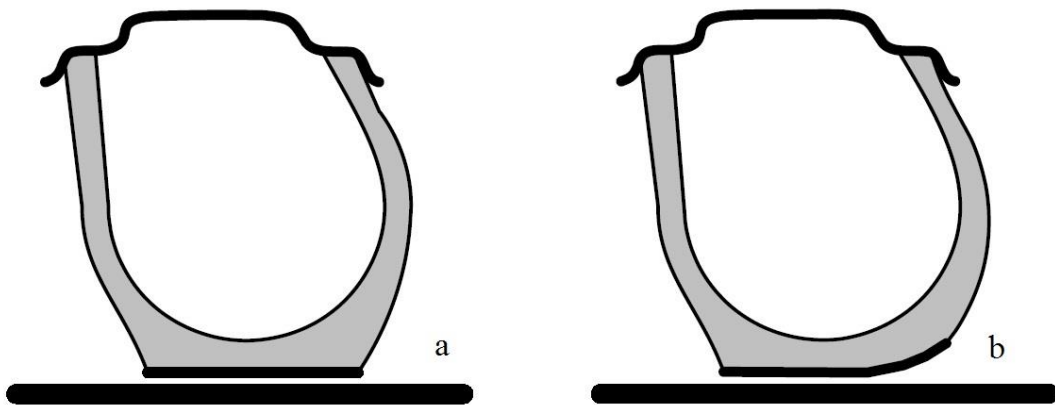


Figura 3.2: a) Neumático Radial – b) Neumático Diagonal

En el Mercosur los neumáticos son identificados con una serie de cuatro números y dos letras, como por ejemplo 215/65R16 98H, lo que implica:

- 215: Ancho de la cubierta descargada de flanco a flanco en mm ( $A_n$ ).
- 65: Indica que la altura del flanco es el 65% del ancho ( $P_a$ ).
- R: Cubierta radial.
- 16: Diámetro de la llanta en pulgadas ( $D_c$ )
- 98: Código que indica el peso máximo que soporta el neumático, en este caso 750 kg.

- H: Velocidad máxima a la cual puede llegar el vehículo por 10 minutos antes de producirse daños irreversibles, en este caso 210 kph.

De esta manera se puede obtener el radio geométrico en mm  $R_g$  del neumático Ec.

(3.1).

$$R_g = \frac{An \cdot \frac{Pa}{100} \cdot 2 + Dc \cdot 25.4}{2} \quad (3.1)$$

### 3.2 FUERZAS Y MOMENTOS:

Para describir las características de un neumático y las fuerzas y momentos que se generan a partir de su acción, debemos definir un sistema de ejes de referencia:

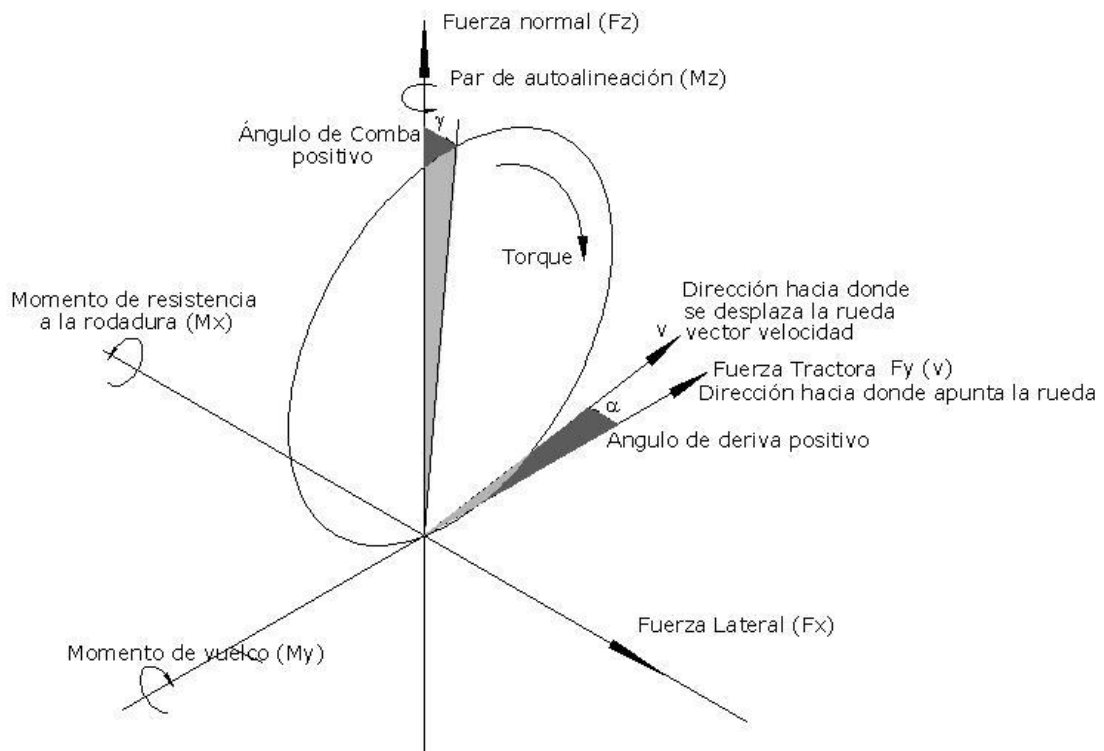


Figura 3.3: Sistema de Coordenadas del Neumático

El origen de coordenadas está en el centro de la huella de contacto.

El sistema utilizado es levemente diferente del que recomienda la SAE (Society of Automotive Engineers), ya que hemos considerado que la dirección hacia donde apunta el neumático es el eje "y" y que la fuerza lateral actúa sobre el eje "x", esto surgió del modelado tridimensional del escenario y entorno, y se considera un cambio que no altera la simulación.



Como vemos en la Fig. 3.3, existen tres fuerzas y tres momentos que rigen el movimiento de un neumático:

- Fuerza tractora: es la resultante de las fuerzas que impulsan al vehículo, si esta es  $> 0$  o que frenan al vehículo si es  $< 0$ .
- Fuerza lateral: es perpendicular a la anterior y producida principalmente por la aceleración lateral en curvas. Es positiva hacia la derecha y negativa a la izquierda.
- Fuerza normal: es perpendicular a las dos anteriores, y representa la reacción del peso del vehículo que le corresponde a cada rueda. Positiva hacia arriba.
- Momento de vuelco: es el momento ejercido por el camino sobre el neumático.
- Momento de resistencia a la rodadura: es el momento que tiende a frenar el movimiento de la rueda debido principalmente a la deformación del neumático.
- Par de auto alineación: es el momento que tiende a enderezar la rueda luego de efectuar una maniobra de giro.

Tenemos dos ángulos importantes asociados con el giro de la rueda: el ángulo de comba, que es dado mecánicamente al vehículo para proveerle fuerza de sustentación lateral, y el ángulo de deriva que es el ángulo entre el vector velocidad y la verdadera trayectoria, se produce debido a la deformación del neumático principalmente en curvas.

### 3.3 RIGIDEZ DE UN NEUMÁTICO:

La deformación de un neumático en respuesta a las fuerzas aplicadas desde el camino en cualquier dirección es una parte principal de la dinámica de vehículos, y el cálculo de su rigidez está basado en diferentes experimentos que dependen de sus propiedades mecánicas y las condiciones del medio ambiente.

La rigidez de un neumático está firmemente ligada a la dirección que se considera para su estudio, esto es, las cargas verticales que producen una tensión normal, o las cargas horizontales ya sean longitudinales o transversales que producen tensiones tangenciales en la huella de contacto.

La rigidez de las cubiertas radiales, por ejemplo está dividida en dos partes. Por un lado el flanco tiene una rigidez pequeña por la disposición de sus hilos en la carcasa, y por otro lado, la banda de rodadura tiene una rigidez grande por la existencia de los cinturones, como se explicó en el apartado anterior y Fig. 3.2.

Si consideramos una rueda cargada verticalmente sobre una superficie rígida y plana, veremos que como reacción a la carga, el neumático se deforma y genera una superficie de presión en la huella de contacto (Fig. 3.4).

La fuerza de reacción puede ser considerada como una función de la deformación de la cubierta de caucho:

$$F_z = f(\Delta_z) \quad (3.2)$$

Si se construye una curva experimental entre estas dos variables, obtendremos el gráfico de la Fig. 3.5 (Jazar R., 2008) en la que podemos observar que la relación en este caso es casi lineal, por lo que podemos expresar en ese rango:

$$F_z = \frac{\partial f}{\partial(\Delta_z)} \cdot \Delta_z \quad (3.3)$$



Figura 3.4: Neumático cargado verticalmente

En donde  $\frac{\partial f}{\partial(\Delta_z)}$  es la pendiente de la curva en el punto inicial, y se la denomina coeficiente de rigidez  $k_z$ .

Por lo tanto, la deformación normal  $\Delta_z$ , permanece proporcional a la fuerza vertical  $F_z$  (Fig. 3.5).

$$F_z = K_z \cdot \Delta_z \quad (3.4)$$

La curva de rigidez puede ser influenciada por muchos parámetros, siendo el principal la presión de inflado.

La distribución de presiones en la huella de contacto es representada en la Fig. 3.6, en donde podemos ver un gráfico tridimensional y dos cortes, uno transversal y otro longitudinal.

En el centro del corte longitudinal (plano Z-X), el valor de la presión  $\sigma_z$  está cercano a la presión de inflado, y en los bordes es mayor.

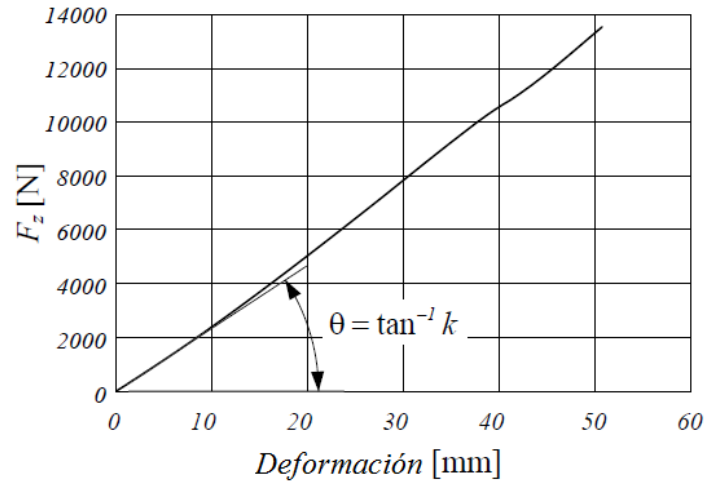


Figura 3.5: Gráfico de relación fuerza vertical – deformación. (Jazar R., 2008)

Si la rueda está detenida, la distribución es simétrica con respecto al eje Z en el plano Z-X, pero si ésta gira, la distribución se mueve hacia el sentido del giro, lo que da origen a la fuerza de resistencia a la rodadura, que se explicará más adelante.

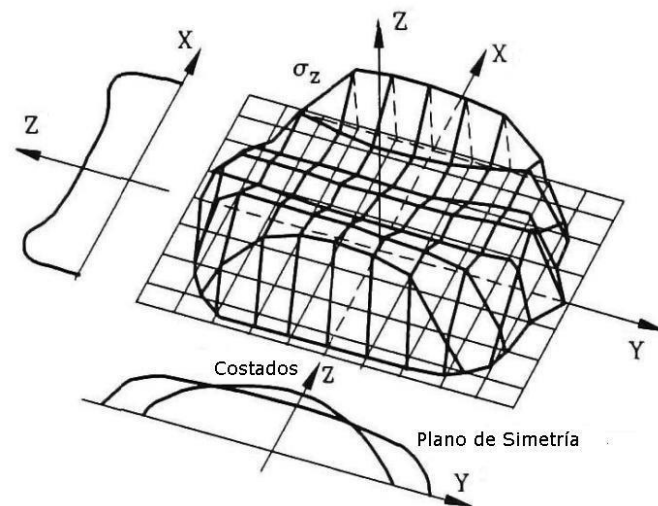


Figura 3.6: Distribución de presiones en la huella de contacto. (Genta G., 2006)

De la misma manera se pueden analizar las fuerzas horizontales o tangenciales, longitudinales y transversales, realizando ensayos experimentales y construyendo las curvas que las relacionan con sus respectivas deformaciones, cuando el neumático está en operación. Es así que se presenta el diagrama de Fig. 3.7 (Jazar R., 2008), en donde se observa que en todos los casos estudiados, la curva presenta una linealidad hasta cierto valor de deformación,

por lo que se puede proceder analíticamente calculando las derivadas parciales en el punto de origen como lo hicimos anteriormente, y determinando las rigideces en los sentidos que corresponden.

Las fuerzas longitudinal y lateral están limitadas por la fuerza de sustentación al deslizamiento, considerando la carga vertical del neumático.

Como una aproximación se puede considerar entonces, que las fuerzas generadas en esta zona, pueden ser calculadas como una función lineal a las deformaciones  $\Delta$  medidas, dentro de un cierto rango.

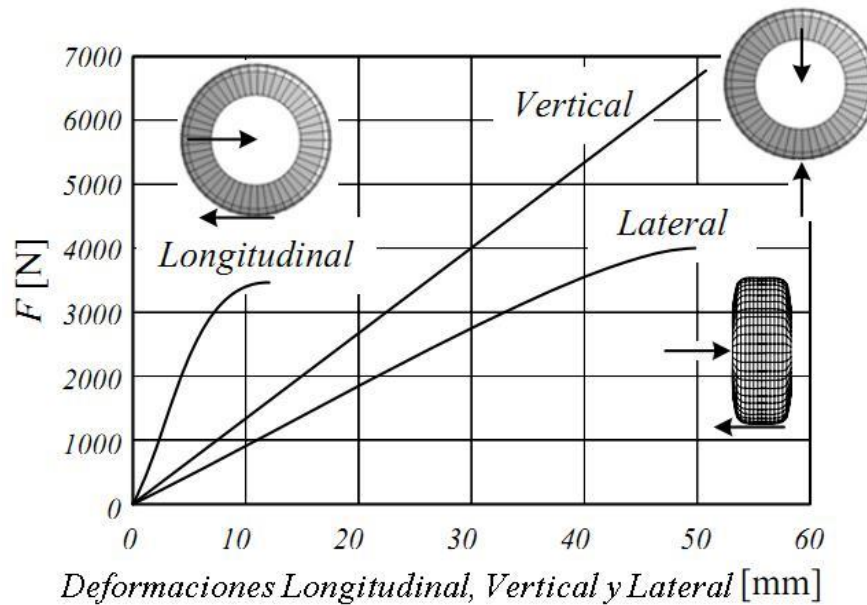


Figura 3.7: Deformaciones del neumático en las diferentes direcciones. (Jazar R., 2008)

Es así que podemos expresar las siguientes ecuaciones:

$$F_x = k_x \cdot \Delta_x \quad (3.5)$$

$$F_y = k_y \cdot \Delta_y \quad (3.6)$$

En las cuales  $k_x$  y  $k_y$ , son los coeficientes de rigidez en sentido X e Y.

En el presente trabajo, y como principal objetivo del proyecto general hasta el momento en que se escribe este artículo, se plantea la obtención de una herramienta de simulación que permita ser utilizada para la verificación de las condiciones geométricas de un trayecto de ruta, obteniendo perfiles de velocidades, aceleraciones, desplazamientos, pendientes etc. en tramos rectos y curvos, y a partir de ellos, verificar si la velocidad

operacional está dentro del entorno de valores de la velocidad directriz del proyecto con el fin de clasificarlo mediante un índice denominado de consistencia geométrica, que determina la mayor o menor seguridad y confort para el usuario en el manejo del vehículo.

Es por esto que consideramos utilizar las ecuaciones explicadas, dentro de la linealidad, ya que el ritmo de conducción del vehículo virtual que se presenta en la simulación, no debe exceder condiciones límites de deslizamiento o deformación excesiva del neumático (conducción en competencia), por lo que se estima que la simplificación es válida.

Debemos destacar en este apartado que el comportamiento de un neumático de caucho en carga y descarga no es el mismo, esto es, la curva de carga del neumático, no coincide con la curva de descarga (Fig. 3.8) (Jazar R. 2008).

Como vemos en la gráfica, la curva de descarga se desarrolla levemente por debajo de la curva de carga. Esto se debe al efecto denominado "histéresis", según el cual, la energía de deformación es mayor que la energía de recupero, y el espacio que resta entre las curvas es energía disipada.

En el caso de la cubierta de un vehículo, a medida que rota bajo el peso del rodado, se producen diversos procesos de carga y descarga que se transforman en energía disipada en forma de calor.

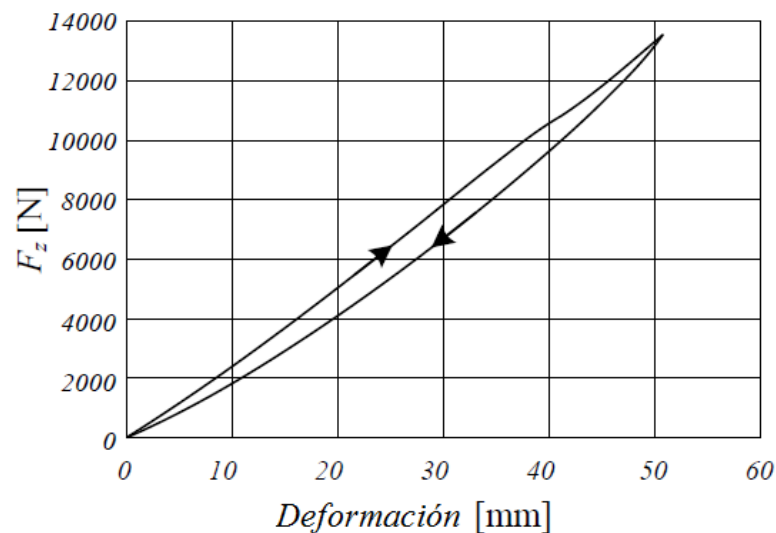


Figura 3.8: Efecto de Histéresis en la carga y descarga de un neumático. (Jazar R. 2008)

El efecto de histéresis se da porque cuando el neumático gira sobre las superficies irregulares de una pista, en la zona delantera de la huella de contacto se produce la carga y

deformación del caucho, que luego no es recuperado al mismo ritmo en la zona trasera, por lo que no puede empujar la huella contra el camino como lo hace en la zona delantera. La diferencia de presiones entre ambas zonas provoca la fuerza de resistencia a la rodadura.

La histéresis es inversamente proporcional a la distancia de frenado, esto es, cuando mayor es la histéresis, menor es la distancia de frenado, por lo tanto se desgasta más rápido y tiene menor vida útil, como acontece por ejemplo en las cubiertas de los autos de carrera, que poseen mayor histéresis para controlar mejor la tracción y la fricción.

### 3.4 RADIO EFECTIVO:

El radio efectivo o radio dinámico de un neumático se debe a su condición de estar fabricado con un material elasto-plástico, es decir deformable bajo carga y en operación. Si consideramos una rueda de material rígido, la relación entre la velocidad angular de la rueda  $\omega_R$  y la velocidad lineal de la misma  $v_R$ , es simplemente:

$$v_R = \omega_R \cdot R_g \quad (3.7)$$

En donde  $R_g$ , es el radio geométrico.

Sin embargo, para una rueda de caucho, debemos definir el radio efectivo, como la relación existente entre la velocidad angular y la velocidad lineal, pero medida efectivamente en campo.

Esto se debe a que si seguimos una partícula del perímetro de la rueda, veremos que su velocidad está lejos de ser constante, ya que entre la rueda y la superficie no hay un punto, sino un área de contacto y una deformación (Fig. 3.9).

Por lo tanto, en las proximidades de esa área de contacto, en la "zona a", la partícula se frena debido a la compresión de la banda de rodadura. En la "zona b" o de contacto, hay un deslizamiento muy limitado y la velocidad de la partícula coincide con la velocidad en el centro de la rueda, luego en la "zona c", la banda de rodadura sufre un estiramiento, la partícula se acelera y vuelve a retomar la velocidad de giro libre, esto es, la regida por la Ec. (3.7).

Como consecuencia de esto, la velocidad de giro de un neumático de caucho es menor que la velocidad de giro de una rueda rígida con el mismo radio cargado  $R_c$ , y la misma

velocidad lineal, ya que el radio efectivo, será menor que el radio geométrico, pero mayor que el radio cargado:  $R_c < R_e < R_g$ .

El centro de rotación de la rueda descansa un poco por debajo de la superficie de rodamiento, como se observa en la Fig. 3.9, en el punto A.

Como estimación práctica, el radio efectivo se puede calcular sustituyendo el arco de la rueda libre, con una recta en la huella de contacto y haciendo:

$$R_g - R_c = R_g \cdot (1 - \cos(\phi)) \quad (3.8)$$

$$R_c = R_g \cdot \cos(\phi) \quad (3.9)$$

$$a = R_g \cdot \sin(\phi) \quad (3.10)$$

Si el movimiento del neumático lo comparamos con el de un disco rígido con radio  $R_e$ , el neumático se moverá una distancia  $R_e \cdot \phi$  para una rotación angular  $\phi$  en un instante del tiempo será:

$$a = R_g \cdot \sin(\phi) = R_e \cdot \phi \quad (3.11)$$

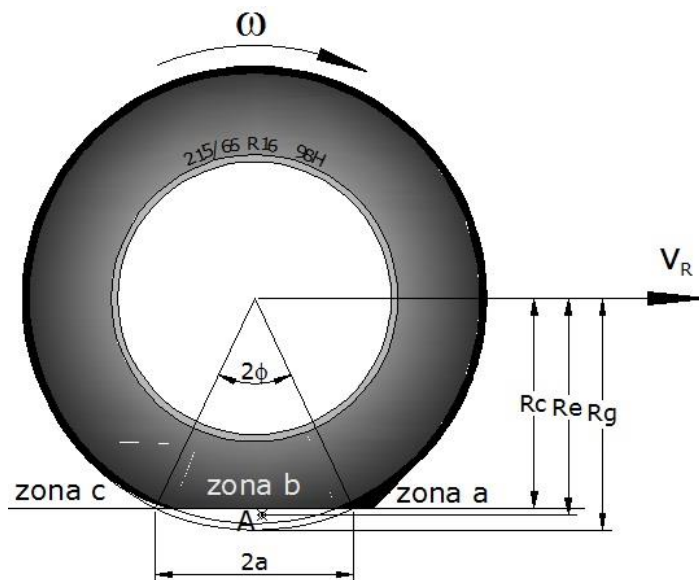


Figura 3.9: Radio efectivo en giro libre.

Por lo que finalmente:

$$R_e = \frac{R_g \cdot \sin(\phi)}{\phi} \quad (3.12)$$

Como una aproximación, podemos decir que el radio efectivo de un neumático radial es:

$$R_e \approx 0.98 \cdot R_g \quad (3.13)$$

Y para un neumático diagonal:

$$R_e \approx 0.96 \cdot R_g \quad (3.14)$$

Esto es porque el neumático radial tiene menor rigidez radial que el diagonal.

El radio efectivo depende de varios factores como por ejemplo, carga sobre la rueda, presión de inflado, desgaste de la cubierta, etc. Un elemento para analizar en detalle es la velocidad de giro de la rueda, ya que esto provoca su expansión debido a las fuerzas centrífugas, aumentando los respectivos radios geométrico, efectivo y cargado.

En el presente trabajo, se ha tomado el valor de la Ec. (3.13), ya que los vehículos actuales vienen equipados con neumáticos radiales.

### 3.5 FUERZAS LONGITUDINALES (TRACCIÓN Y FRENADO):

Para acelerar o frenar un vehículo, se deben generar fuerzas longitudinales entre el neumático y la carretera. Estas fuerzas provocan deformaciones debido al material elasto-plástico con que está fabricado el neumático, que hacen que se deban tener consideraciones especiales en el tratamiento del giro, y que lo hagan sensiblemente diferente a una rueda de material rígido.

Cuando un torque de tracción ( $M_t$ ) es aplicado a la rueda, una fuerza de tracción se genera en la huella de contacto, la parte delantera del neumático marcado como "zona a" en la Fig. 3.10, se comprime (aún más que la rueda en giro libre explicado anteriormente), y en la "zona c", la banda de rodamiento se estira, sin embargo luego de cierto rango, en la "zona b" comenzará a producirse un deslizamiento cuya área se irá incrementando a medida que el torque del motor se incremente.

Esta mayor deformación y deslizamiento causa que la distancia que se desplaza la rueda en tracción sea menor que la de la rueda en giro libre (a la misma velocidad angular), por lo tanto como se ve en la figura, el radio efectivo puede llegar a ser menor inclusive que el radio cargado cuando el torque de aceleración es muy grande. En la condición de borde,



puede ocurrir que la rueda rote, pero que no se desplace, en lo que tendremos deslizamiento pleno.

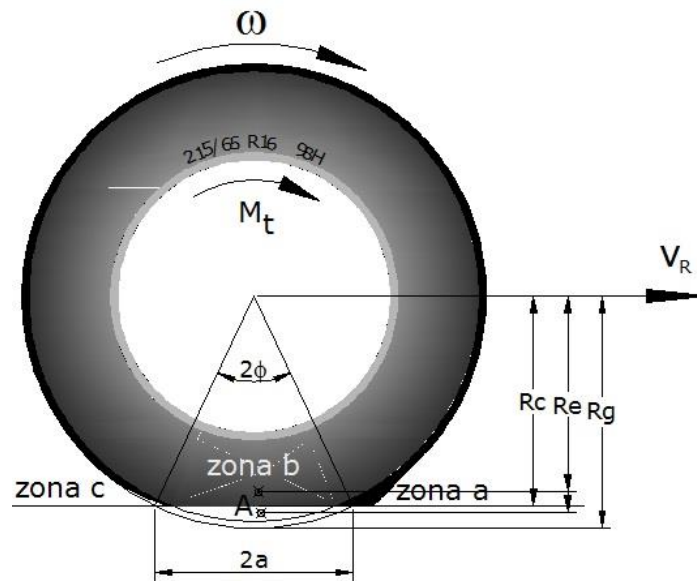


Figura 3.10: Radio efectivo en tracción

Cuando aplicamos un torque de frenado ( $M_f$ ), ocurre lo contrario, esto es, la banda de rodamiento en la "zona a" se estira (Fig. 3.11), y la "zona c", se comprime, con la existencia de deslizamiento luego de cierto rango en la "zona b", que depende de la intensidad del torque de frenado.

La condición de borde es determinada por una velocidad angular cero en la rueda, pero con desplazamiento pleno, es decir, velocidad lineal distinta de cero, esto es lo que se señala como "bloqueo".

Como consecuencia de la deformación y el deslizamiento, cuando se ejecuta la acción de frenado, el neumático recorre mayor distancia que si estuviera en giro libre (a la misma velocidad angular), por lo tanto, como se ve en la figura, el radio dinámico crece entorno al radio geométrico e incluso para un torque muy grande puede superarlo, ubicándose el centro de rotación "A", por debajo de él.

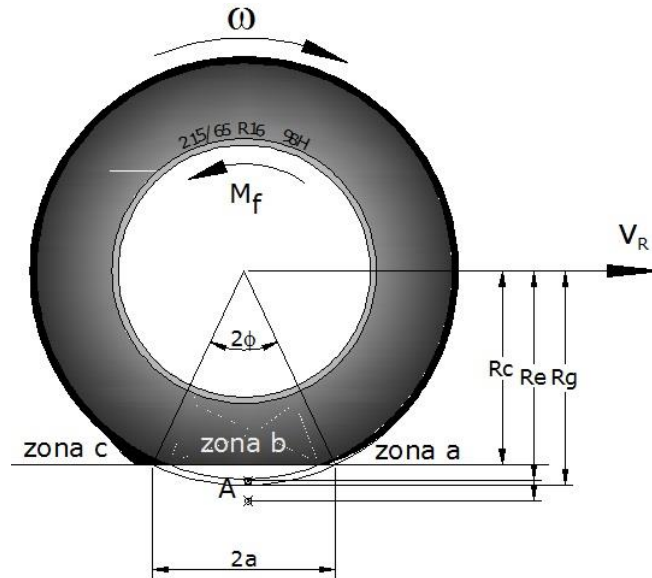


Figura 3.11: Radio efectivo en frenado

A este fenómeno, en general se lo denomina deslizamiento longitudinal  $s$ , que es usualmente definido como:

$$s = \frac{\omega_R \cdot R_g}{v_R} - 1 \quad (3.15)$$

Donde  $\omega_R$ ,  $R_g$  y  $v_R$ , fueron especificados anteriormente.

En este caso:

$$v_R \neq \omega_R \cdot R_g \quad (3.16)$$

Cuando el neumático se encuentra afectado de un torque de aceleración tendremos:

$$v_R < \omega_R \cdot R_g \quad (3.17)$$

Y entonces el deslizamiento longitudinal es positivo Ec. (3.15).

Analizando la condición de borde en aceleración, mencionada anteriormente, tendremos al neumático girando, mientras la velocidad de traslación en el eje  $v_R = 0$ , esto es,  $s = \infty$  Ec. (3.15), por lo que el deslizamiento en aceleración está limitado por los valores  $0 < s < \infty$ .

Cuando el neumático se encuentre afectado por un torque de frenado tendremos:

$$v_R > \omega_R \cdot R_g \quad (3.18)$$

Y en este caso el deslizamiento longitudinal será negativo Ec. (3.15).

Analizando la condición de borde en frenado, mencionada anteriormente, tendremos al neumático con rotación cero, mientras la velocidad de traslación en el eje  $v_R \neq 0$ , esto es,  $s = -1$  Ec. (3.15), por lo que el deslizamiento en frenado está limitado por los valores  $-1 < s < 0$ .

La fuerza de tracción es proporcional a la carga sobre el neumático a través del coeficiente de fricción o adherencia longitudinal:

$$F_y = \mu_y(s) \cdot F_z \quad (3.19)$$

Donde  $F_y$  es la fuerza de tracción longitudinal,  $\mu_y(s)$  coeficiente de fricción longitudinal, y  $F_z$  la carga sobre la rueda.

El coeficiente de fricción longitudinal es función del deslizamiento  $s$ , y puede ser graficado a partir de curvas experimentales que van a diferir en función de diferentes condiciones de entorno, como por ejemplo, tipo de superficie de rodamiento, clima, tipo de neumático, etc. Presentamos un ejemplo en (Fig. 3.12) (Jazar R. 2008).

Analizando este gráfico, vemos que el coeficiente de adherencia longitudinal puede ser asumido proporcional al deslizamiento cuando éste no supera un valor aproximado de 0.04 en aceleración y -0.04 en frenado indicado con OA en la figura, en realidad en este intervalo, el deslizamiento es provocado principalmente por la deformación de la banda de rodamiento del neumático en el período elástico, y no hay un desplazamiento real relativo entre la rueda y el camino. Cuando se aumenta el torque de tracción o de frenado, se comienza a producir deslizamiento y movimiento relativo en parte de la huella de contacto (Fig. 3.13 a), entrando en la zona de la gráfica en donde la relación entre el coeficiente y el deslizamiento no es lineal, hasta que el valor del torque hace que el deslizamiento abarque casi toda la huella de contacto (Fig. 3.13 c), y se produzcan las condiciones de borde explicadas.

Hay dos valores notables del coeficiente de adherencia longitudinal (Fig. 3.12),  $\mu_{tp}$  y  $\mu_{fp}$ , que son los coeficientes de tracción y frenado máximos o valores pico, para un deslizamiento de aproximadamente 0.1, luego de ese pico, se produce una disminución y se arriba a un valor prácticamente constante,  $\mu_{td}$  y  $\mu_{fd}$  que son los coeficientes de tracción y frenado dinámico. Esto ocurre a partir de un deslizamiento de aproximadamente 0.3.

Esta zona es de inestabilidad y de baja o ninguna maniobrabilidad para el uso práctico de un vehículo, por lo que en este trabajo, y atendiendo al objetivo principal, no es modelado. En su lugar se considera que el vehículo posee control de tracción en el arranque, y sistema antibloqueo en el frenado, por lo que siempre se mantendrá en torno a los valores pico (apartado 4).

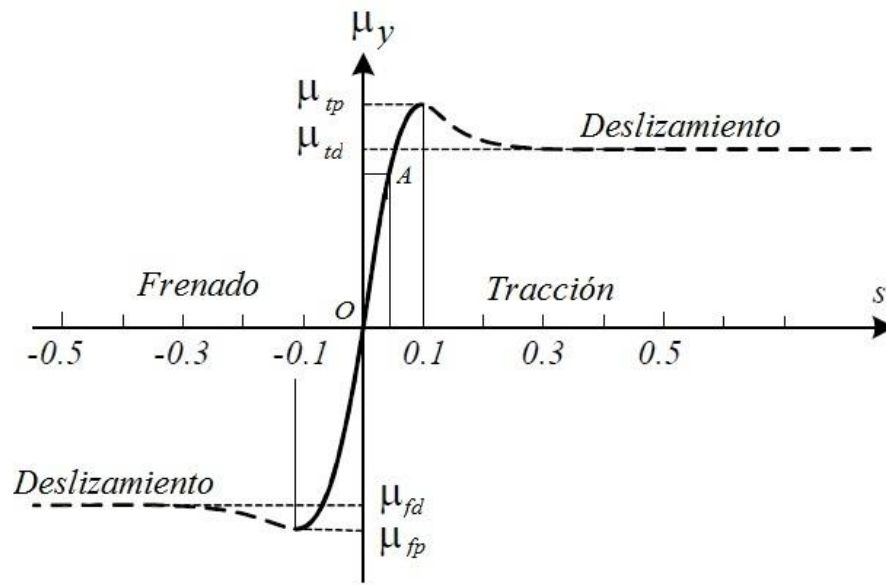


Figura 3.12: Relación coeficiente de fricción longitudinal – Deslizamiento (Jazar R. 2008)

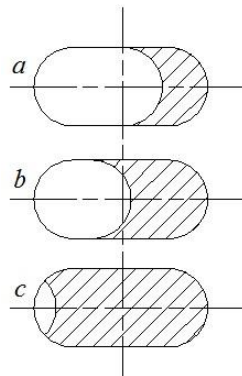


Figura 3.13: Huella de contacto con aumento de deslizamiento

En tabla 3.1 son presentados valores promedio del coeficiente de adherencia longitudinal.

En lo que se refiere al desgaste de la banda de rodamiento, podemos decir que la fuerza de tracción se incrementa a medida que este se produce, esto es, hay un incremento del coeficiente de adherencia máximo, principalmente a altas velocidades.

<i>Valores promedio del coeficiente de fricción longitudinal</i>		
<i>Superficie de rodamiento</i>	<i>Valor máximo de <math>\mu</math></i>	<i>Valor de deslizamiento de <math>\mu</math></i>
<i>Asfalto seco</i>	0.8-0.9	0.75
<i>Hormigón seco</i>	0.8-0.9	0.76
<i>Asfalto húmedo</i>	0.5-0.7	0.45-0.6
<i>Hormigón húmedo</i>	0.8	0.7
<i>Grava</i>	0.6	0.55
<i>Nieve</i>	0.2	0.15
<i>Hielo</i>	0.1	0.07

Tabla 3.1: Valores del coeficiente de fricción longitudinal

Sin embargo hay que aclarar que este fenómeno se da en superficies perfectamente secas, mientras que cuando la superficie presenta la más mínima capa de agua, este resultado cambia drásticamente, y la tracción cae estrepitosamente, tornándose el vehículo afectado, rápidamente incontrolable aún a bajas velocidades, y apareciendo tempranamente el fenómeno de hidropneumático o "aquaplaning", que es precisamente uno de los problemas más importantes y que más accidentes frontales provoca, por cambio de carril repentino en carreteras afectadas por lluvias intensas.

Esto es producido por la pérdida de contacto entre el neumático y la superficie de rodamiento debido a la existencia de una película de agua entre ellos. En estas condiciones la banda de rodamiento debe despejar el líquido valiéndose de la trama y la profundidad de dibujo del neumático.

Un modelo para representar la fuerza de despeje o hidrodinámica, es presentado por (Wong J. Y., 2001), en el que vincula la fuerza referida con la densidad del líquido, el área de contacto, y la velocidad de la siguiente manera:

$$F \approx \rho_f \cdot A \cdot v^2 \quad (3.20)$$

Donde  $\rho_f$  es la densidad del fluido,  $A$  es el área de contacto, y  $v$  la velocidad.

Como se puede apreciar fácilmente al observar la Ec. (3.20), hay una dependencia de la fuerza con el área de contacto de la banda de rodamiento y tomando en cuenta que:

$$A = L_h \cdot a_h \quad (3.21)$$

Donde  $L_h$  y  $a_h$  son respectivamente la longitud y el ancho de la huella de contacto, tendremos:

$$F \approx \rho_f \cdot L_h \cdot a_h \cdot v^2 \quad (3.22)$$

Si observamos la construcción de un neumático, veremos que se le practican surcos de canalización a la banda de rodadura (Fig. 3.14), para lograr disminuir el ancho total en varios anchos parciales  $a_h/n$ , y de esta manera disminuir la fuerza necesaria de despeje  $n$  veces:

$$F \approx \rho_f \cdot L_h \cdot \frac{a_h}{n} \cdot v^2 \quad (3.23)$$



Figura 3.14: Surcos del neumático para canalizar el agua

La ecuación (3.20), da un peso cuadrático a la velocidad de circulación, que hace que la fuerza necesaria para el desalojo tenga una variación muy grande a medida que la velocidad se hace mayor.

En el momento de producirse un hidropneumático pleno, la fuerza hidrodinámica sobre el área de la huella  $\frac{F}{A}$  se denomina presión de soporte del neumático, la cual se aproxima a la presión de inflado  $p$ . Siguiendo este razonamiento, podemos obtener la velocidad de hidropneumático como:

$$v_H = \sqrt{\frac{p}{\rho_f}} \quad (3.24)$$

Considerando la densidad del agua, finalmente obtenemos la ecuación propuesta por Horne y Joyner en mph Ec. (3.25) y kph Ec. (3.26).

$$v_H = 10.35 \cdot \sqrt{p} \quad (3.25)$$

$$v_H = 6.34 \cdot \sqrt{p} \quad (3.26)$$

Donde  $p$  es la presión de inflado en p.s.i. Ec. (25) y en kPa Ec. (26).

Muchos modelos de simulación empíricos han sido desarrollados para representar matemáticamente el comportamiento explicado en Fig. 3.12, sin embargo, solo algunos de ellos son lo suficientemente simples y precisos para asegurar una aplicación confiable.

El más utilizado es el modelo presentado en 1991 por Hans B. Pacejka conocido como "Magic Formula" cuya expresión para la fuerza de tracción longitudinal es:

$$F_x(s) = D \cdot \text{sen}(C \cdot \arctan\{B \cdot (1 - E) \cdot (s + Sh) + E \cdot \arctan[B \cdot (s + Sh)]\}) + S_v \quad (3.27)$$

O también para el coeficiente de adherencia longitudinal:

$$\mu(s) = D \cdot \text{sen}(C \cdot \arctan\{B \cdot s - E \cdot (B \cdot s - \arctan(B \cdot s))\}) \quad (3.28)$$

Donde los coeficientes  $B$ ,  $C$ ,  $D$  y  $E$ , son coeficientes que se obtienen experimentalmente para cada tipo de neumático, y que dependen de la carga vertical sobre la rueda. No tienen un significado físico directo.

En 2002, De-Wit presenta el modelo:

$$\mu(s) = c_1 \cdot \sqrt{s} - c_2 \cdot s \quad (3.29)$$

En donde solo se necesitan dos coeficientes.

En todos los casos, es necesario obtener al menos una curva experimental como la de la Fig. 3.12 para ajustar los coeficientes mencionados, lo cual dificulta la utilización de estos modelos.

Algunos valores generales pueden ser encontrados en (Genta G., 2006) apéndice A, o en (Wong J. Y., 2001).

## 4 DINÁMICA LONGITUDINAL

La dinámica longitudinal es el primer paso a contemplar en el desarrollo de una herramienta de simulación (Beckman, 1991) y se refiere a modelar matemáticamente cuestiones referentes a aceleración y frenado, teniendo en cuenta curvas de entrega de potencia y torque para diferentes modelos de automóviles y tipos de motores, interacción cubierta de caucho – carpeta de rodamiento, relaciones de transmisión y fuerzas de oposición al movimiento.

### 4.1 ACELERACIÓN

#### 4.1.1 Dinámica del motor:

La fuente de propulsión de los transportes carreteros es el motor de combustión interna. Este puede ser caracterizado por su entrega de potencia y torque, y por la relación de éstos parámetros con la velocidad angular del motor a través de gráficos característicos.

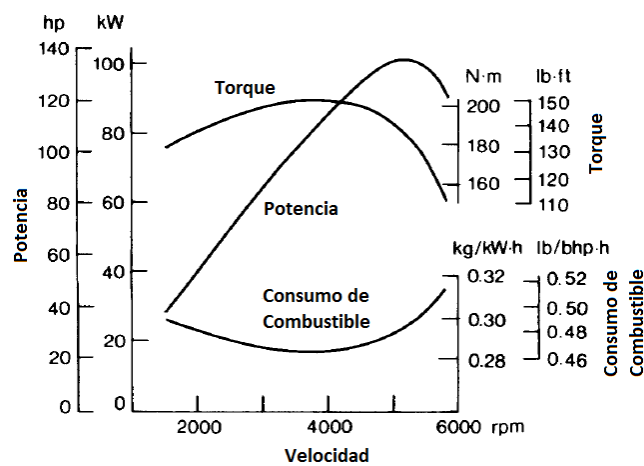


Figura 4.1: Performance de Potencia y Torque para un motor de combustión interna encendido por chispa

La función entre potencia y velocidad angular  $P = P(\omega)$  es determinada experimentalmente en bancos de prueba, sin embargo, puede ser modelada por medio de un polinomio de tercer grado (Jazar R., 2008).



$$P = \sum_{i=1}^3 P_i \cdot \omega^i = P_1 \cdot \omega + P_2 \cdot \omega^2 + P_3 \cdot \omega^3 = \frac{P_M}{\omega_M} \cdot \omega + \frac{P_M}{\omega_M^2} \cdot \omega^2 - \frac{P_M}{\omega_M^3} \cdot \omega^3 \quad (4.1)$$

La Ec (4.1) es utilizada para motores alimentados a nafta, en donde  $\omega_M$  es la velocidad angular del motor en rpm, en el momento en que se produce la entrega de máxima potencia  $P_M$  en kW o HP, y  $\omega$  es la velocidad angular variable en la modelación.

La potencia y el torque están relacionados por la siguiente igualdad:

$$P \left( lb - \frac{pie}{seg} \right) = T ( lb - pie ) \cdot \omega \left( \frac{rad}{seg} \right) \quad (4.2)$$

Para que la potencia sea expresada en HP y la velocidad angular en RPM, modificamos levemente la ecuación y obtenemos la expresión del torque:

$$P(HP) = \frac{T(lb - pie) \cdot \omega(RPM)}{5252} \quad (4.3)$$

$$T(lb - pie) = \frac{P(HP) \cdot 5252}{\omega(RPM)}$$

Si analizamos las curvas de la (figura 4.1) vemos que los máximos de  $P = P(\omega)$  y de  $T = T(\omega)$  no coinciden, es decir, la entrega de potencia crece con la velocidad angular  $\omega$  del motor hasta un máximo y luego decrece, al igual que el torque, sin embargo este último comienza a decrecer sensiblemente antes. Esto puede ser modificado, ya que el desempeño total de entrega de potencia crece cuando la relación de compresión se incrementa, y la velocidad angular a la cual ocurre el máximo torque se altera cambiando las levas, o la longitud del múltiple de escape o admisión.

Cuando estas operaciones se realizan, alterando las condiciones del motor, y se lo coloca en un nuevo modelo de vehículo, se publican los resultados de las relaciones entre la potencia máxima y la velocidad angular del motor a la cual se da, pudiendo utilizarse el modelo de la Ec. (4.1) a los efectos de la simulación.

#### 4.1.2 Relación de transmisión:

Se denomina así a los dispositivos encargados de transmitir el torque y la potencia, generados en el motor, hasta las ruedas tractoras del vehículo.

Su función es mantener el motor funcionando en un rango de trabajo alrededor de la máxima potencia, a diferentes velocidades, tratando de lograr acercarse a la performance ideal.

Estos dispositivos lo conforman, en orden de propagación de movimiento, el motor, el embrague, la caja de cambios, el diferencial, los ejes de transmisión y las ruedas tractoras, mientras que los que magnifican la dinámica son la caja de cambios y el diferencial.

Una exacta estimación de la aceleración requiere el modelado del sistema por la cual la potencia del motor es transmitida al suelo (Gillespie T., 1992).

El torque entregado a través del embrague como entrada a la caja de cambios puede ser determinado por la ecuación:

$$T_{en} = T - I_m \cdot \alpha_m \quad (4.4)$$

En donde  $T_{en}$  es el torque que llega al embrague,  $T$  es el torque suministrado por el motor,  $I_m$  la inercia rotacional del motor,  $\alpha_m$  es la aceleración rotacional del motor.

El torque de salida de la caja de transmisión es amplificado por la relación de cambio pero disminuido por las pérdidas inerciales de los engranajes y ejes:

$$T_d = (T_{en} - I_c \cdot \alpha_m) \cdot N_t \quad (4.5)$$

En donde  $T_d$  es el torque a la entrada del diferencial,  $I_c$  es la inercia rotacional de la transmisión,  $N_t$  es la relación de caja para el cambio colocado.

Finalmente el torque entregado a los ejes y de allí hasta las ruedas tractoras es amplificado por el diferencial con la reducción impuesta por las pérdidas inerciales de los componentes del tren de transmisión desde la caja de cambios y a través del diferencial (Gillespie T., 1992).

$$T_{ej} = F_f \cdot r_{ef} + I_r \cdot \alpha_r = (T_d - I_d \cdot \alpha_d) \cdot N_d \quad (4.6)$$

En donde  $T_{ej}$  es el torque en los ejes,  $F_f$  es la fuerza de tracción frontal,  $r_{ef}$  el radio efectivo de la rueda,  $I_r$  la inercia rotacional de las ruedas,  $\alpha_r$  la aceleración angular de las ruedas,  $I_d$  la inercia rotacional del diferencial,  $\alpha_d$  la aceleración angular de los componentes del diferencial y  $N_d$  la amplificación del diferencial.

La aceleración rotacional en las ruedas tractoras está relacionada con aquella del motor a través de la siguiente ecuación:

$$\alpha_r = \frac{\alpha_m}{N_t \cdot N_d} \quad (4.7)$$

#### 4.1.3 Fuerza Tractora:

Las ecuaciones anteriores pueden ser combinadas para resolver la fuerza tractora que estará disponible en la interface rueda – camino:

$$F_f = \frac{T_m \cdot N_t \cdot N_d \cdot \eta_{td}}{r_{ef}} - \left[ (I_m + I_c) \cdot N_{td}^2 + I_d \cdot N_d^2 + I_r \right] \cdot \frac{a}{r_{ef}^2} \quad (4.8)$$

$$N_{td} = N_t \cdot N_d$$

Donde  $T_m$ , es el torque en el motor y  $r_{ef}$  es el radio efectivo.

El factor  $\eta_{td}$  indica un rango de eficiencia de alrededor del 90% (Gillespie T., 1992) y del 95% (Wong J. Y., 2001) por pérdidas mecánicas y viscosas en los componentes del tren de transmisión.

La expresión de la fuerza tractora está compuesta por dos términos. El primero se refiere a la amplificación del torque generado en el motor por efecto de la relación de engranajes de la caja de cambios y el diferencial, afectado por el factor de eficiencia explicado, dividido por el radio efectivo de la rueda. El segundo representa la pérdida de fuerza tractora debido a las inercias rotacionales del motor y la transmisión, teniendo en cuenta la magnificación de las inercias por el cuadrado de la relación de transmisión.

A los efectos de la modelación, las inercias rotacionales de la Ec. (4.8) son reemplazadas por una masa equivalente de los componentes rotacionales  $M_r$ , que se suma a la masa del vehículo en la ecuación general de la aceleración Ec. (4.12), quedando de la siguiente manera:

$$(M + M_r) \cdot a((x(t))) = \frac{W + W_r}{g} \cdot a((x(t))) = \frac{T_m \cdot N_t \cdot N_d \cdot \eta_{td}}{r_{ef}} - R_a - R_r \pm R_g \quad (4.9)$$

La combinación de ambas masas se denomina masa efectiva, y la relación:

$$\frac{M + M_r}{M} = 1.04 + 0.0025 \cdot N_{td}^2 \Rightarrow M + M_r = \left( 1.04 + 0.0025 \cdot N_{td}^2 \right) \cdot M \quad (4.10)$$

Se denomina factor de masa (Gillespie T., 1992) y (Wong J. Y., 2001).

Finalmente la ecuación de la aceleración impulsada por esta fuerza es:

$$a_{Eng}(x(t)) = \frac{\frac{T_m \cdot N_t \cdot N_d \cdot \eta_{td}}{R_e} - R_a - R_r \pm R_g}{M + M_r} \quad (4.11)$$

Donde  $R_a$  es la fuerza de resistencia aerodinámica,  $R_r$  es la fuerza de resistencia a la rodadura,  $R_g$  es la componente del peso paralela a la superficie de rodamiento, y  $M_r$  fue definido con anterioridad.

#### 4.1.4 Fuerza de tracción máxima:

Las principales fuerzas longitudinales externas que actúan sobre un vehículo de dos ejes en aceleración de avance (sin incluir el frenado), son: (figura 4.2) la resistencia aerodinámica  $R_a$ , resistencia a la rodadura de los neumáticos delantero y trasero  $R_{rf}$  y  $R_{rt}$ , resistencia de plano inclinado  $R_g = W \cdot \sin \alpha$ , pesos delantero y trasero  $W_f$  y  $W_t$ , y la fuerza de tracción delantera y trasera  $F_f$  y  $F_t$  respectivamente (Wong J. Y., 2001). En el caso de nuestra modelación, se trata de un vehículo de tracción delantera, por lo que en el diagrama de fuerzas actuantes solo se incluye la  $F_f$ .

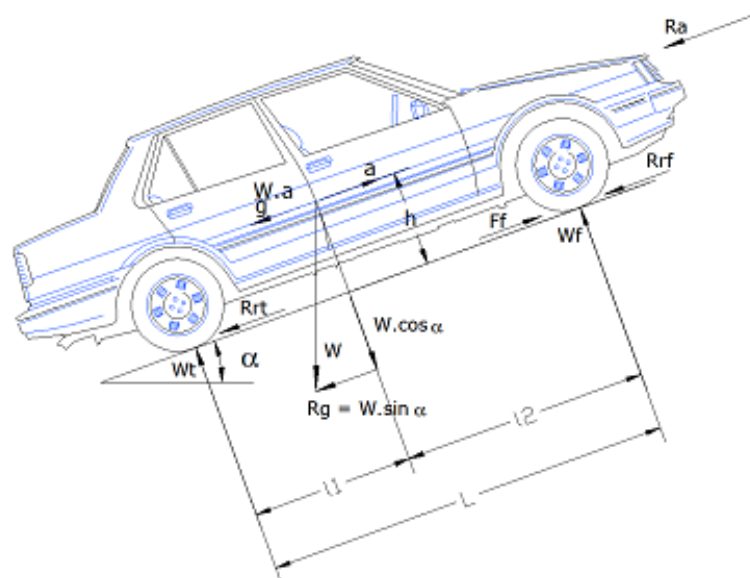


Figura 4.2: Fuerzas longitudinales consideradas en la simulación

La ecuación de movimiento a lo largo del eje longitudinal para el vehículo de tracción delantera considerado, estará dada por la segunda ley de Newton como la suma algebraica del conjunto de fuerzas planteadas, expresada en forma de ecuación diferencial:

$$m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(x(t)) = \frac{W}{g} \cdot a(x(t)) = F_f - R_a - R_{rf} - R_{rt} - R_g \quad (4.12)$$

En esta ecuación  $W$  representa el peso total del vehículo y  $g$  la aceleración debido a la gravedad.

Reordenando los términos de la Ec. (4.12) e introduciendo el concepto de fuerza de inercia, podemos definir la fuerza de tracción necesaria para movilizar el vehículo bajo las condiciones dispuestas:

$$F_f = R_a + R_{rf} + R_{rt} + R_g + \frac{W}{g} \cdot a = R_a + R_r + R_g + \frac{W}{g} \cdot a \quad (4.13)$$

$R_r$  es la fuerza de resistencia a la rodadura en el vehículo completo.

La máxima aceleración que un vehículo puede alcanzar está limitada por dos factores principales, el torque que es aplicado en las ruedas y que depende de la potencia entregada por el motor y las relaciones de transmisión en su máximo rendimiento, y la interacción de los neumáticos con la carpeta de rodamiento, que depende de las condiciones del caucho con que están fabricadas las cubiertas y de la condición del camino por el cual circulan.

Para estimar la fuerza de tracción máxima que se puede dar entre el neumático y el camino se deben determinar las cargas normales en cada eje del vehículo. Esto se puede calcular realizando la sumatoria de los momentos con respecto a los puntos de contacto de las ruedas delantera y trasera respectivamente con el suelo, tomando en cuenta que, a los efectos de esta simulación, se puede simplificar y asumir que la fuerza aerodinámica  $R_a$ , está aplicada en el centro de gravedad del vehículo, y no en el centro de presión, ya que ambos se encuentran en un entorno muy cercano (Wong J. Y., 2001).

$$-W_t \cdot L + R_a \cdot h + \frac{W}{g} \cdot a \cdot h + R_g \cdot h + W \cdot \cos \alpha \cdot l_2 = 0 \quad (4.14)$$

$$W_f \cdot L + R_a \cdot h + \frac{W}{g} \cdot a \cdot h + R_g \cdot h - W \cdot \cos \alpha \cdot l_1 = 0 \quad (4.15)$$

De la Ec. (4.14) y la Ec. (4.15), obtenemos los pesos sobre los ejes correspondientes:

$$W_t = \frac{W \cdot \cos \alpha \cdot l_2}{L} + \frac{h}{L} \cdot \left( R_a + \frac{W}{g} \cdot a + R_g \right) \quad (4.16)$$

$$W_f = \frac{W \cdot \cos \alpha \cdot l_1}{L} - \frac{h}{L} \cdot \left( R_a + \frac{W}{g} \cdot a + R_g \right) \quad (4.17)$$

La fuerza de tracción límite para un vehículo de tracción delantera antes de producir derrape en aceleración es la siguiente:

$$F_{t f \max} = \mu \cdot W_f = \mu \cdot \left( \frac{l_1}{L} \cdot W \cdot \cos \alpha - \frac{h}{L} \cdot (F_{t f \max} - R_r) \right) \quad (4.18)$$

$$R_r = W \cdot \cos \alpha \cdot f_r(v) \quad (4.19)$$

$f_r(v)$  es el coeficiente de resistencia a la rodadura, cuya modelación será tratada especialmente más adelante en este capítulo,  $L$  la distancia entre ejes,  $l_1$  la distancia entre el centro de gravedad y la rueda trasera,  $W$  el peso total del vehículo,  $\mu$  coeficiente de adherencia y  $\alpha$  la pendiente de la superficie de rodamiento.

Finalmente reemplazando Ec. (4.19) en Ec. (4.18), tenemos:

$$F_{t f \max} = \frac{\mu \cdot W \cdot \cos \alpha \cdot (l_1 + f_r \cdot h)}{1 + \frac{\mu \cdot h}{L}} \quad (4.20)$$

La ecuación de aceleración regida por esta fuerza será:

$$a_{Lim}((x(t))) = \frac{F_{t f \max} - R_a - R_r \pm R_g}{M + M_r} \quad (4.21)$$

## 4.2 FRENADO

### 4.2.1 Frenado con asistencia del motor:

Al soltar el acelerador en un vehículo, el motor deja de proporcionar impulso, aunque siguen actuando todas las fuerzas que se oponen al movimiento, esto es, resistencia a la rodadura, resistencia aerodinámica, y resistencia gravitacional en pendiente positiva (hacia arriba).

Si no se presiona el pedal de embrague o se coloca la caja de cambios en "punto muerto", una fuerza de frenado muy importante entra en escena, la del motor, y de hecho, en muchos de los casos citados en el capítulo de introducción, la señalización vial recomienda especialmente su uso.

Para los vehículos de gran porte (diesel), existen diferentes tipos de frenos auxiliares que proveen estabilidad en la desaceleración:

- Retardador de transmisión hidráulico
- Retardador de transmisión electromagnético
- Freno de motor con liberación en la compresión (jake)
- Freno de motor con asistencia en la válvula de escape

Los retardadores de transmisión hidráulicos generan una fuerza de frenado a través de paletas ajustables que giran dentro de un baño de aceite. Pueden ser colocadas entre el motor y la caja de cambios o dentro mismo de la última. Requieren un sistema de enfriamiento.

Los retardadores de transmisión electromagnética son instalados en el árbol de transmisión, y la fuerza de frenado es generada por campos magnéticos que generan corrientes parásitas en un disco conductor. El sistema de enfriamiento es por aire.

Los dos sistemas anteriormente mencionados generan muy bajos niveles de ruido. El freno de motor con liberación en la compresión funciona cambiando el método operativo de la válvula de escape que se abre parcialmente durante el proceso de compresión (fig. 4.3).

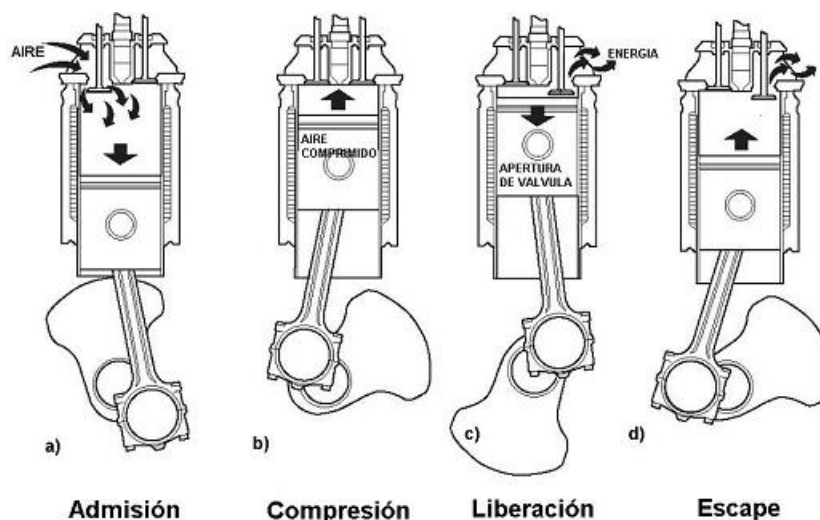


Fig. 4.3 Freno de motor con liberación de la compresión

Con el acelerador liberado, en el período de admisión (fig. 4.3 a), no hay inyección de combustible, pero sí de aire, que ingresa al pistón. Sobre la finalización del período de compresión (fig. 4.3 b), la válvula de escape se abre parcialmente dejando salir parte del aire que ingresó, e impidiendo que el aire al expandirse ayude al pistón a bajar, lo que en (fig. 4.3 c), se ve como etapa de "liberación".

Cuando el pistón baja, la válvula se cierra, generando un vacío parcial que frena su carrera, baja las revoluciones del motor, y a través de la transmisión, frena al vehículo. El período de escape en el convencional (fig. 4.3 d).

El freno de motor con asistencia en la válvula de escape se puede observar en la fig. 4.4, en donde en este caso los tres primeros períodos son iguales al del funcionamiento normal del motor, con la diferencia que en el período de "admisión", el fluido ingresante es solamente aire. En el cuarto período, la válvula de escape se abre, pero se mantiene cerrada la válvula mariposa asistente, lo que genera un reflujó de los gases que frena la carrera del pistón y por lo tanto al vehículo en cuestión.

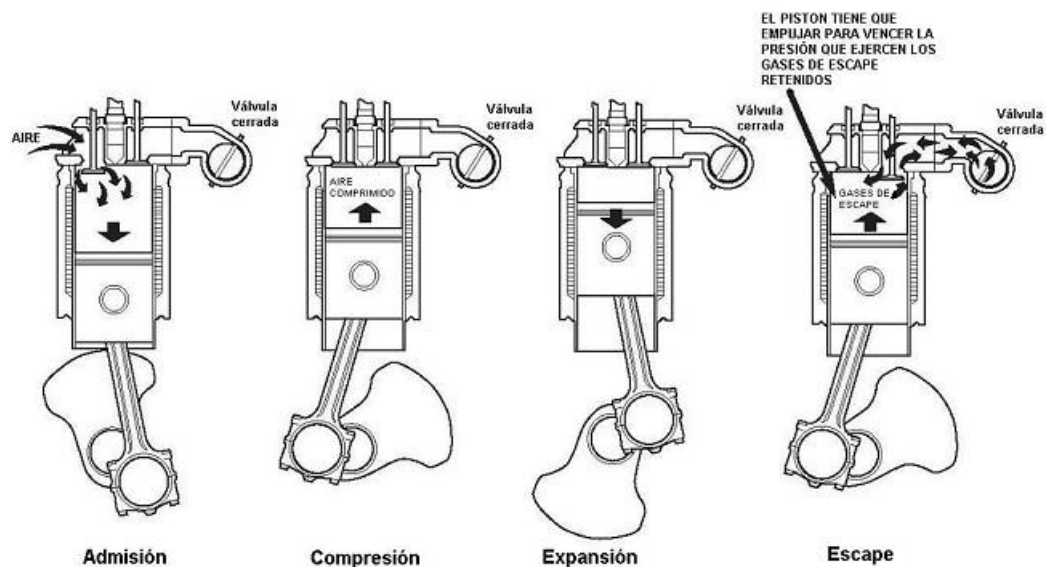


Figura 4.4 Freno de motor con asistencia en la válvula de escape

El sistema entrega una fuerza de retardo sustancialmente menor que aquella del freno de motor con liberación en la compresión (Dr. Hart Peter M. 2006).

Es posible combinar estos dos sistemas para obtener mayor fuerza de frenado, pero con gran polución sonora.



En los motores de gasolina o por propulsión a nafta, no es necesario modificar el trabajo de la válvula de escape o el uso de una válvula especial para producir el efecto de frenado del motor. En este caso, el acelerador controla la entrada de aire en el período de admisión (en el motor diésel no), y cuando es liberado, el flujo de aire al colector de admisión es restringido en gran medida, esto provoca un vacío parcial, que limita el movimiento del pistón en la succión.

El trabajo que tiene que hacer el motor frente a este flujo de aire restringido proporciona el efecto de frenado.

El resultado general del fenómeno es similar al obtenido por un motor diesel con freno Jake.

En (fig. 4.5) se representa solo el período de admisión, en donde se produce el efecto principal, el resto de los periodos (compresión, expansión y escape) son los convencionales.

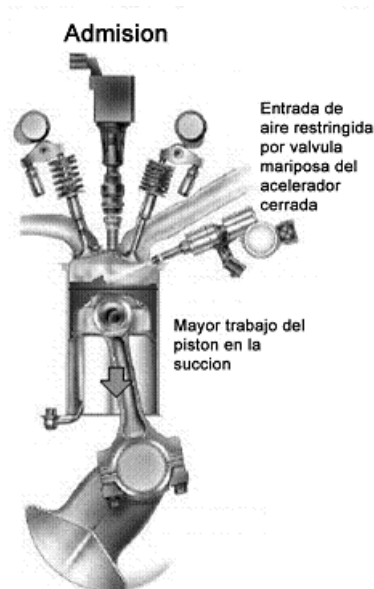


Figura 4.5 Efecto de frenado en un motor de gasolina a inyección

En la fig. 4.6, vemos las dos curvas características que describen a un motor de combustión interna, esto es, la que corresponde a la relación Potencia – RPM, y la que corresponde a la relación Torque – RPM.

Se muestran también puntos singulares sobre las curvas mencionadas, que definen características especiales de cada motor, como por ejemplo:

$$\tau = \frac{T_{max}}{T_n} \quad (4.22)$$

Que es definida como elasticidad de torque, es decir, la relación entre el torque máximo  $T_{max}$  y el torque nominal  $T_n$ , que es el valor de torque cuando se alcanza la máxima potencia (fig. 4.6).

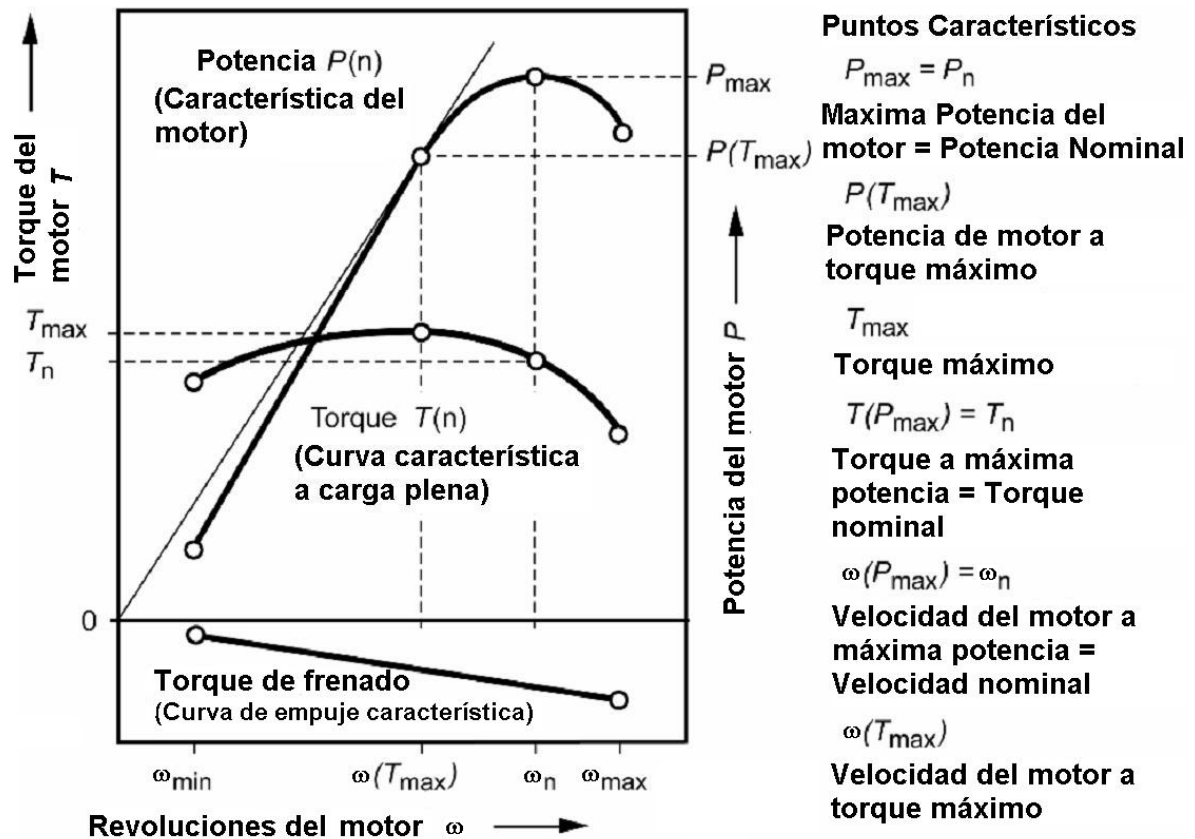


Figura 4.6: Puntos característicos en las curva de potencia y torque

Otra característica importante es la elasticidad en las revoluciones o velocidad del motor, que es definida como:

$$v = \frac{\omega_n}{\omega(T_{max})} \quad (4.23)$$

En donde  $\omega_n$  es la velocidad del motor a máxima potencia, y  $\omega(T_{max})$  es la velocidad a torque máximo.

Se considera que un motor tiene mayor elasticidad cuando mayor es el producto  $\tau \cdot v$ , lo que implica mejor performance de potencia a revoluciones bajas y medias, y menor frecuencia en el uso de la caja de cambios (Naunheimer Harald et al. 2011).

El máximo torque de frenado del motor (acelerador totalmente liberado), crece de manera prácticamente lineal con la velocidad angular del motor hasta un máximo de aproximadamente 30 % del torque nominal (fig 4.6) (Naunheimer Harald et al. 2011).

El torque de frenado del motor se transmite a través de la transmisión de la misma forma en que lo hace el torque para impulsarlo, y por lo tanto se lo debe calcular de la misma manera, teniendo en cuenta que en este caso el rendimiento mecánico y viscoso actúa a favor.

La ecuaciones (4.24) y (4.25) muestran los modelos utilizados para el cálculo de la fuerza de tracción y frenado respectivamente, y puede observarse que las diferencias fundamentales son dos:

- El valor del torque  $T_M(\omega_M)$  en Ec. (4.24) es el total entregado por la posición del acelerador del vehículo y en Ec. (4),  $T_{fM}(\omega_M)$  es hasta un 30% del torque nominal.
- El rendimiento mecánico en Ec. (4.24) de aproximadamente 0.9, se encuentra multiplicando en el numerador, disminuyendo la fuerza de impulso, y en la Ec. (4.25), se posiciona en el denominador y esto es así porque las pérdidas en el tren de transmisión favorecen a la generación e incremento de la fuerza de frenado.

$$F_I = \frac{T_M(\omega_M) \cdot N_t \cdot N_d \cdot \eta_{td}}{r_{ef}} \quad (4.24)$$

$$F_{fM} = \frac{T_{fM}(\omega_M) \cdot N_t \cdot N_d}{r_{ef} \cdot \eta_{td}} \quad (4.25)$$

El modelo matemático lineal utilizado, en correspondencia con lo explicado anteriormente para simular este fenómeno, es el indicado a continuación (Palmer Grant, 2005):

$$T_{fM} = \mu_{fM} \frac{\omega_M}{60} \quad (4.26)$$

Se puede observar que representa claramente a la ecuación de una recta, en donde la variable es la velocidad del motor.  $T_{fM}$  es el torque de frenado en N-m,  $\mu_{fM}$  es el coeficiente de torque de frenado y la pendiente de la curva de empuje característica,  $\omega_M$  es la velocidad del motor en RPM.

El coeficiente  $\mu_{fM}$ , es calculado tomando en cuenta que el torque nominal en (lbs-pies) es:

$$T_n = \frac{P_{max} \cdot 550 \cdot 60}{2 \cdot \pi \cdot \omega_n(P_{max})} \quad (4.27)$$

Donde  $P_{max}$  es la potencia máxima en (hp),  $\omega_n(P_{max})$  es la velocidad nominal del motor en RPM.

El torque de frenado máximo en (lbs-pies) es:

$$T_{fMmax} = \mu_{fM} \cdot \frac{\omega_{Mmax}}{60} \cdot 0.73756 \quad (4.28)$$

Donde  $\omega_{Mmax}$  es la velocidad máxima permitida para el motor en RPM.

Combinando las ecuaciones (4.27) y (4.28), y teniendo en cuenta la condición de máximo valor de torque de frenado en un 30 % del torque nominal, obtenemos el valor del coeficiente de torque de frenado (Ec. (4.30)):

$$\frac{T_{fMmax}}{T_n} = 0.30 \quad (4.29)$$

$$\mu_{fM} = \frac{P_{max} \cdot 550 \cdot 60^2}{\omega_{Mmax} \cdot \omega_n(P_{max}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.73756} \cdot 0.30 \quad (4.30)$$

Finalmente la fuerza de frenado debido al motor será la expresada en Ec. (4.25), que nos indica que a mayor relación de transmisión y mayor número de revoluciones del motor, mayor será la fuerza de desaceleración del vehículo, esto es congruente con la práctica de disminuir la velocidad colocando relaciones de caja más bajas, "rebaje", para una cierta velocidad, y consecuentemente elevando las RPM y contribuyendo a que el vehículo desacelere con mayor torque.

Finalmente, la ecuación de desaceleración es:

$$-m \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -F(x(t)) = -\frac{W}{g} \cdot a(x(t)) = -F_{fM} - R_a - R_r \pm R_g \quad (4.31)$$

Donde  $R_r$ ,  $R_a$ , y  $R_g$  ya fueron definidas, y colaboran con el frenado que es ejercido por el motor.  $R_a$  es muy significativo a altas velocidades,  $R_r$  es muy significativo a bajas velocidades (Di Rado et. al. 2011), y  $R_g$  prolonga o acorta la distancia de frenado según sea la pendiente abordada positiva o negativa.

#### 4.2.2 Frenado asistido por fricción:

La energía cinética del vehículo en el instante exacto en que comienza a frenar y en el instante final, transcurrido un tiempo  $t$ , vienen dadas por la Ec. (4.32) y la Ec. (4.33) (Beckman, 1991):

$$Ec_i = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2 \quad (4.32)$$

$$Ec_f = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 \quad (4.33)$$

Donde  $m$  es la masa,  $v_i$  la velocidad inicial, y  $v_f$  la velocidad final.

Si combinamos ambas ecuaciones, y las expresamos como energía cinética específica, esto es, energía cinética por unidad de masa, obtenemos la pérdida de energía cinética específica durante el frenado  $Ec_{i-f}$  en el intervalo de tiempo  $t$ :

$$Ec_{i-f} = \frac{1}{2} \cdot (v_i^2 - v_f^2) \quad (4.34)$$

Por otro lado, en el mismo período  $t$ , el vehículo desarrolla un trabajo mecánico  $T_d$  recorriendo una distancia  $d_t$ , que expresado en forma específica es:

$$T_d = (\mu \pm i) \cdot g \cdot d_t \quad (4.35)$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de adherencia,  $i$  la pendiente, y  $g$  la aceleración de la gravedad.

Si aplicamos el principio de conservación de la energía, y tomando al trabajo mecánico  $T_d$  como la única forma de disipación de la energía cinética, podemos igualar ambas ecuaciones y obtener finalmente la distancia teórica de frenado, Ec. 5 a) y Ec. 5b) adicionando la distancia que recorre el vehículo hasta que el usuario presiona el dispositivo de freno, donde  $t_{reac}$  es el tiempo de reacción que puede variar entre menos de 1 seg (tests) a 2.5 seg o mas según la situación (Roess R. et. al. 2004).

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2} \cdot (v_i^2 - v_f^2) &= (\mu \pm i) \cdot g \cdot d_t \Rightarrow d_t = \frac{(v_i^2 - v_f^2)}{2 \cdot (\mu \pm i) \cdot g} \\ \text{b) } d_{\text{real}} &= v_i \cdot t_{reac} + \frac{(v_i^2 - v_f^2)}{2 \cdot (\mu \pm i) \cdot g} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Considerando que la velocidad final  $v_f$ , puede ser cero.

El frenado ideal puede ser definido como la condición en la cual todas las ruedas frenan con el mismo coeficiente de adherencia longitudinal  $\mu$ .

Las principales fuerzas que actúan en la desaceleración de un vehículo son mostradas en la Fig. 4.7, y ellas determinan en mayor y menor proporción la capacidad de frenado, y la distancia que recorrerá el rodado hasta detenerse.

Todas ellas han sido estudiadas detenidamente como aquellas que se oponen al movimiento en el momento en que el vehículo está acelerando, solo nos resta analizar la fuerza de frenado, en este caso, la generada por fricción en el sistema de frenos.

El sistema de frenos de un vehículo actúa de manera directa y por fricción sobre las ruedas, y a través de ella sobre la huella de contacto con la superficie de rodamiento (interface rueda – camino), y se torna en la fuerza de retardo más importante.

Cuando dicha fuerza se encuentra por debajo del límite de adherencia entre el neumático y la superficie, viene dada por la ecuación:

$$F_b = \frac{T_b - \sum I \cdot \alpha_w}{r_{ef}} \quad (4.37)$$

En donde  $F_b$  es la fuerza de frenado,  $T_b$  es el torque de frenado,  $I$  la inercia rotacional de la rueda,  $\alpha_w$  es la desaceleración angular correspondiente y  $r_{ef}$  es el radio efectivo.

La ecuación general que modela la performance de frenado se deriva de la segunda ley de Newton Ec. (4.38) de manera similar a como fue planteada en el apartado anterior (Ec. 4.31):

$$-m \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -F(x(t)) = -\frac{W}{g} \cdot a(x(t)) = -(F_{bf} + F_{bt}) \cdot \delta - F_{fM} - R_a - R_r \pm R_g \quad (4.38)$$

La variable  $m$  es la masa efectiva del vehículo sin afectarla de los componentes rotacionales de la transmisión (Genta 2006) y  $\delta$  es un coeficiente de calibración del modelo.

Durante el frenado, se produce una transferencia de peso desde el eje trasero al eje delantero, al contrario de lo que ocurre en la aceleración, y se invierte la fuerza de inercia (Fig. 4.7) (Wong J. Y 2001), provocando que la exigencia de frenado en las ruedas delanteras sea mayor, y por lo tanto el vehículo debe disponer de un sistema de distribución de fuerzas

de frenado propicio a esta circunstancia. Esto se logra a través de un diseño equilibrado, que puede ser ejecutado adecuando las presiones del sistema hidráulico y las áreas de los pistones de freno delantero y trasero. En gran parte del parque automotor actual, se utilizan frenos de disco en el eje delantero y frenos de tambor en el eje trasero.

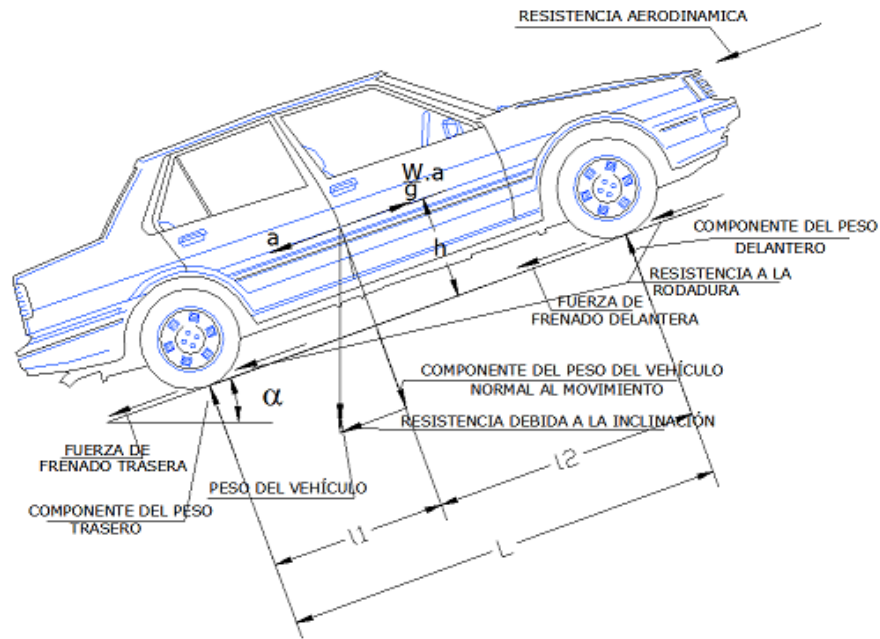


Figura 4.7: Esquema de fuerzas que desaceleran el vehículo

Considerando las ecuaciones de equilibrio de momentos con respecto a los puntos de contacto de las ruedas delanteras y traseras con la superficie, el peso transferido delantero  $W_f$  y el trasero  $W_t$  pueden ser calculados respectivamente como en Ec. (4.16) y (4.17).

El equilibrio de fuerzas paralelas a la superficie de rodamiento se puede obtener despejando de la Ec. (4.38):

$$F_b + R_r = F_{bf} + F_{bt} + R_r = \frac{W}{g} \cdot a - R_a \pm R_g \quad (4.39)$$

Finalmente, con las cuatro ruedas asistiendo en la desaceleración, la fuerza de frenado límite máxima previa al deslizamiento en la interface rueda – superficie se determina por las cargas verticales transferidas sobre los ejes y el coeficiente de adherencia:

$$F_{bf \max} = \mu \cdot W_f = \frac{\mu \cdot W \cdot \cos(\alpha) \cdot [l_1 + h \cdot (\mu + f_r)]}{L} \quad (4.40)$$

$$F_{bt \max} = \mu \cdot W_t = \frac{\mu \cdot W \cdot \cos(\alpha) \cdot [l_2 - h \cdot (\mu + f_r)]}{L} \quad (4.41)$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de adherencia.

Aplicando la Ec. (4.40) y la Ec. (4.41), acopladas en la Ec. (4.38), e integrándola por Runge y Kutta 4, se logra la desaceleración del vehículo al límite del deslizamiento.

Al realizar la comparación con resultados obtenidos de campo por revistas especializadas, las fuerzas  $F_{bfmax}$  y  $F_{btmax}$  pueden ser afectadas de un coeficiente de calibración en su ingreso a la Ec. (4.38).

### 4.3 FUERZA AERODINÁMICA:

La aerodinámica hace su mayor impacto en vehículos modernos y camiones a través de su contribución a las cargas de oposición al movimiento. Éstas interactúan con el vehículo causándole dificultad en la aceleración, así como también fuerzas de elevación o hacia abajo, movimientos laterales, cabeceo, rotación y ruido. Con el creciente énfasis en la economía de combustible y la reducción de emisiones de escape indeseables, se ha tornado muy importante el optimizar los requerimientos de potencia, y en este aspecto la resistencia aerodinámica juega un papel significativo. La física de la resistencia aerodinámica es muy compleja y es un área de gran estudio en la actualidad. Muchos de estos estudios se realizan en la industria aeroespacial, la cual está muy relacionada con la industria automotor.

Las fuerzas aerodinámicas producidas en el vehículo se originan de dos fuentes: flujo sobre el exterior del vehículo y flujo a través del interior para propósitos de refrigeración, calefacción y ventilación. El flujo exterior, que es el más importante, se divide a su vez en presión normal o presión de arrastre, y tensión de corte o fuerza viscosa en la capa límite adyacente a la superficie exterior del vehículo.

El aire circundante al vehículo ejerce una fuerza por unidad de área en cualquier punto P de su superficie que viene dada por:

$$\mathbf{t} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta S} \quad (4.42)$$

Donde  $\Delta S$  es el área de una porción pequeña alrededor del punto P, y  $\Delta \mathbf{F}$  es la fuerza que actúa sobre él. Esta fuerza por unidad de área  $\mathbf{t}$ , puede ser descompuesta en una fuerza de presión  $\mathbf{t}_n = p \cdot \mathbf{n}$ , que es perpendicular a la superficie, y una fuerza tangencial  $\mathbf{t}_t$ , debida a la viscosidad del fluido. Cuando estas fuerzas son integradas en toda la superficie,



constituyen la fuerza aerodinámica, que es usualmente aplicada en el centro de gravedad del vehículo acompañada de un momento aerodinámico, Ec. (4.43).

$$\begin{aligned} \mathbf{R}a &= \int_S \mathbf{t}_t \cdot dS + \int_S \mathbf{t}_n \cdot dS \\ \mathbf{M} &= \left( \int_S \mathbf{t}_t \cdot dS + \int_S \mathbf{t}_n \cdot dS \right) \cdot d \end{aligned} \quad (4.43)$$

Donde  $d$  es la distancia de la fuerza aerodinámica al origen del SCO.

Si consideráramos al aire como un fluido no viscoso, no habría fuerzas tangenciales actuando sobre el cuerpo, y por lo tanto no habría intercambio de fuerzas entre éste y el fluido, más allá de las fuerzas aerostáticas. Como consecuencia de esto, a cualquier velocidad relativa, la resultante de la distribución de presiones siempre es cero (Genta G., 2006). Esto es conocido como paradoja de D'Alembert y puede ser ejemplificado por el pasaje de un flujo de aire a través de un cilindro con longitud infinita.

En estas circunstancias, es válida la aplicación de la relación expresada por la ecuación de Bernoulli:

$$p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = cte = p_o + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_o^2 \quad (4.44)$$

Donde  $p_o$  es la presión atmosférica,  $v_o$  la velocidad a una distancia suficientemente lejos del vehículo (flujo laminar) y  $\rho$  es la densidad del aire.

De hecho, ningún fluido tiene viscosidad cero, por el contrario, la viscosidad tiene dos efectos marcados: Causa fuerzas tangenciales que dan origen al arrastre por fricción, y modifica la distribución de presiones cuya resultante no es cero. El último efecto tiene mayor importancia en fluidos poco viscosos (aire), generando el levantamiento, la fuerza lateral, y la presión de arrastre. El efecto directo de la viscosidad, i. e. las fuerzas tangenciales, pueden ser despreciadas, no así su modificación en el campo aerodinámico (Genta G., 2006).

Debido a la viscosidad, la capa de fluido en contacto con el cuerpo, tiende a adherirse, y en las inmediaciones de la superficie se genera un gradiente de velocidad que va desde cero hasta el valor  $v_o$  que corresponde al flujo libre (Ec. 4.44). Esta zona es conocida como "Capa Límite", (figura 4.8 a).

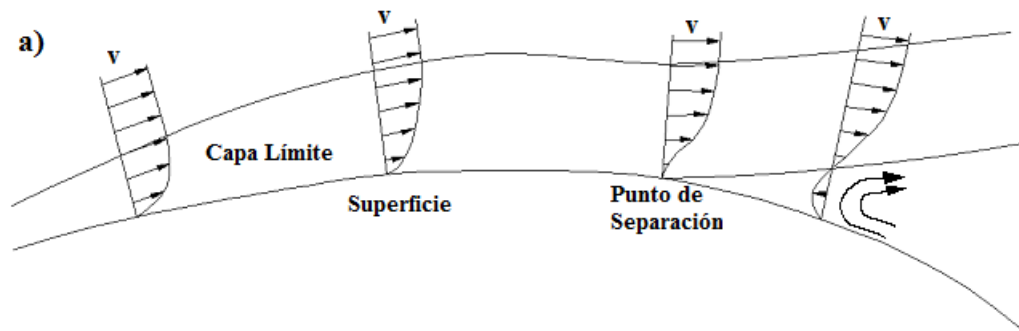


Figura 4.8 a) Capa Límite. b) Tubos de corriente que fluyen sobre automóviles de diferentes formas en túnel de viento

Si al vehículo se lo visualiza estacionado y al aire moviéndose como en un túnel de viento, éste fluye a lo largo de líneas que se denominan líneas de corriente, de las cuales un cúmulo de ellas forman lo que se denomina un tubo de corriente, (figura 4.8 b).

A una distancia alejada del vehículo, la presión estática es simplemente la presión atmosférica, y la presión dinámica viene dada por la velocidad relativa, la cual es constante para todas las líneas de corriente.

A medida que el fluido se aproxima al vehículo, los tubos de corriente se dividen hacia la parte superior e inferior del vehículo, formándose una capa límite entre el flujo y la carrocería, mientras una parte choca contra el cuerpo y se estanca. En este punto la velocidad relativa es cero, y la presión estática es la total.

Los tubos que fluyen por la parte superior, primero se curvan hacia arriba, y para que esto ocurra, la presión estática debe ser mayor que la presión atmosférica, por lo que la velocidad debe disminuir en esta región, aumentando el espesor de la capa límite, esto se conoce como “gradiente de presión adverso”. A continuación, el fluido debe curvarse hacia abajo, enderezándose, para seguir la forma del borde del capó (fig. 4.8 b), y para que esto ocurra, la presión debe ser menor que la atmosférica, a una distancia considerable del cuerpo,

por lo que la velocidad aumenta, disminuyendo la capa límite, “gradiente de presión favorable”.

Al aproximarse al parabrisas, el fluido vuelve a curvarse hacia arriba, aumenta nuevamente la presión, y disminuye la velocidad, por lo que se colocan en este lugar los ingresos de aire para la climatización del vehículo (alta presión), y los limpiaparabrisas que no son perturbados por las fuerzas aerodinámicas (baja velocidad).

Luego, el fluido vuelve a curvarse hacia abajo, para seguir el borde y la forma del techo (fig. 4.8 b), la presión estática vuelve a caer por debajo de la atmosférica, la velocidad aumenta y la capa límite disminuye. A lo largo del techo la presión aumenta, la velocidad disminuye, y el fluido tiene que curvarse aún más hacia abajo para seguir la forma trasera del vehículo, y para lograr este cometido, la presión debe aumentar aún más, así como también el espesor de la capa límite, disminuyendo dramáticamente la velocidad, hasta que en algún punto, si el perfil trasero del vehículo desciende drásticamente, la velocidad del fluido se hace cero, y se produce el punto de separación (fig. 4.8 b), en donde el flujo principal se separa, y entra aire desde la parte trasera del cuerpo, formándose vórtices como puede apreciarse en la fig. 4.8 a. En esta zona la presión cae por debajo de la atmosférica, y es menor que la que se da en el frente del vehículo (fig. 4.9), y esta diferencia es la presión de arrastre que retrasa la velocidad del vehículo y genera la resistencia al avance.

La distribución de presiones en el cuerpo del automóvil se puede medir experimentalmente y graficarlas perpendicularmente a la superficie (ver figura 4.9), en la cual los valores son indicados como negativos y positivos con respecto a la presión ambiental medida a una distancia adecuada del vehículo (Gillespie T., 1992).

Por la complejidad que representa el flujo de aire sobre un cuerpo, es necesario desarrollar modelos semi-empíricos que representen y caractericen el fenómeno, es así, que para el cálculo de la resistencia aerodinámica y a los efectos de la simulación, se utilizó la siguiente ecuación (Landau L. D. et. al., 1987).

$$Ra = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot Cd \cdot A \cdot v^2 \quad (4.45)$$

En donde  $\rho$  es la densidad del aire,  $Cd$  es el coeficiente de penetración que depende de la forma del cuerpo y es determinado experimentalmente en túneles de viento,  $A$  es el área transversal de exposición al flujo de aire, y  $v$  la velocidad del cuerpo relativa a la

velocidad del aire. Vemos que en esta ecuación está involucrada la presión dinámica vista en la ecuación de Bernoulli.

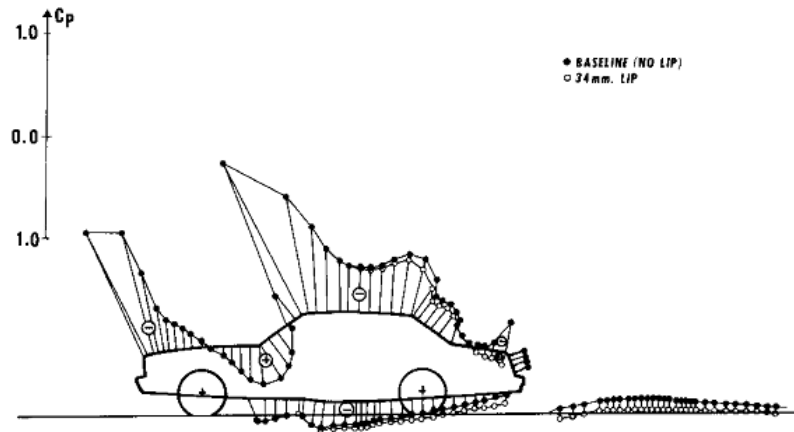


Figura 4.9 Distribución de presiones a lo largo del vehículo

La densidad del aire se puede calcular con las leyes del gas ideal como:

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} \quad (4.46)$$

En donde  $p$  es la presión atmosférica (kpa),  $R$  (286.9 J/kg °K) es la constante individual del gas relacionada con el peso molecular y  $T$  la temperatura (°K).

La presión del aire a diferentes altitudes puede ser calculada con la siguiente ecuación:

$$p = 101325 \cdot \left(1 - 2.25577 \cdot 10^{-5} \cdot h\right)^{5.25588} \quad (4.47)$$

De donde se puede determinar que para alturas por sobre el nivel del mar, la presión atmosférica cae, y por lo tanto también lo hace la densidad del aire, el cual ofrece menor resistencia al desplazamiento del vehículo.

El valor del área de incidencia frontal se calcula también a través de una fórmula empírica que se utiliza para vehículos con una masa de entre 800 y 2000 kg (Wong J. Y., 2001):

$$A = 1.6 + 0.00056 \cdot (mv - 765) \quad (4.48)$$

En donde  $A$  es el área en  $m^2$  y  $mv$  es la masa del vehículo en kg.

Otra manera de estimar el área transversal, es aplicando el método fotográfico, y digitalizando el perfil en un sistema de diseño asistido por computadora (Di Rado et. al., 2009).

#### **4.4 FUERZA DE RESISTENCIA A LA RODADURA:**

La resistencia a la rodadura de las cubiertas de caucho es una de las principales fuerzas que se oponen al movimiento del vehículo. Cuando el neumático rueda sobre una superficie, se disipa energía mecánica en forma de calor, tanto por la deformación propia como por la deformación de la superficie en que rueda, provocando que el neumático se caliente. La disipación de energía por la deformación de la superficie de rodadura depende de la dureza de la misma, esto es, cuando existe más dureza, la deformación se debe principalmente al neumático y por el contrario, cuando existe menos dureza, la disipación se focaliza en la superficie misma. La energía disipada por el neumático se debe principalmente al rozamiento de la zona de contacto y a las propiedades de amortiguamiento de la estructura de la cubierta por la deformación de la carcasa mientras rueda (pérdida por histéresis). La fricción entre la cubierta y el camino causado por deslizamiento, la resistencia debido al aire en circulación dentro de la rueda, y el efecto ventilador de la cubierta rotando en el aire circundante también contribuyen a la resistencia a la rodadura, pero son de importancia secundaria.

Si un neumático que no rota tiene contacto con una superficie plana, la distribución de presiones será simétrica en la superficie de contacto, y la fuerza resultante vertical de las fuerzas que solicitan la rueda es aplicada en el centro de dicha área.

Cuando un neumático gira, la carcasa es deformada en el área de contacto con el suelo. Como resultado de esta distorsión, la presión normal en la mitad delantera de la huella es mayor que en la mitad trasera, esto provoca que la resultante de las fuerzas que llegan a la rueda, que originalmente se encontraba aplicada sobre el centro de giro, se desplace en la dirección del rodamiento (Rajamani R., 2006).

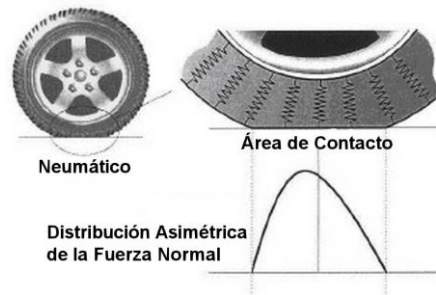


Figura 4.10 Distribución asimétrica del diagrama de presiones bajo la rueda girando

Este desplazamiento origina una distribución asimétrica de las presiones en la interfase rueda – carpeta de rodamiento (figura 4.10), y provoca que la resultante de todas las fuerzas que generan esta distribución, se encuentre desplazada con respecto al eje de la rueda por un valor  $\Delta x$  (figura 4.11), lo que induce un torque alrededor del eje de rotación de la rueda que se opone al giro y por lo tanto al desplazamiento del vehículo. Esto se denomina momento de resistencia a la rodadura  $T_y$ .

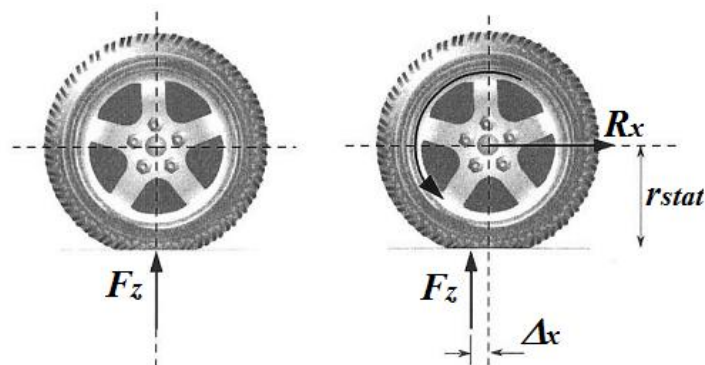


Figura 4.11 Momento de Resistencia a la Rodadura

El momento entre la resultante vertical  $F_z$  y el desplazamiento  $\Delta x$ , genera un par de equilibrio formado por lo que denominaremos fuerza de resistencia a la rodadura  $R_r$ , y el radio estático de la rueda  $r_{stat}$ . Por lo tanto:

$$T_y = R_r \cdot r_{stat} = F_z \cdot \Delta x \Rightarrow R_r = -F_z \cdot \frac{\Delta x}{r_{stat}} \cdot \text{sign}(\omega_{wl}) = -F_z \cdot fr(v) \cdot \text{sign}(\omega_{wl}) \quad (4.49)$$

Donde  $\text{sign}(\omega_{wl})$  asegura que  $T_y$  sea de sentido contrario a la velocidad angular de la rueda. El cociente entre  $\Delta x$  y el radio estático  $r_{stat}$ , se denomina coeficiente adimensional de resistencia a la rodadura, y depende levemente de la velocidad de avance.

Hay diferentes factores que afectan este fenómeno, éstos incluyen la estructura de la rueda (construcción y materiales) y sus condiciones de operación (condiciones del camino,

presión de inflado, velocidad, temperatura, etc.), que son detallados en la publicación (Di Rado et. al. 2008).

Existen diversas ecuaciones empíricas que modelan matemáticamente este coeficiente, y que pueden ser utilizadas a los efectos de la simulación computacional.

Entre ellas podemos destacar las siguientes:

- Ecuaciones empíricas presentadas por (Wong J. Y., 2001), que se emplean para modelar este fenómeno en automóviles de calle bajo condiciones estándar de presión de inflado y carga en superficies duras, con un rango de velocidades de hasta 150 km/h para automóviles de calle.

$$fr = 0.0136 + 0.4 \cdot 10^{-7} \cdot v^2 \quad (4.50)$$

$$fr = 0.0169 + 0.19 \cdot 10^{-6} \cdot v^2 \quad (4.51)$$

Donde la Ec. (4.50) es para cubiertas radiales y la Ec. (4.51) para cubiertas diagonales y  $v$  está expresado en km/h.

Desde el punto de vista computacional, estas ecuaciones son muy convenientes, ya que resuelven el problema con una sola colocación, sin embargo entregan curvas muy planas.

- Ecuación empírica presentada por (Jazar R., 2008), que puede ser utilizada para diferentes tipos de superficies de rodamiento, y hasta una velocidad de aproximadamente 150 km/h.

$$fr = \mu_0 + \mu_1 \cdot v^2 \quad (4.52)$$

En donde  $\mu_0$  tiene un valor de 0.015 y  $\mu_1$  un valor de  $7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2/\text{m}^2$ , y la velocidad está expresada en m/s.

Si comparamos los datos obtenidos de pruebas experimentales con los obtenidos por la ecuación citada (figura 4.12), vemos que para un rango de velocidades entre aproximadamente 30 y 150 km/h la coincidencia de curvas es muy buena, y el modelo puede ser utilizado con precisión.

Para velocidades mayores a la velocidad crítica se producen “ondas” en el sector trasero de la cubierta que gira, lo que hace que la rodadura crezca rápidamente y se aleje de la curva analítica.

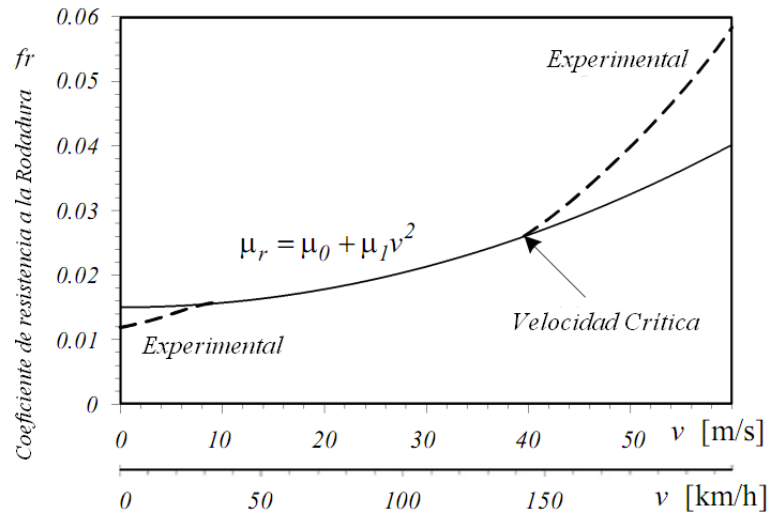


Figura 4.12 Comparación entre la ecuación analítica y datos experimentales en cubiertas radiales

Los valores de  $\mu_0$  son presentados en la Tabla 4.1, para distintas superficies de rodamiento, esto hace muy conveniente la utilización del modelo en simuladores todo terreno.

Condición y tipo de Superficie	$\mu_0$
Hormigón muy bueno	0.008 – 0.1
Asfalto muy bueno	0.01 – 0.0125
Hormigón promedio	0.01 – 0.015
Pavimento muy bueno	0.015
Macadán muy bueno	0.013 – 0.016
Asfalto promedio	0.018
Hormigón en malas condiciones	0.02
Pavimento de bloque en buen estado	0.02
Macadán promedio	0.018 – 0.023
Asfalto en mala condición	0.23
Macadán sucio	0.023 – 0.028
Camino de piedra en buen estado	0.033 – 0.055
Camino de tierra en buen estado	0.045
Camino de piedra en mal estado	0.085
Nieve poco profunda (5 cm)	0.025
Nieve profunda (10 cm)	0.037
Camino de tierra sin mantenimiento	0.08 – 0.16
Arena	0.15 – 0.3

Tabla 4.1 Valor de  $\mu_0$  para diferentes superficies



## 4.5 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA SIMULACIÓN

### 4.5.1 Aceleración:

El modelo acoplado de simulación en aceleración se realizó en dos etapas:

- Desarrollo del algoritmo y validación del funcionamiento dinámico de un motor de combustión interna a chispa de un automóvil Corvette, con datos experimentales disponibles de banco de prueba.
- Desarrollo del algoritmo y validación de la dinámica longitudinal de un automóvil estándar de fabricación nacional Renault Clío 1.2L 16v con las siguientes características: cilindrada 1149 cm<sup>3</sup>, Potencia máxima 75 cv a 5500 rpm, peso en orden de marcha 930 kg, peso delantero 565 kg, peso trasero 365 kg, distancia entre ejes 2.47 m, neumáticos 175/65 r 14, diámetro de rueda 1.94 pies, coeficiente de penetración (Cd) 0.38, velocidad máxima de aproximadamente 161 km/h, aceleración de 0 a 100 km/h 12.9 segs, aceleración de 0 a 1000 metros 34.7 segs, Datos obtenidos de manuales de usuario y de la fuente: <http://www.renault.com.ar/automoviles>.

#### 4.5.1.1 Dinámica del motor:

La primera tarea realizada con el objetivo de desarrollar la herramienta de simulación de la dinámica longitudinal, fue la modelación de los parámetros característicos del motor.

Para esto, se tomó como patrón de evaluación, un modelo de propulsor de combustión interna de un Corvette de 5.7 litros, con disposición de 8 cilindros en V (V8), que fue colocado en los modelos aparecidos entre los años 1997 y 2000 (Monster M., 2003). La justificación de esta elección, está centrada en la disponibilidad de datos de curvas de potencia y torque obtenidas a partir del ensayo en banco de prueba de este motor en formato pdf.

El resultado de la verificación (Fig. 4.13), muestra que la curva de torque tiene su punto de máximo a 4000 rpm, con un valor de 350 lb-pie y la potencia crece hasta 345 hp a 5600 rpm. El rango de operación de este motor es entre 1000 y 6000 rpm.

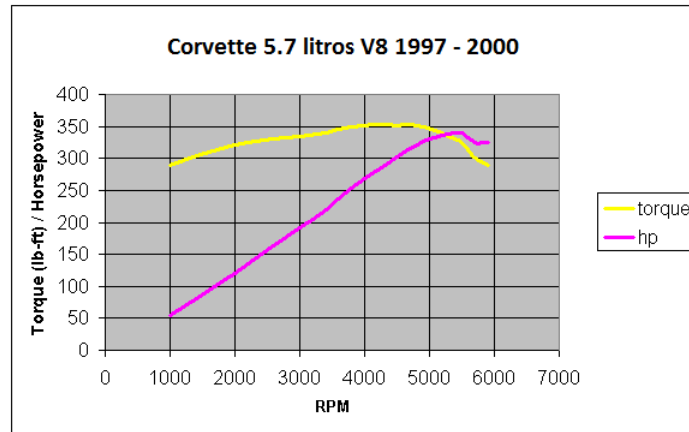


Figura 4.13 Resultado del ensayo en banco de prueba de un motor de combustión interna

El torque graficado es el máximo que la máquina puede entregar a una determinada rpm. El torque generado durante la conducción, depende de la posición del acelerador y es un valor entre 0 y 1 del máximo. En el caso de simuladores que trabajan con el teclado del computador, solo son tenidos en cuenta los valores de torque que están sobre la curva.

A los efectos de la simulación se procedió a la aplicación de las ecuaciones (4.1) y (4.3), tomando como variable independiente, diferentes valores de velocidad angular del motor, entre los límites 1000 y 6000 rpm (Fig. 4.14). Las curvas obtenidas muestran un nivel aceptable de coincidencia en la forma y valores con las experimentales, mayormente la modelación del proceso de entrega de potencia. Se puede observar una variación en el pico de torque, que en este caso se da a 3000 rpm, con un valor de 400 (lb-pie), algo superior al observado en el banco de prueba, aproximadamente un 13 %.

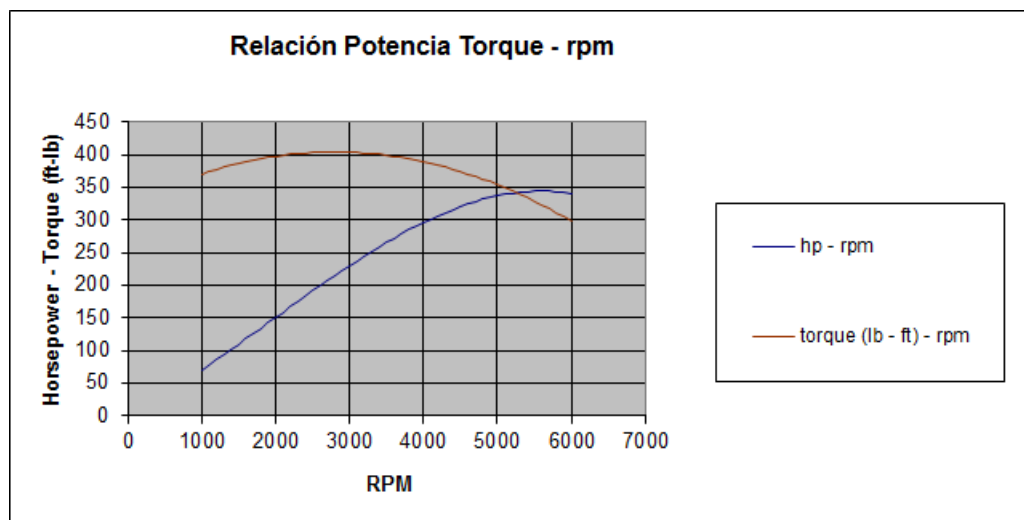


Figura 4.14 Resultado del ensayo en banco de prueba de un motor de combustión interna

También se analizó y modeló la relación torque-rpm para cada una de las relaciones de marcha con que cuenta este modelo de vehículo, esto es, 1ª marcha: 2.66, 2ª marcha: 1.78, 3ª marcha: 1.30, 4ª marcha: 1.0, 5ª marcha: 0.74, 6ª marcha: 0.5, reversa: 2.9, diferencial: 3.42.

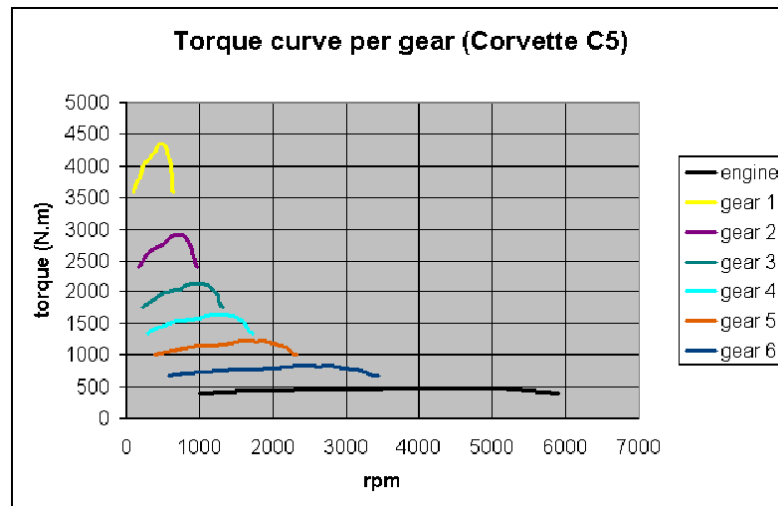


Figura 4.15 Curvas experimentales de la relación torque-rpm en las ruedas y el motor

En la gráfica experimental (Monster M., 2003) (Fig. 4.15), los valores de las curvas correspondientes al traspaso de torque, han sido magnificados por el tren de transmisión, es decir que las rpm contra las que se las gráfica, corresponden a la velocidad angular del eje trasero en cada relación de marcha. Como dato extra, se muestra también la curva perteneciente al motor, ahora en (N-m), contra rpm del motor.

El resultado de la modelación se muestra en (Fig. 4.16). Los valores pico de torque en cada curva son levemente superiores a los observados en el ensayo experimental, aunque hay que considerar que en este modelo no se tuvo en cuenta el rendimiento y las pérdidas debido a la transmisión, que si son cargadas en la ecuación general de la aceleración Ec. (4.9), disminuye los valores en aproximadamente un 10 %.

Podemos considerar que el modelo empleado responde a los objetivos de simulación dinámica de un motor de combustión interna a chispa, y que puede ser aplicado a otros casos de características similares.

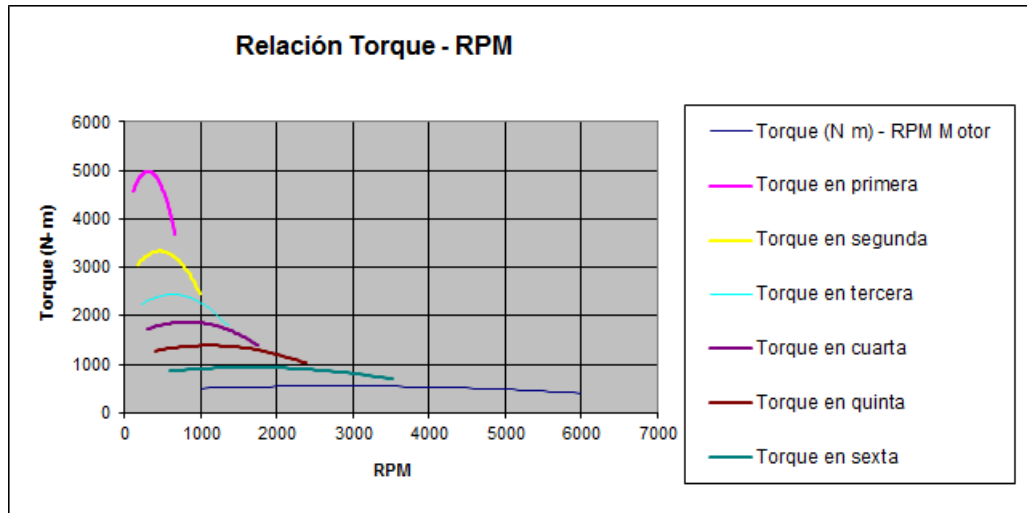


Figura 4.16 Modelación de las curvas de torque en cada relación de marcha de la caja de cambios

#### 4.5.1.2 Resistencia aerodinámica y de rodadura:

Esta modelación se realizó a partir de los parámetros característicos del Renault Clío, y con la utilización de las Ecs. (4.45), (4.47) y (4.48) para la resistencia aerodinámica y la Ec. (4.52) para la resistencia a la rodadura.

Se puede observar en la (Fig 4.17), que a velocidades, hasta aproximadamente 80 km/h, la resistencia a la rodadura prevalece como la fuerza principal de oposición al movimiento en terreno horizontal, y luego de este valor, la resistencia aerodinámica es la más importante, con un crecimiento no lineal importante.

El punto de cruce de ambas curvas, depende de diversos factores que van desde la elección del modelo matemático de representación de la fuerza de rodadura, hasta la diversidad de formas aerodinámicas de vehículos que afectan la determinación del área transversal, y del coeficiente de penetración  $C_d$ .

Como regla general, se acepta que estas fuerzas se igualan a velocidades que rondan los 50 a 60 mph, aproximadamente 80 a 96 km/h (Gillespie T., 1992), aunque algunos textos fijan límites menores del entorno.

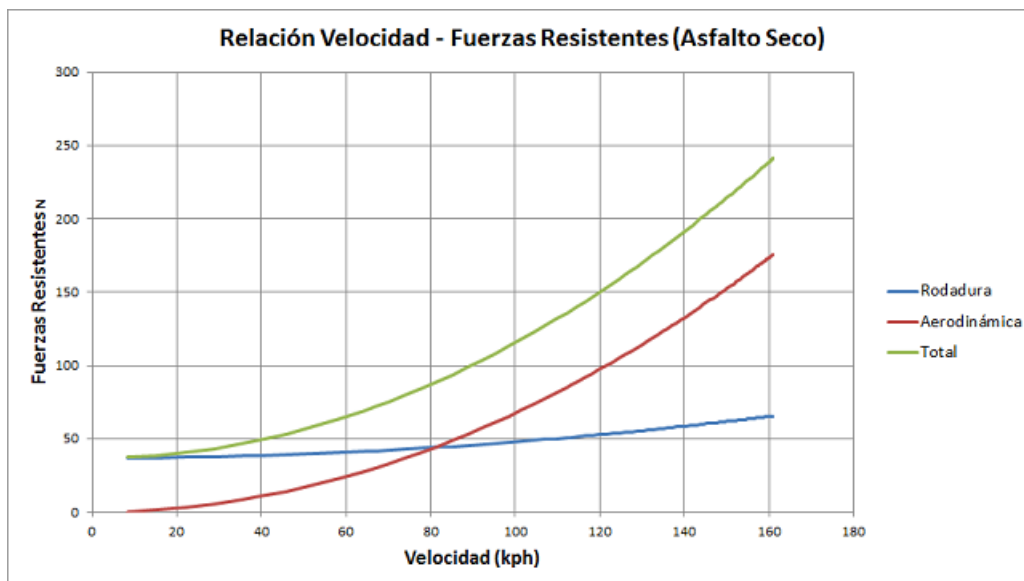


Figura 4.17 Superposición de curvas de fuerzas aerodinámica y de rodadura

Para lograr la representación de la (Fig. 4.17), se aceleró el vehículo sostenidamente, y a través de las 5 relaciones de transmisión hasta la velocidad de 160 km/h, casi la máxima admitida en este modelo.

#### 4.5.1.3 Modelo acoplado de aceleración:

El funcionamiento del simulador para efectuar las maniobras de conducción (giro, aceleración, frenado, cambio de marcha, etc.), está basado en el uso del teclado, en donde las flechas a izquierda y derecha controlan las maniobras de giro, la tecla hacia arriba la aceleración, la tecla hacia abajo el frenado, y la tecla de espacio, el cambio de marcha ascendente y descendente. Esto ha sido diseñado pensando en la metodología más común empleada en la mayoría de los juegos de video, y en la familiarización de los usuarios con este formato. Además se han añadido las teclas "A", y "C" que aportan a una función fundamental, mantener la velocidad constante en los tramos en que se lo necesite. Esto es, al presionar la tecla de avance, el vehículo entra en aceleración permanente, y al soltarla en desaceleración. Si se pretende mantener la velocidad constante, habría que presionar y soltar reiteradamente esta tecla, con el inconveniente que esto significa para el usuario. De esta manera, en el momento de acelerar, con la tecla de avance sujeta, y en una determinada relación de marcha, se presiona la tecla "C", lo cual activa una variable que indica un cambio en el bucle de ejecución, y mantiene la velocidad del vehículo. Cuando se desea volver a acelerar se presiona la tecla "A". Las teclas numéricas (arriba de las letras), se utilizan para

posicionarnos en 5 diferentes puntos de visualización, como por ejemplo desde dentro del automóvil (Fig. 4.18) o desde fuera (Fig. 4.19).



Figura 4.18 Vista del simulador desde dentro del vehículo

Se destaca que cuando se ha presionado la tecla "C", quedando la variable activada, y se suelta la tecla de avance (aceleración), el vehículo entra en desaceleración hasta que se vuelve a presionar la tecla de avance, manteniendo la velocidad constante a partir de ese momento.

Esta metodología modifica el sistema de manejo de un vehículo real, esto es, no se dispone de la posibilidad de contar con un embrague, con el cuál ir regulando el movimiento en la salida desde velocidad cero, es decir, al presionar la tecla de avance (0 ó 1), se entrega toda la potencia disponible, lo que produciría un torque elevado, y como se explicó en Fig. 3.12, un probable deslizamiento pleno, con giro de los neumáticos y con poco o nada de movimiento de avance del vehículo.

Para solucionar esto, se implementa el algoritmo de “aceleración con control de tracción”.



Figura 4.19 Vista del simulador desde fuera del vehículo

En fig. 4.20 se presenta el diagrama de flujo del modelo, puede observarse la secuencia lógica que sigue la simulación para mover el vehículo virtual desde velocidad cero.

Se ingresa al bucle formalizando la entrada de datos de las características técnicas del vehículo que se almacenan en un script inicial, a continuación se realizan los cálculos preliminares para la obtención de las fuerzas definidas por la Ec. (4.8) y la Ec. (4.20).

Se inserta la primera condición que compara ambas fuerzas, y decide si la fuerza entregada por el torque del motor es menor que la fuerza límite de avance, que está condicionada por el tipo de tracción que posee el vehículo (delantera, trasera o en las cuatro ruedas), por su geometría, y por las condiciones de la superficie de rodamiento. Si es así, acelera el vehículo con la capacidad del motor, y si no, acelera con la limitación mencionada. Esto se verifica en cada paso de iteración, ya el torque del motor va disminuyendo conforme se va acelerando, y colocando los cambios de marcha superiores.

En este punto, se inserta la segunda condición, para ambos caminos, que está referida a tres limitaciones: Máximo RPM que permite el motor, posibilidad de circular a velocidad constante, y posible aceleración negativa.

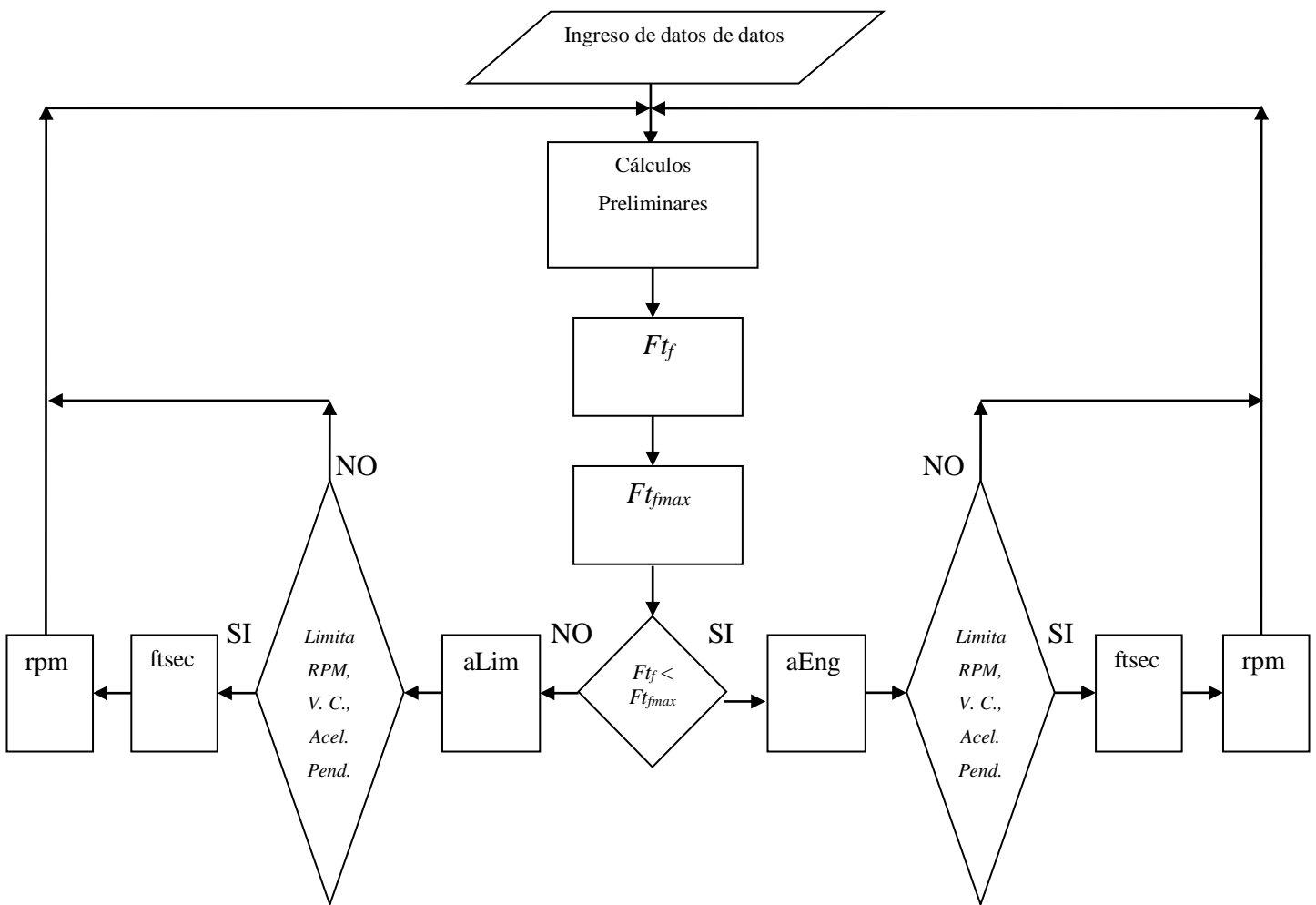


Figura 4.20 Diagrama de flujo del modelo de aceleración con límite de tracción

Cuando se da la condición de que las RPM del motor estén por debajo del límite y que no se haya presionado la tecla "C" explicada anteriormente, el vehículo acelera con la capacidad del motor. Si alguna de estas condiciones no se da, es decir, que las RPM lleguen al límite o que se presione la tecla "C", evita la integración de la aceleración, no renueva el valor de la velocidad, y por lo tanto la mantienen constante.

Lo mismo ocurre mientras la aceleración sea positiva. Si por alguna circunstancia esta se torna negativa (en general en motores pequeños al subir pendientes pronunciadas en relaciones de marcha altas, etc.), vuelve a integrar la aceleración para disminuir la velocidad.

Se realizaron pruebas de aceleración con control de tracción sobre diferentes superficies de rodamiento, y se construyeron diagramas velocidad – tiempo, y velocidad – espacio, con el vehículo Renault Clío descrito al inicio del presente apartado.



Para la ejecución de estas pruebas se modelaron tramos de carreteras rectos de 6 km de longitud, simulando asfalto seco, asfalto húmedo, ripio y nieve de poca profundidad (5cm), con el fin de representar una amplia gama de interacción neumático – carretera, y de performance de conducción.

Los resultados de la simulación en asfalto seco se compararon con resultados experimentales de los siguientes sitios:

1. <https://www.youtube.com/watch?v=gGAEqVaQQ9s>
2. <https://www.youtube.com/watch?v=YNM0BjmeVMA>
3. <https://www.16valvulas.com.ar/probamos-el-renault-clio-mio/>

Las diferencias porcentuales de comparación se calculan a partir de la Ec. (4.53)

$$(a)_{dif\%} = \frac{|(a)_{test} - (a)_{sim}|}{(a)_{sim}} \cdot 100 \quad (4.53)$$

Donde  $(a)_{test}$ , es la aceleración real y  $(a)_{sim}$ , la simulada. Se consideran aceptables diferencias de hasta un 10 % aproximadamente.

El procedimiento consistió en acelerar sostenidamente el vehículo en terreno llano (pendiente cero), desde el reposo, y hasta la velocidad máxima permitida por sus características técnicas y por la superficie de rodamiento, que en el caso del asfalto húmedo y seco fue de ~161 kph (verificado con el manual del usuario y en los enlaces 1, 2, y 3), en ripio de ~142 kph, y en nieve poco profunda de ~155 kph, en este último caso con dificultad por la baja adherencia y la inestabilidad lateral.

Hay dos parámetros principales incidentes en la tracción y la aceleración del vehículo, el coeficiente de adherencia Ec. (4.21), y el coeficiente de resistencia a la rodadura Ec. (4.52). Estos dos elementos combinados en la Ecs. (4.11) y (4.21), determinan la performance que tiene el vehículo.

Los coeficientes de adherencia utilizados fueron extraídos de la tabla 3.1 y los coeficientes de resistencia a la rodadura de la tabla 4.1.

La curva de Fig. 4.21, presenta la aceleración experimental del vehículo hasta los 100 kph obtenida del enlace 3, y es contrastada con la curva obtenida de la simulación presentada en Fig. 4.22.

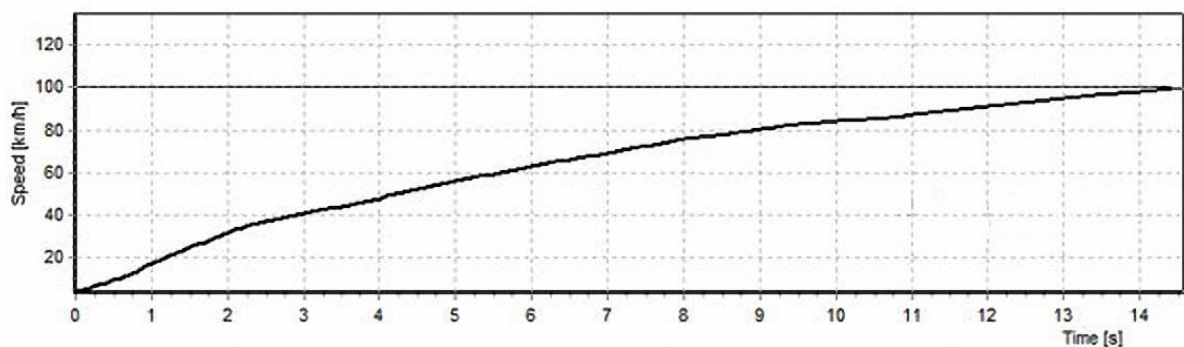


Figura 4.21 Prueba de aceleración hasta 100 kph experimental

De la observación de ambas curvas podemos hacer las siguientes consideraciones:

- En la prueba experimental se llega a los 100 kph en 14.54 seg, mientras que en la simulación se arriba a la misma velocidad en 14.4 seg (0.97 %).
- Comparando valores intermedios cada 3 seg., vemos que se obtiene:

<b>Tiempo (seg)</b>	<b>Experimental (kph)</b>	<b>Simulación (kph)</b>	<b>Diferencia (%)</b>
<b>3</b>	40	37	8.1
<b>6</b>	62	60	3.3
<b>9</b>	80	78	2.5
<b>12</b>	92	92	0

Tabla 4.2 Comparación aceleración Renault Clío 1.2 16v experimental – simulación

Este procedimiento, nos permite corroborar la forma que toma la función velocidad en el tiempo en ambos casos. Las diferencias observadas son mínimas y pueden deberse a variaciones en las condiciones del ensayo.

Las curvas presentadas en Fig. 4.23 y en Fig. 4.24, muestran en ordenadas, la velocidad en kph y aceleración en  $\text{pies}/\text{seg}^2$ , y en abscisas, el tiempo transcurrido durante la prueba en segundos para superficie de rodamiento asfáltica en estado húmedo y seco. Además se indican las relaciones de marcha y el momento en que se las utiliza.

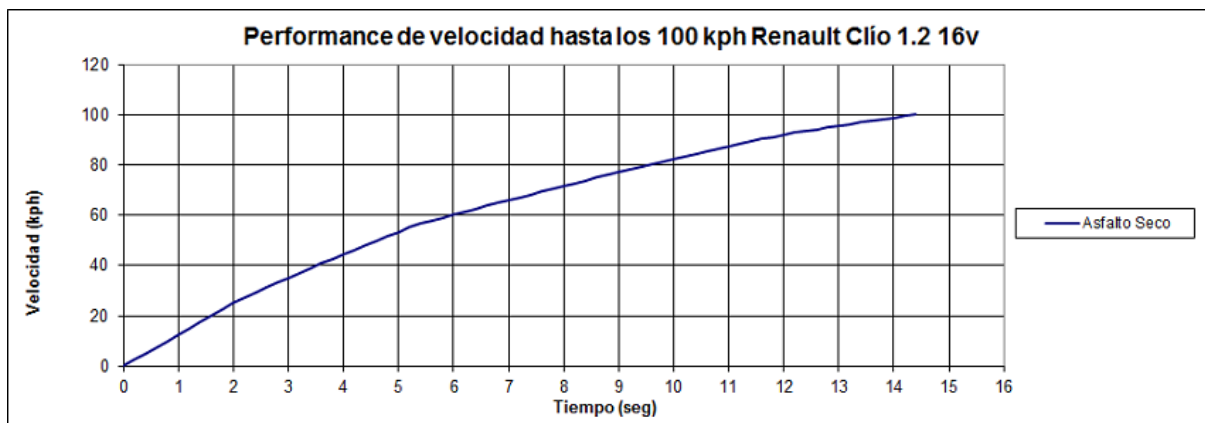


Figura 4.22 Prueba de aceleración hasta 100 kph simulada

En esta circunstancia, el coeficiente de resistencia a la rodadura es el mismo para ambos casos ( $\mu_0 = 0.018$ ), asfalto promedio (Tabla 4.1), por lo que la performance la determina la adherencia.

La curva a), que representa la aceleración sobre una superficie de asfalto seco ( $\mu = 0.85$ ), es la que menos tiempo utiliza para acceder a la máxima velocidad de 161 kph (~65 seg.), y la que mayor pendiente presenta en Fig. 4.23, confirmando la mayor capacidad de tracción, que puede observarse en Fig. 4.24, en donde la 1ª marcha está limitada por el coeficiente de adherencia y genera una aceleración de casi 9 pies/seg<sup>2</sup>. Cuando se conecta la 2ª marcha, la fuerza de tracción cedida por la potencia del motor se torna menor que la fuerza límite, y de ahí en adelante controla la prueba, con aceleraciones que en 5ª velocidad son cercanas a cero, y el vehículo no puede aumentar su velocidad en terreno llano.

La curva b), representa la circulación sobre asfalto húmedo ( $\mu = 0.50$ ), sin película de agua, esto es, sin posibilidad de hidrodinámico. Podemos observar que también accede a la máxima velocidad de 161 kph, pero en un tiempo mayor, con una diferencia que en 2ª, 3ª y 4ª marcha se incrementa de 2 a 4 seg., con una pendiente sensiblemente menor, con menor capacidad de tracción, (Fig. 4.23). En Fig. 4.24, se observa que la máxima aceleración en 1ª marcha, controlada por la adherencia, es de ~5.3 pies/seg<sup>2</sup>, y en 2ª marcha, también controlada por la adherencia, se produce un salto positivo a ~6.6 pies/seg<sup>2</sup>, esto es porque la fuerza de tracción límite es constante, y ahora la masa equivalente (Ec. (4.10)), es menor, porque las pérdidas en la relación de transmisión  $N_{td}$  son menores. Desde 3ª marcha, la aceleración es controlada por la potencia entregada por el motor hasta el final de la prueba.

En Figs. 4.25 y 4.26, se analiza la diferencia existente en la performance de velocidad y aceleración sobre asfalto húmedo y ripio. Se ha colocado nuevamente la curva b), pero ahora acompañada por la curva c) (ripio) cuyas características son:  $\mu = 0.60$  y  $\mu_0 = 0.055$  (Tablas 3.1 y 4.1). Esta comparación está basada en que los coeficientes de adherencia de ambas superficies son similares, pero existe una diferencia marcada en la rodadura, producto de transitar sobre una superficie pedregosa y muy deformable

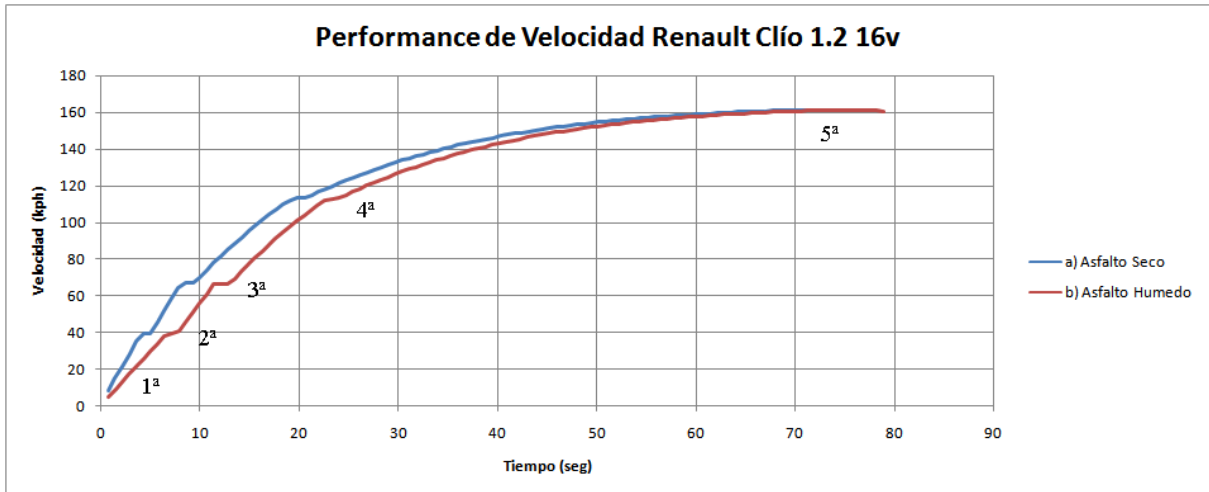


Figura 4.23: Aceleración limitada en diferentes superficies de rodamiento

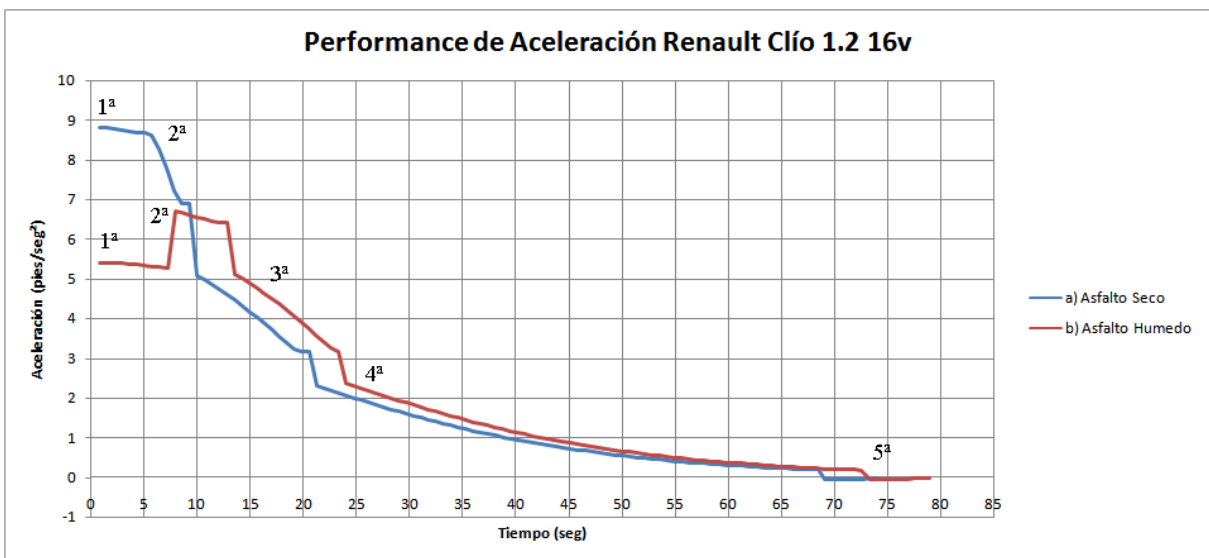


Figura 4.24: Aceleración limitada por la superficie de rodamiento

Esto se puede verificar en la Fig. 4.25, en donde a bajas velocidades, hasta la 2ª marcha, las pendientes de ambas curvas son similares, con valores de aceleración limitada por la adherencia, similares (Fig. 4.26), ya que hasta ese momento, a pesar de que en ripio se cuenta con algo más de tracción, su resistencia a la rodadura es mayor, produciéndose una

compensación. Al colocar la 3ª marcha, el control de aceleración lo toma la potencia del motor, comienza a hacerse más importante la fuerza de resistencia a la rodadura frente al mismo impulso, y ambas curvas se separan francamente a ~75 kph. Las velocidades máximas alcanzadas difieren en ~20 kph.

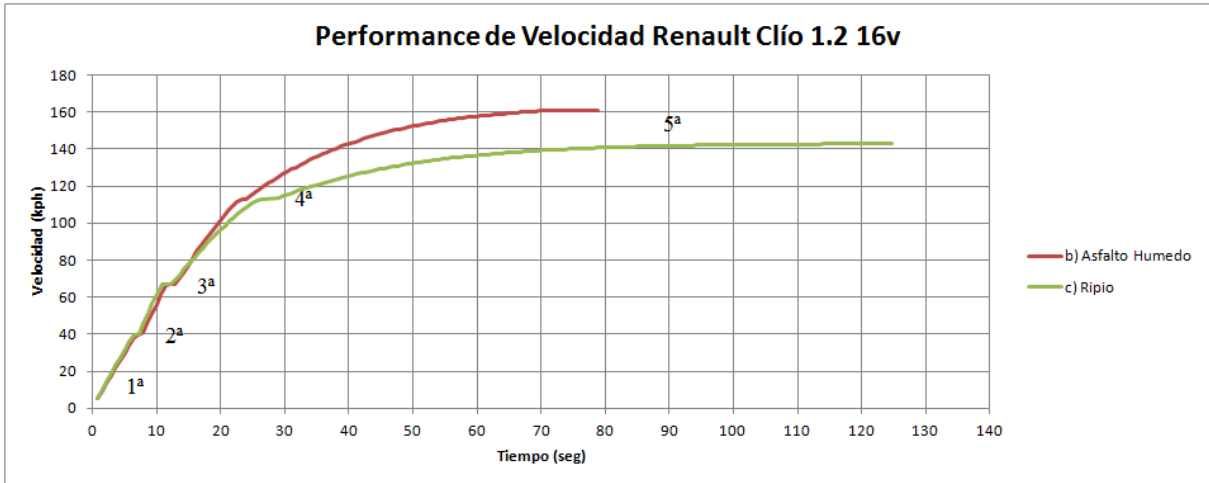


Figura 4.25: Velocidad en ripio limitada por la resistencia a la rodadura

Finalmente, se presenta en Figs. 4.27 y 4.28, el desempeño del vehículo sobre nieve con un coeficiente de adherencia muy bajo,  $\mu = 0.2$  (Tabla 3.1), y un coeficiente de resistencia a la rodadura  $\mu_0 = 0.025$  (Tabla 4.1), un poco superior al del asfalto promedio.

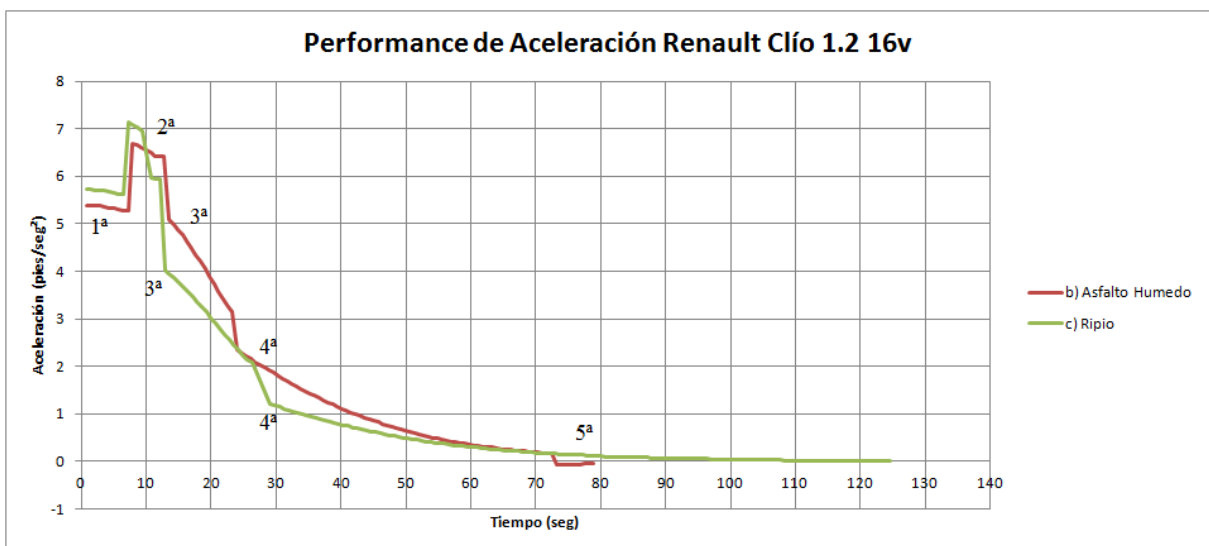


Figura 4.26: Aceleración en ripio y asfalto húmedo

Por efecto de la baja adherencia, el vehículo debe partir desde el reposo con un valor de aceleración máximo limitado por la baja tracción de ~2 pies/seg<sup>2</sup> (Fig. 4.28), para evitar el deslizamiento de los neumáticos.

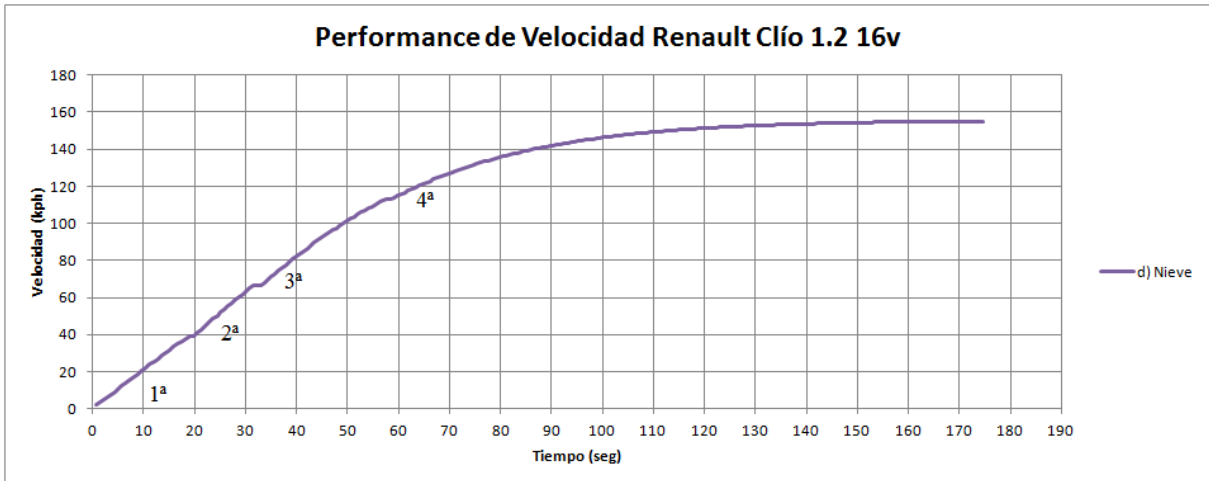


Figura 4.27: Velocidad - Tiempo en Nieve poco profunda (5 cm)

El control de tracción debe mantenerse durante casi toda la prueba, y solamente en 4ª marcha, se libera la entrega plena de potencia del motor. La curva de velocidad – tiempo (Fig. 4.27), tiene baja pendiente, y puede alcanzar los 100 kph solo a los 50 segs. La velocidad máxima es regulada por la resistencia a la rodadura.

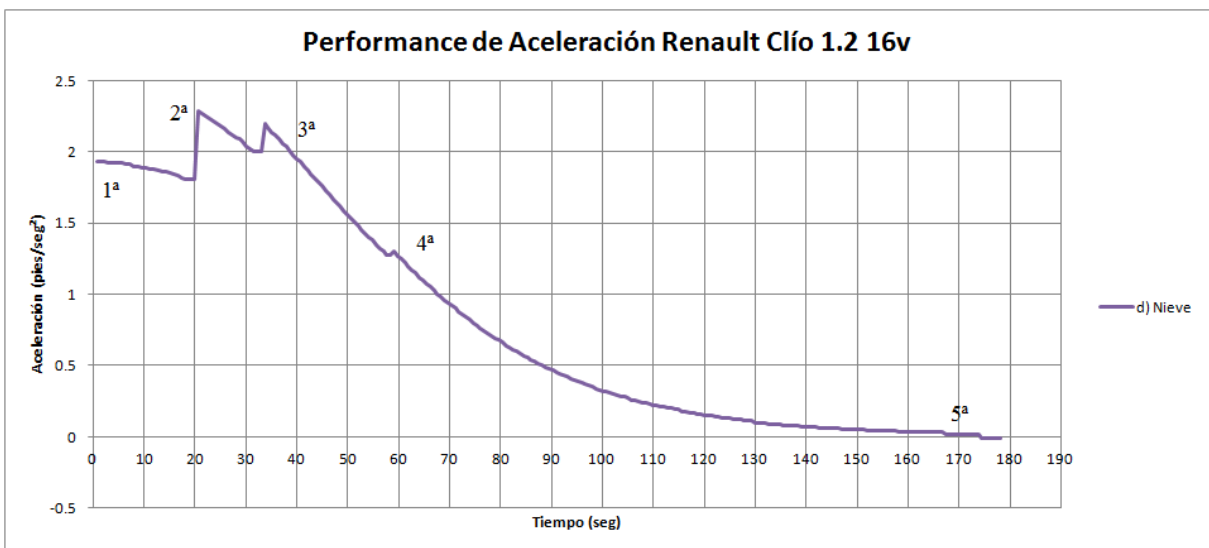


Figura 4.28: Aceleración limitada por la baja adherencia en nieve

En este caso se agrega el gráfico velocidad – espacio (Fig. 4.29), a los efectos de notar que debido a las condiciones de pista, el vehículo necesita aproximadamente 700 mts, para alcanzar los 100 kph, y aproximadamente 5 km para la velocidad máxima.

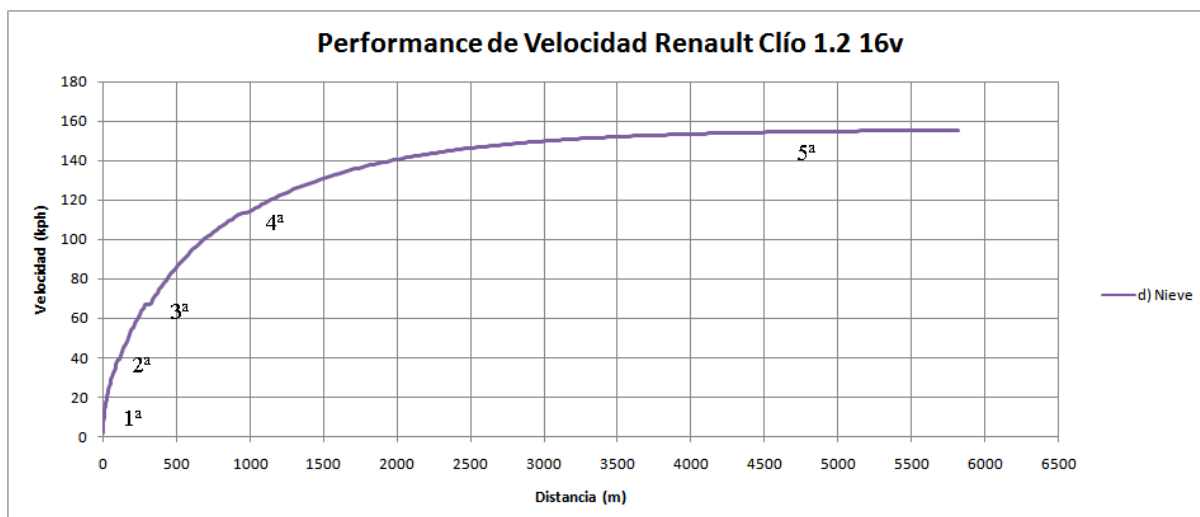


Figura 4.29: Velocidad – Espacio recorrido en Nieve poco profunda (5 cm)

#### 4.5.1.4 Desaceleración con asistencia de freno de motor:

En la presente tesis se ha simulado este procedimiento de gran importancia para afrontar diferentes situaciones que se pueden presentar durante la conducción de un vehículo. Se ha tenido en cuenta el funcionamiento de un motor de combustión interna con propulsión a nafta, y se han obtenido gráficos para su análisis.

Cuando se libera la tecla de avance, y no se presiona la tecla de retroceso, el vehículo virtual ingresa en el módulo de desaceleración y continúa en este proceso repetitivo, hasta que se vuelve a presionar la tecla de avance o retroceso para aceleración o frenado asistido respectivamente.

Si durante este intervalo, se presionan las teclas de flecha a izquierda o derecha se ejecuta la maniobra de giro en desaceleración.

En Fig. 4.30, Fig. 4.31, Fig. 4.32 y Fig. 4.33, se observan las gráficas obtenidas en la simulación.

En el procedimiento se generó un tramo de carretera recto y horizontal de 4 km de longitud, y se utilizó un Renault Clío 1.2 16v (Fig. 4.18). El valor del coeficiente  $\mu fM$ , se calculó en 0.301 Ec. (4.30).

Se aceleró sostenidamente el vehículo en 1ª, 2ª, 3ª, 4ª y 5ª marcha hasta una velocidad de aproximadamente 100 kph, para luego soltar la tecla de avance y dejar que

pierda velocidad hasta cero sin recurrir a la asistencia de frenos de fricción, en tres situaciones diferentes:

1. Presionando la tecla "E" (Simulación del pedal de embrague presionado o colocación de "punto muerto" en caja de cambios).
2. Dejando la relación de marcha en 5ta, ya que es la práctica más común en rutas cuando es necesario abordar una curva a altas velocidades, solo que en este caso se prolongó el proceso hasta la detención.
3. Realizando rebajes hasta la 1ra marcha.

Fueron evaluadas todas las fuerzas que contrarrestan a la velocidad. Se simuló al asfalto como superficie de rodamiento y se graficó la velocidad en kph, contra el tiempo en segundos y contra el espacio en metros respectivamente.

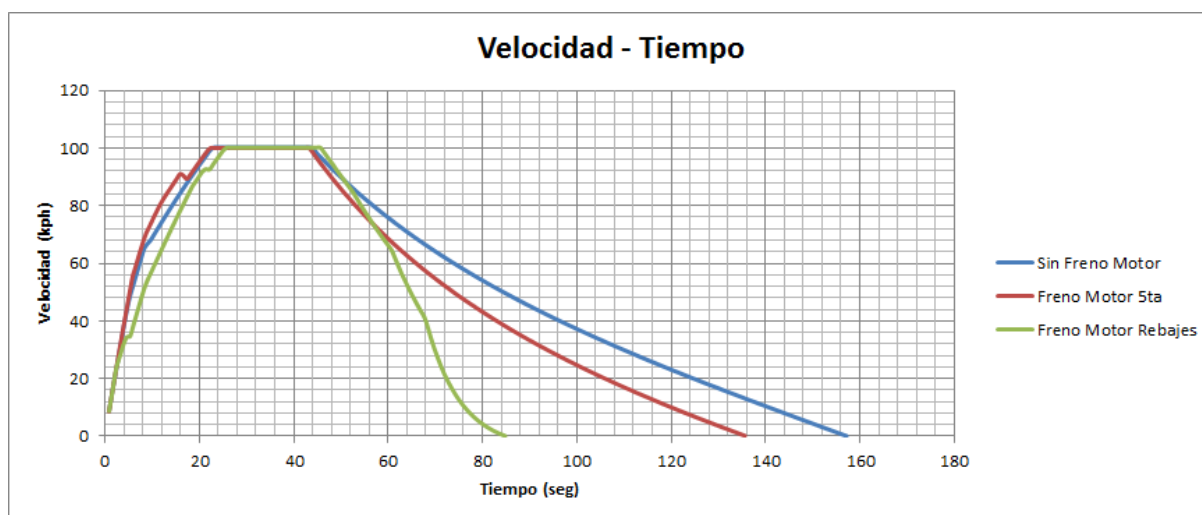


Figura 4.30: Desaceleración en el tiempo sobre asfalto y pendiente cero

La secuencia de cambio de relación de marcha hacia abajo en la prueba fue la siguiente:

- Se colocó 4ta a 90 kph ( $\approx$  3000 RPM)
- Se colocó 3ta a 80 kph ( $\approx$  3800 RPM)
- Se colocó 2da a 65 kph ( $\approx$  5200 RPM)
- Se colocó 1ra a 40 kph ( $\approx$  5350 RPM)

Esto se puede observar en el quiebre de las curvas de las Fig. 4.30 y 4.31.

Las diferencias de tiempo o distancia en valor absoluto  $((t,d)dif_{ab})$  y porcentual  $((t,d)dif_{\%})$ , son calculadas utilizando las siguientes ecuaciones:



$$(t,d) dif_{ab} = |(t,d)_{sm,ff} - (t,d)_{fm}| \quad (4.54)$$

$$(t,d) dif_{\%} = \frac{|(t,d)_{sm,ff} - (t,d)_{fm}|}{(t,d)_{sm,ff}} \cdot 100 \quad (4.55)$$

Donde  $(t,d)_{(sm,ff)}$  es el tiempo o distancia de detención sin motor o utilizando freno por fricción,  $(t,d)_{fm}$  es el tiempo o distancia de detención con freno de motor.

El tiempo de detención del vehículo sin la asistencia del freno de motor es de aprox. 106 seg, con freno de motor en 5ta marcha de aprox. 86 seg., lo que implica una mejora de aproximadamente un 19%, Ec. (4.55). Ya realizando los rebajes hasta la 1ra marcha, en la secuencia explicada, el tiempo de frenado es de aprox. 40 seg., con una mejora considerable de un 63% Fig. 4.29.

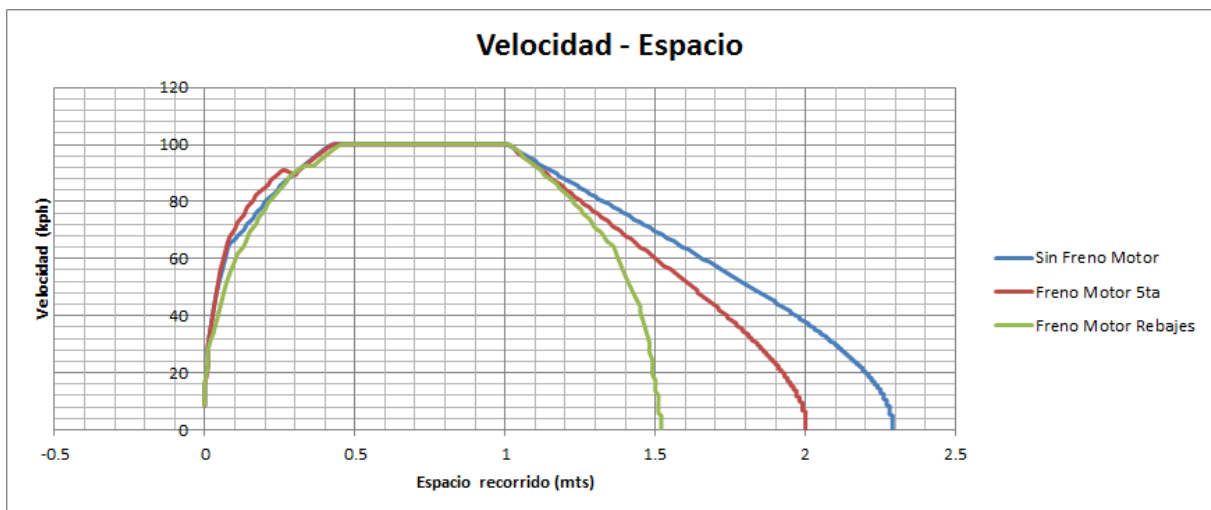


Figura 4.31: Desaceleración en el espacio sobre asfalto y pendiente cero

El espacio recorrido en la detención, que es de fundamental importancia en la evaluación de la seguridad se muestra en la Fig. 4.31:

- Sin freno de motor  $\approx$  1300 m
- Con freno de motor en 5ta marcha  $\approx$  1000 m
- Con el cambio de relación de caja descendente  $\approx$  505 m

En este caso los porcentajes de mejora son de  $\approx$  23% en el segundo caso con respecto al primero, y de  $\approx$  61% con los rebajes.

Si observamos ahora la parte superior de la curva, vemos que para que el vehículo pase de 100 kph a 80 kph, recorre 320 m sin freno de motor, y 250 m con la 5ta marcha

posicionada, con una ganancia de 70 m (23%), diferencia fundamental en el abordaje de curvas.

Asimismo se realizó una prueba de frenado sobre una superficie de rodamiento extrema como lo es el hielo, el cuál disminuye radicalmente el coeficiente de adherencia con los neumáticos, y torna peligroso e inestable el uso de los frenos por fricción. En este caso la normativa vial aconseja el uso del motor para disminuir la velocidad e incluso detener el vehículo.

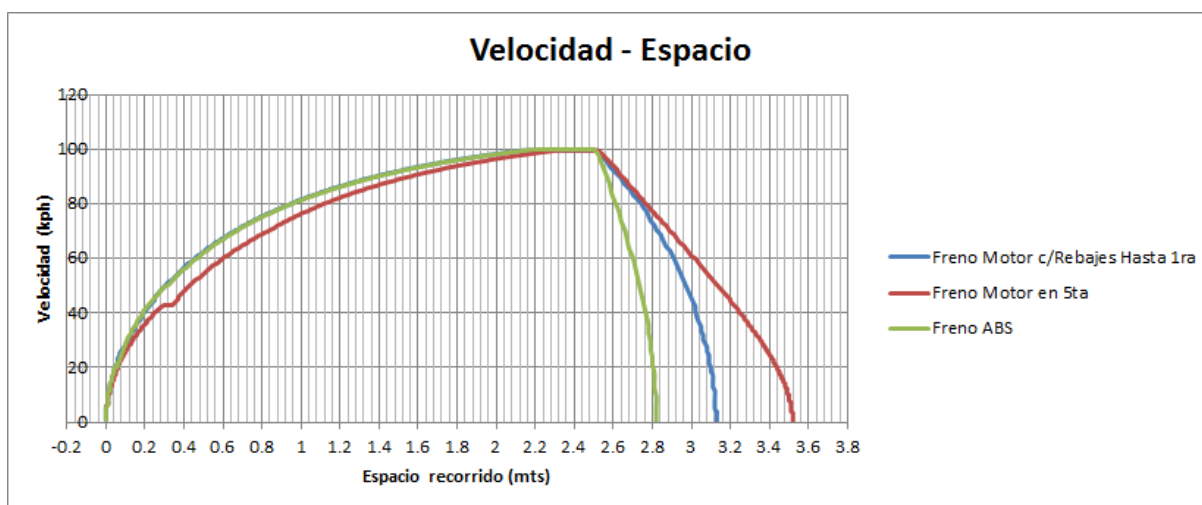


Figura 4.32: Desaceleración en el espacio sobre hielo y pendiente cero

El ensayo consistió en acelerar nuevamente el vehículo sostenidamente hasta 100 kph, y luego desacelerarlo con frenos del tipo ABS (en el límite de adherencia), con freno de motor con la relación de marcha en 5ta, y efectuando rebajes hasta 1ra, al igual que se hizo con el ensayo sobre asfalto, Fig. 4.32.

El coeficiente de adherencia estático, se fijó en 0.15, y el dinámico en 0.1.

El objetivo en este caso, es determinar la conveniencia de uso de un método de desaceleración estable (freno de motor), frente a uno inestable (freno por fricción), y la diferencia existente en las distancias de frenado.

Los valores de los desplazamientos del vehículo desde 100 kph hasta la detención con la asistencia del freno de motor, son los mismos que los obtenidos en el ensayo sobre superficie asfáltica, ya que se operó de manera tal que el torque de frenado sobre la rueda motora no superara las condiciones de adherencia (esto puede ocurrir a altas RPM en la primera marcha).

El valor de distancia de frenado utilizando el sistema ABS al límite de su capacidad es de 320 m.

La diferencia con el frenado de motor realizando rebajes hasta la 1ra marcha ( $\approx 505$  m) es de  $\approx 185$  m Ec. (4.54), aproximadamente un 37 % Ec. (4.55), lo cual no es significativo de no mediar una situación de emergencia, y considerando una estabilidad dinámica ampliamente superior. Esta práctica resulta de gran importancia para desaceleraciones a velocidades intermedias. En esta prueba se excluyen los vehículos que no cuenten con sistemas ABS.



Figura 4.33: Pruebas efectuadas en zona montañosa

Finalmente, se efectuaron pruebas sobre asfalto en buenas condiciones, en pendientes de diferente inclinación y de 1 km de longitud, para observar y comparar el comportamiento del vehículo soltando el acelerador a una velocidad determinada (100 kph), y dejándolo desacelerar con y sin la asistencia del freno de motor.

En la Fig. 4.34, se puede observar que las pendientes analizadas son del 2% (P 2%), 4% (P4%), 6% (P 6%) y 8% (P 8%), y en cada una se efectuaron las tres pruebas correspondientes.

La secuencia de cambio de relación de marcha hacia abajo es la misma que para pista con pendiente 0% enunciada anteriormente.

A medida que la pendiente descendente se torna más pronunciada, se hace más necesario el uso de algún sistema de frenado para mantener la velocidad y evitar que aumente de manera peligrosa.

Se debe tener en cuenta que cuando se circula por carreteras con pendientes pronunciadas, también existen curvas de radios pequeños, lo que aumenta considerablemente el riesgo de accidentes por salida de pista.

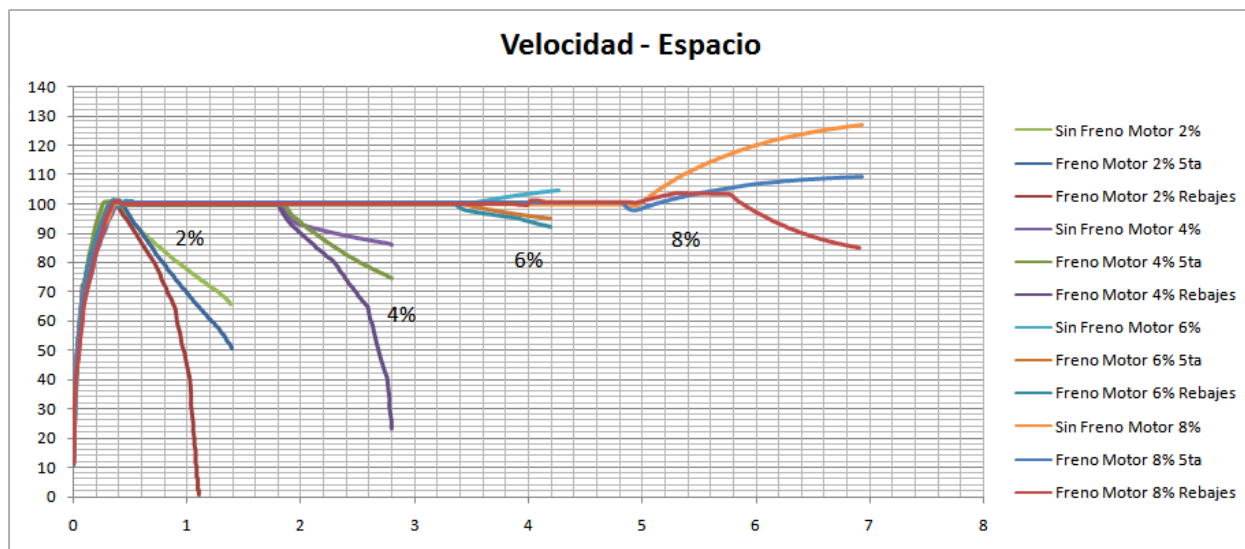


Figura 4.34: Desaceleración en pendiente variando freno de motor y sin freno de motor

En estos casos el uso del freno de motor es altamente recomendado por la señalización vial y de vital importancia para evitar la pérdida de control del vehículo y el deterioro y sobrecalentamiento del sistema de frenos por fricción. Esto se agrava en situaciones de climas adversos como por ejemplo, lluvia o nieve.

Cuando el vehículo desacelera sin la asistencia del freno de motor, las fuerzas que inciden son: aerodinámica, rodadura y gravedad.

La fuerza aerodinámica, es más significativa hasta  $\approx 80$  kph, en donde la rodadura comienza a ser más importante (Fig. 4.17).

La fuerza de gravedad, en este caso, es la que favorece la aceleración por ser pendientes descendentes.

En el análisis realizado para pendientes leves de 2% y de 4%, soltando el acelerador a los 100 kph, se llega al final de la recta a  $\approx 65$  kph en el primer caso y a  $\approx 86$  kph en el segundo con el vehículo en "punto muerto", es decir, efectivamente las fuerzas mencionadas actúan frenando el vehículo, con más incidencia aerodinámica que de rodadura.

Cuando se activa el freno de motor, se ve claramente su efecto, y en 5ta marcha la velocidad disminuye a  $\approx 50$  kph (P 2%) y 74 kph (P 4%) respectivamente, con una ganancia en el frenado de aproximadamente 23% y 14% respectivamente. Al efectuar los rebajes a relaciones de caja menores, en P 2% se detiene el vehículo en  $\approx 600$  m, y en P 4% se llega a  $\approx 22$  kph a los 1000 m.

En la pendiente de 6%, el vehículo sin asistencia del freno de motor eleva su velocidad debido a la fuerza de gravedad hasta  $\approx 104$  kph, con freno de motor en 5ta marcha, disminuye a  $\approx 94$  kph, y realizando los rebajes, se llega a colocar solo la 4ta marcha a  $\approx 96$  kph ( $\approx 3180$  RPM), debido a la longitud e inclinación de la pista, y alcanzar una velocidad de  $\approx 92$  kph, que es apenas menor que la anterior.

En el caso de la pendiente correspondiente al 8%, se ha extendido su longitud hasta 2000 m con el fin de tener más margen para realizar los rebajes.

Por el grado de severidad que tiene su inclinación, el vehículo aumenta drásticamente su velocidad hasta  $\approx 128$  kph sin freno de motor, y aún con freno de motor en 5ta marcha asciende a  $\approx 110$  kph.

Al efectuar los rebajes a 4ta marcha, a 104 kph ( $\approx 3400$  RPM), se logra mantener la velocidad y pasando a 3ra marcha ( $\approx 4870$  RPM), se logra bajar su velocidad a  $\approx 85$  kph.

Si las pendientes fueran aún más largas, la diferencia se acentúa notablemente por la tendencia de las curvas Fig. 4.33.

De las pruebas realizadas, puede observarse que el modelo responde correctamente a la variación de desaceleración ajustada a la superficie de rodamiento sobre la cual se desplaza el vehículo, y a la utilización o no del freno de motor sobre la misma superficie.

#### 4.5.1.5 Desaceleración con asistencia de frenado por fricción:

El proceso se inicia al presionar la tecla de retroceso, siempre y cuando el vector velocidad del vehículo sea positivo, mayor que cero, y termina al soltar dicha tecla. La velocidad inicial y final tienen su valor en consecuencia con dicha acción y la distancia es calculada en ese entorno.

Uno de los parámetros obtenidos a través de la interface del simulador, es la distancia de frenado, que es calculada en tiempo real a medida que se produce la desaceleración del vehículo por medio de la acción del usuario (Fig. 4.35), con resultados parciales entre la velocidad de inicio y la final.

La obtención de este valor de manera explícita, es muy importante desde el punto de vista del análisis de situaciones de frenado extremas.



Figura 4.35: Cálculo de distancia de frenado en tiempo real

El diagrama de flujo se presenta en Fig. 4.36. Se observa que el proceso de frenado es retroalimentado, con una condición de verificación para la velocidad  $\vec{v} > 0$ , que debe ir disminuyendo afectada por la aceleración negativa, hasta hacerse cero, y en este punto, el vehículo sale del enlace, conecta la reversa y comienza a retroceder.

A partir del condicionamiento, la secuencia es lineal, efectuando el cálculo de los parámetros de resistencia al desplazamiento explicados en la Ec. (4.38), de las fuerzas de frenado postuladas en las Ec. (4.40) y Ec. (4.41), y de la aceleración, velocidad y desplazamiento integradas numéricamente.

Para la determinación de la distancia de frenado, al inicio del bucle, se detecta la posición inicial del vehículo  $\vec{P}_i$ , y luego de los cálculos mencionados en el párrafo anterior,

la posición final  $\vec{P}f_i$  en el loop actual. Con las dos posiciones se calcula la norma como distancia parcial, y se adiciona a la distancia del paso anterior.

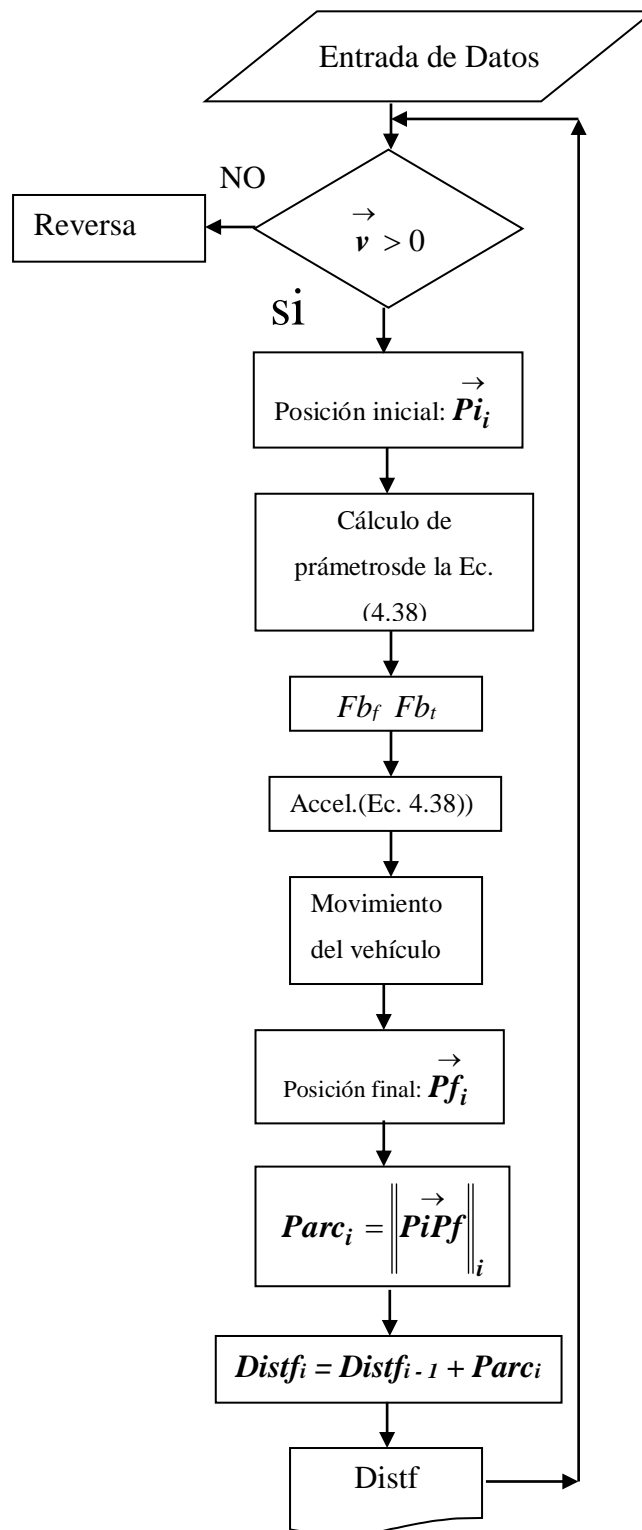


Figura 4.36: Diagrama de flujo para proceso de frenado y cálculo de la distancia de frenado

Por último se publica el valor en la interface Fig. 4.35, y vuelve a entrar en el bucle, mientras se mantenga presionada la tecla de retroceso.

En este caso se testeó el vehículo patrón para la validación. Los resultados obtenidos de la simulación, se comparan con pruebas in situ realizadas por las revistas especializadas, y se corrigen variables en donde se necesite.

Las condiciones en las cuales se realizaron las pruebas in situ no se especifican en los textos, pero por lo percibido en los artículos, la superficie de rodamiento es asfalto promedio con un  $\mu \approx 0.85$  y la pendiente  $\alpha = 0$ . Se considera un tiempo de reacción del conductor  $t_{reac} \approx 0.5$  seg. (Ec. 4.37), que es el retardo mínimo para el cambio de pedal de acelerador a freno. Estos los parámetros respetados en la simulación.

Las diferencias porcentuales de comparación se calculan a partir de la Ec. (4.56)

$$(d)_{dif\%} = \frac{(d)_{test} - (d)_{sim}}{(d)_{sim}} \cdot 100 \quad (4.56)$$

Donde  $(d)_{test}$ , es la distancia de frenado real y  $(d)_{sim}$ , la simulada. Se consideran aceptables diferencias de hasta un 10 % aproximadamente.

Los testes de frenado obtenidos para el automóvil Renault Clío 1.2 son presentados en:

- I. <https://www.youtube.com/watch?v=gGAEqVaOQ9s> (ABS)
- II. <https://www.16valvulas.com.ar/probamos-el-renault-clio-mio/> (sin ABS)
- III. <https://www.youtube.com/watch?v=YNM0BjmeVMA> (sin ABS)

En I la distancia de frenado de 100 – 0 kph fue de 46 mts, mientras en II, el mismo vehículo, en el mismo rango de velocidad frenó en 49.54 mts, un 7.7% más.

Los resultados obtenidos de la simulación son los siguientes:

- 120 - 0 kph en 67.3 mts
- 100 - 0 kph en 49 mts
- 100 - 0 kph en 45.2 mts (con  $t_{reac} = 0$  seg.)

Un aspecto especialmente importante de destacar nuevamente, es la observación de la función representada por el perfil de la curva experimental de fig. 4.37 (II), graficada en fig. 4.38 con la nomenclatura “100 – 0 kph Exp.” y su comparación con la función de la curva



simulada “100 – 0 kph TR”, en la cual se contempla un  $\mu = 0.82$ . Vemos una gran coincidencia en el desarrollo y en el valor final.

La curva denominada “100 – 0 kph”, representa la frenada pura, es decir, no contempla el tiempo de reacción. En este punto, es significativo subrayar la importancia del tiempo de reacción en la frenada, ya que en solo 0.5 seg. el vehículo recorre una distancia de casi 4 mts.

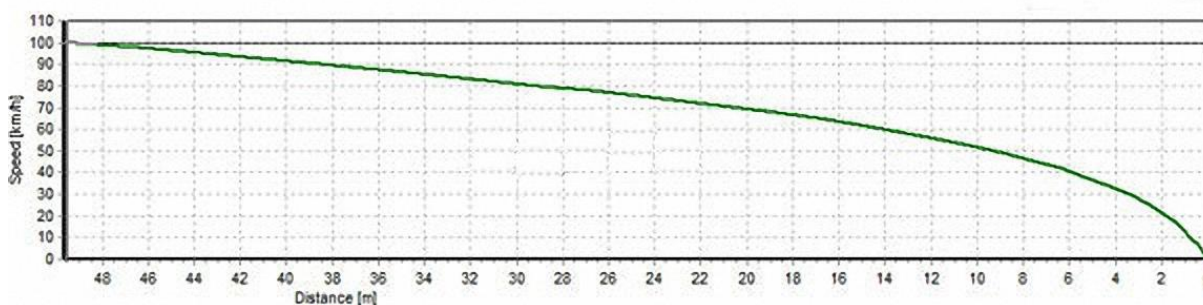


Figura 4.37: Test Realizado a Renault Clío Mio 1.2 (V)

Comparando valores intermedios cada 20 kph, se puede observar que en principio las curvas coinciden hasta aproximadamente los 75 kph, para luego comenzar a separarse levemente y finalmente llegar a una diferencia de 1.10 % en el frenado total.

Así, tendremos:

Velocidad (kph)	Experimental (mts)	Simulación (mts)	Diferencia (%)
100	0	0	0
80	20	20	0
60	35.2	32.8	7.3
40	43.5	41.8	4
20	47.8	47.2	1.3
0	49.54	49	1.1

Tabla 4.3 Comparación en el frenado Renault Clío 1.2 16v experimental – simulación

De 120 – 0 kph, la distancia de frenado medida en campo es de 71.5 mts (III), y la obtenida de la simulación con TR = 0.5 seg y  $\mu = 0.85$  es de 67.3 mts (fig. 4.35), aproximadamente 6% menos.

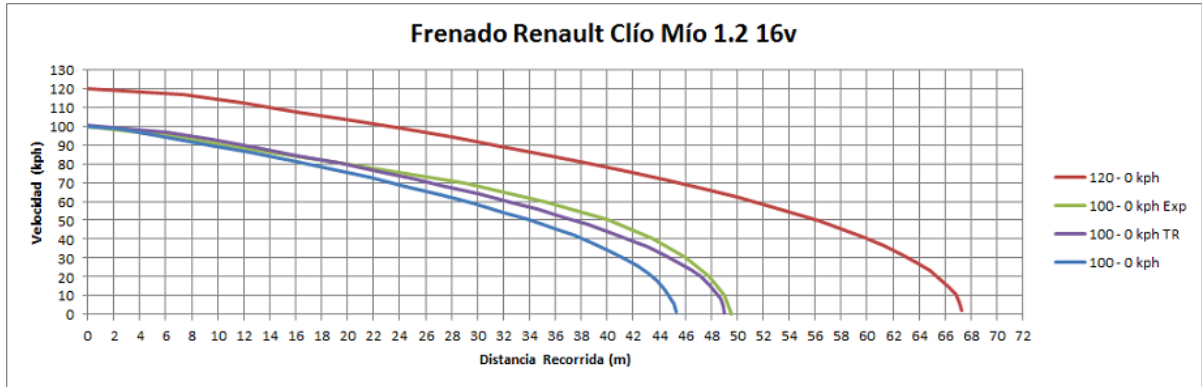


Figura 4.38: Curvas de frenado en diferentes condiciones

## 5 DINÁMICA EN TRAYECTORIA CURVA

Cualquier tipo de vehículo puede ser identificado a partir de su dispositivo de control (Genta G., 2006), esto es, por propulsión, en donde las fuerzas necesarias para lograr el cambio de dirección son ejercidas por hélices, cohetes, etc. o por trayectoria guiada, la que podemos subdividirla además en dos categorías:

- Vehículos guiados con trayecto rígido.
- Vehículos conducidos, equipados con un sistema de dirección que actúa ejerciendo fuerzas sobre él, y que le permite tener una trayectoria flexible.

En el primer caso la contracción lateral genera todas las fuerzas necesarias para efectuar el cambio de sentido sin deformación, (tren, tranvía, etc.).

En el segundo caso las fuerzas son generadas por el cambio de sentido del vehículo, el cual a su vez es causado por fuerzas y momentos debido al sistema de dirección.

En este capítulo se desarrolla un modelo matemático simplificado de simulación de circulación de un vehículo en trayectoria curva, tomando en consideración la segunda opción.

Las simplificaciones realizadas aportan a una mayor velocidad de procesamiento, menor necesidad de utilizar un gran número de parámetros específicos del neumático, y cumple con los objetivos generales planteados de verificación de los índices de consistencia geométrica y peligrosidad en carreteras con perfiles topográficos diversos.

### 5.1 FUERZA LATERAL SOBRE EL NEUMÁTICO, ANGULO DE DERIVA:

La generación de fuerzas laterales en la interface neumático – carretera, es fundamental para que el vehículo pueda efectuar una maniobra de giro y cambiar su dirección, y para que esto ocurra, el compuesto con el cual es fabricado, debe necesariamente permitir deformaciones laterales.

Para explicar este fenómeno, se realizó un modelo compuesto por una banda de caucho duro entre dos discos de metal (Milliken, 1995), y se le aplicó una fuerza lateral en el centro de la rueda (fig. 5.1).

Si la rueda se mantiene levemente presionada hacia abajo con una fuerza vertical constante, y se la somete a un empuje lateral leve, el caucho se deforma y la rueda se mueve ligeramente de manera lateral. Si la fuerza es incrementada, la deformación crece hasta un punto en que el modelo comienza a deslizarse de costado sobre la superficie. En ese punto la fuerza lateral se mantiene aproximadamente constante. Si el experimento se realiza sobre una rueda con un disco de metal más pequeño, esto es, se asimila a una cubierta con mayor altura de talón, la deformación lateral es mayor para la misma fuerza.

La rigidez lateral de un neumático viene dada como en un resorte, i. e., libra/pulgada de deformación. La fuerza requerida para que el neumático deslice, es función del coeficiente de adherencia  $\mu$ .

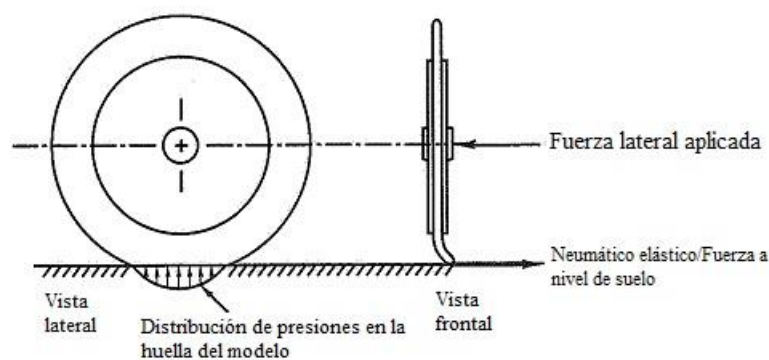


Fig. 5.1 Fuerza aplicada al modelo de caucho y deformación

Si se hace girar el modelo al mismo tiempo que se produce la deformación, éste se mueve con una dirección diferente a la dirección de su eje longitudinal, es decir, se forma un ángulo identificado en fig. 5.2 como “ángulo de deriva  $\alpha$ ”, entre la dirección de desplazamiento y el plano medio longitudinal de la rueda.

La aplicación de la fuerza lateral, da origen a una deformación lateral en el entorno de la huella de contacto (la fuerza debe ser lo suficientemente pequeña como para evitar el deslizamiento), y esto provoca que al girar la rueda, cada punto de la banda de rodadura no deformada (indicado por puntos de tinta en el modelo), entre a la huella de contacto en el borde de ataque, donde se queda fijo a la superficie. A medida que se produce el giro, los puntos “pegados” se mueven de costado en forma relativa a la rueda debido a la deformación (fig. 5.2), haciendo que la trayectoria sea en dirección al ángulo de deriva paralela al eje  $y'$ , aunque no exista cambio de orientación en el eje longitudinal (permanece paralelo a su posición original). Cuando los puntos se aproximan al borde de salida, la presión

vertical va disminuyendo hasta que el coeficiente de adherencia es incapaz de mantenerlos fijos, y por lo tanto la deflexión lateral. En este punto vuelven a la posición no deformada en el plano central de la rueda.

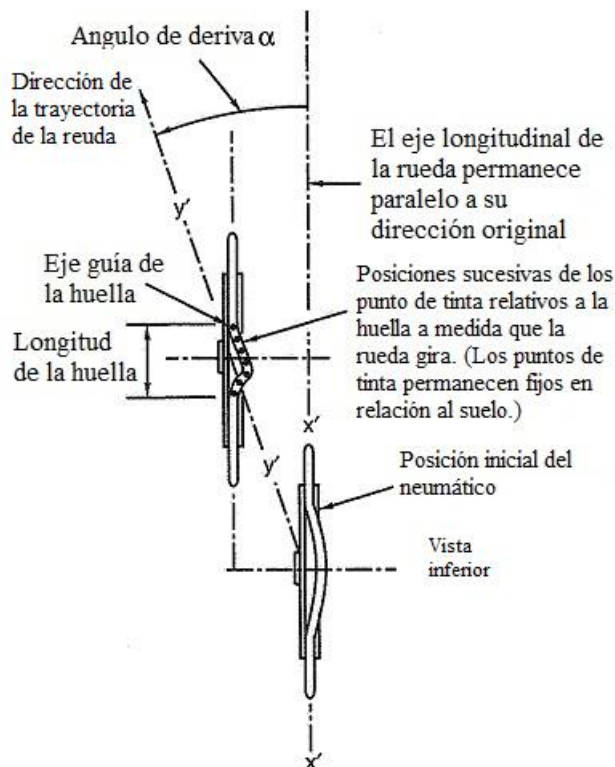


Fig. 5.2 Movimiento del modelo de caucho deformado

Si la fuerza lateral se incrementa, el ángulo de deriva crece, el neumático se deforma más, y el límite del deslizamiento en la parte trasera de la huella se mueve hacia adelante (fig. 5.3). Este proceso es progresivo, hasta que el total de la huella se desliza, y la fuerza lateral es determinada por el coeficiente de adherencia.

La deformación lateral del neumático y la distribución de la fuerza vertical y horizontal en la zona de contacto con un ángulo de deriva alto de aproximadamente  $15^\circ$ , es presentada en fig. 5.4, obtenida del dispositivo de tipo Gough (Milliken, 1995). El punto A es el borde de ataque de la huella y la deformación lateral es “v” en rodadura estable, pero como la carcasa tiene resistencia a la flexión, la deformación se propaga a toda la huella. En esta situación, el punto A se mueve por la huella con una fuerza vertical creciente, que hace que se produzca una completa adhesión, y tome la dirección A – B, paralela al vector V.

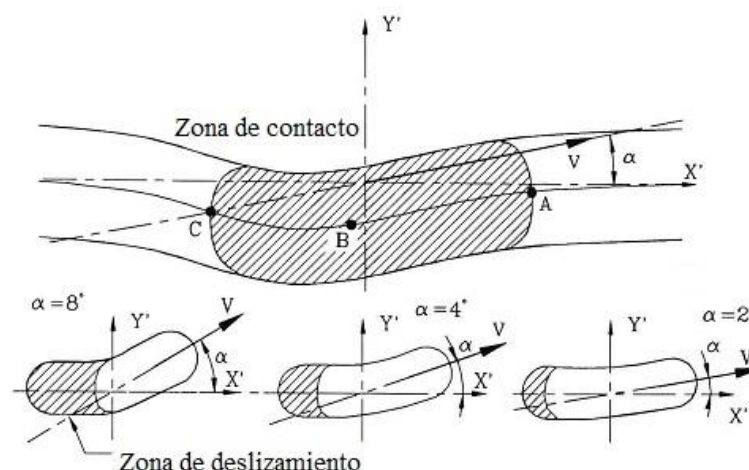


Fig. 5.3 Deformación del neumático y ampliación de la zona de deslizamiento

La velocidad lateral en ese entorno es:

$$Vd = V \cdot \text{sen}\alpha \quad (5.1)$$

Con un ángulo de deriva  $\alpha$  constante.

En el punto B, los elementos se deslizan lateralmente hasta el punto D en donde dejan la huella de contacto.

En este modelo, la máxima deflexión ocurre al mismo tiempo que se produce el pico de distribución de la fuerza lateral, el punto H y el punto G coinciden verticalmente.

La resultante de la distribución de la fuerza lateral  $F_y$ , está aplicada a una distancia “t” del centro de la huella (fig. 5.4), y se denomina “avance del neumático”. El producto  $F_y \cdot t$  es el par de auto alineamiento, que tiende a forzar al plano medio de la rueda hacia la dirección del vector V, con ángulos de deriva medios o bajos, en un efecto de estabilización del giro.

En el diagrama de fig. 5.5, se presenta la variación de la fuerza lateral con respecto al ángulo de deriva para un neumático de automóvil de calle típico con ángulo de comba nulo, en sus versiones radial y diagonal (Wong J. Y., 2001).

Al principio la fuerza lateral crece casi linealmente a medida que la deriva también crece, hasta aproximadamente un valor de ángulo de deriva de  $4^\circ$  o  $5^\circ$  (neumáticos comunes de calle radiales), en este entorno se considera proporcionalidad y la ecuación viene dada por:

$$C_{\alpha} = \left. \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (5.2)$$

La constante de proporcionalidad  $C_{\alpha}$  se denomina rigidez lateral, y se define como la pendiente de la curva para un ángulo de deriva  $\alpha = 0$ . Si  $\alpha > 0$ , se genera la fuerza lateral negativa  $F_y$  sobre el neumático, que viene dada por:

$$F_y = -C_{\alpha} \cdot \alpha \quad (5.3)$$

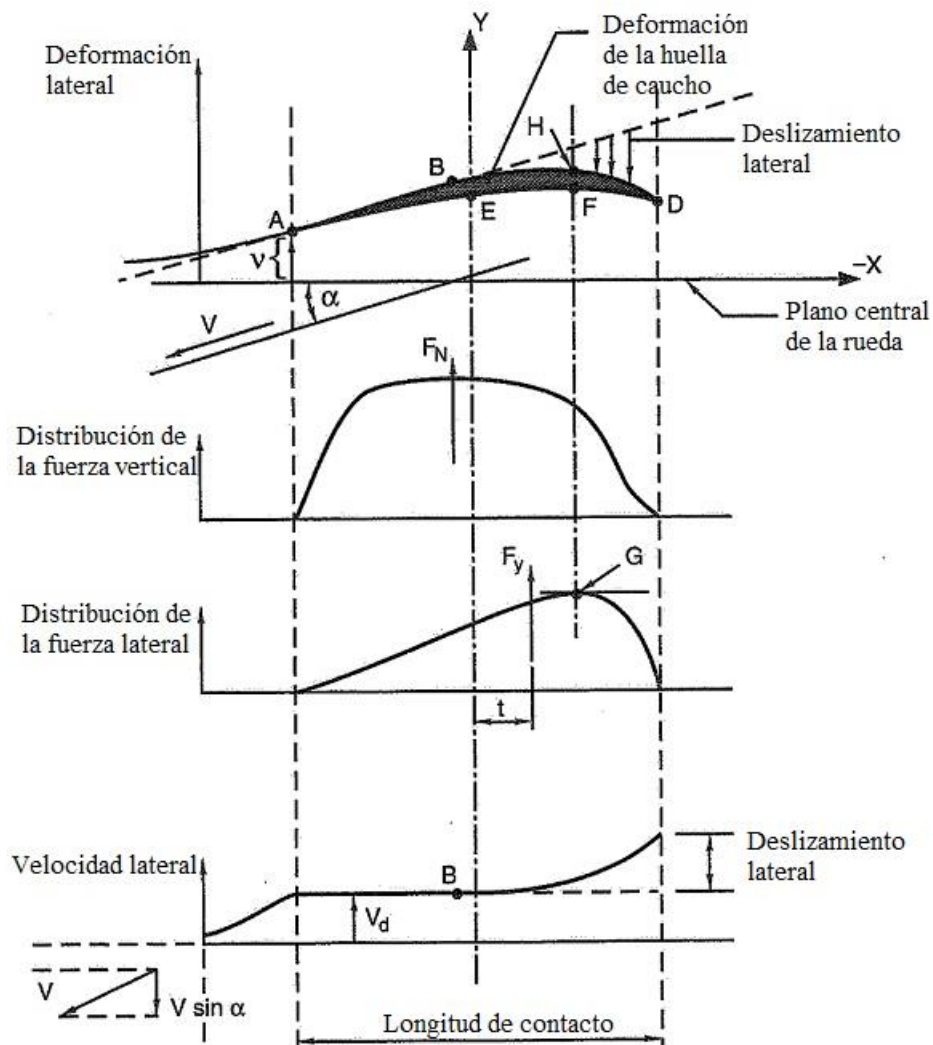


Fig. 5.4 Deformación lateral del neumático y distribución de fuerzas

$C_{\alpha}$  es considerado negativo. La Ec. (5.3) es usada para estudiar el comportamiento dinámico de vehículos asumiendo ángulos de deriva pequeños, como ocurre en condiciones de conducción normal (objetivo del presente trabajo).

Cuando se acerca el límite de deslizamiento,  $F_y$  crece de manera no lineal mucho más lentamente, y eventualmente se mantiene constante o decrece levemente cuando se produce el derrape.

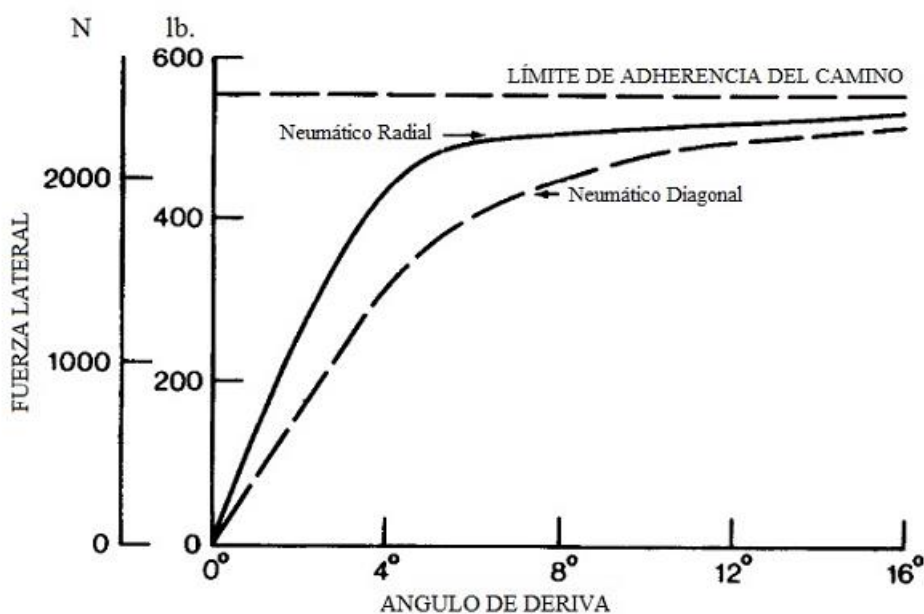


Fig. 5.5 Diagrama de fuerza lateral contra ángulo de deriva

Debido a su mayor rigidez lateral, la fuerza lateral en un neumático radial crece más rápidamente que en un neumático diagonal (fig. 5.5) a medida que aumenta el ángulo de deriva, esto implica que para generar la misma fuerza de sustentación, la deformación o deriva debe ser mucho mayor en el neumático diagonal.

La rigidez lateral es dependiente de muchas variables, entre las que están tamaño y tipo de neumático, número de capas, inclinación de hilos, ancho del neumático, banda de rodadura, etc. Para un mismo neumático, la carga vertical y presión de inflado son los puntos más importantes. Todo esto se reflejará en el modelo adoptado en este trabajo.

La presencia de un ángulo de comba en las ruedas, genera una fuerza lateral, aunque no exista ángulo de deriva, pero es mucho menor a la explicada y depende casi linealmente de la carga vertical y del tipo de neumático.

En la discusión del comportamiento dinámico lateral de un neumático expuesta, no se ha hecho mención al efecto que produce la fuerza longitudinal. Sin embargo, normalmente cuando se transita un trayecto curvo, existe la presencia de fuerzas de tracción en aceleración, y fuerzas de frenado en combinación con la fuerza lateral. En general, esto



produce una reducción gradual de la fuerza lateral a medida que aumenta la fuerza de tracción o frenado, es decir, que se necesita de un mayor ángulo de deriva para generar la misma fuerza lateral.

Para valores bajos de fuerzas longitudinales, la reducción de la fuerza lateral es principalmente debido a una reducción del coeficiente de rigidez transversal. Si se dan valores altos, la fuerza lateral cae de manera pronunciada, debido a la ampliación de la zona de deslizamiento, lo que reduce la adherencia local transversal disponible.

Un ejemplo de este fenómeno, puede verse en fig. 5.6 (Milliken, 1995), en la que se representan las fuerzas longitudinal  $F_x$  y lateral  $F_y$ , en función del deslizamiento longitudinal y para diferentes ángulos de deriva.

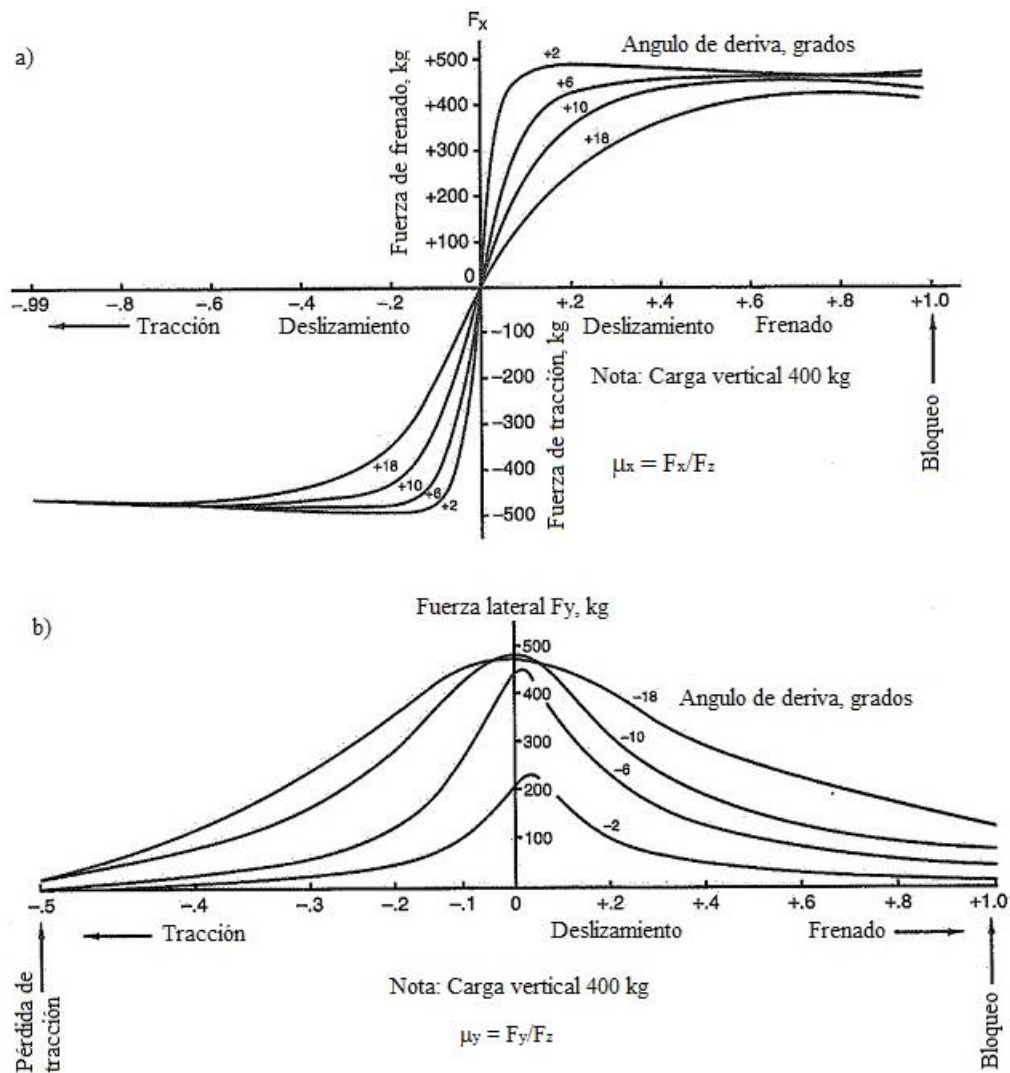


Fig 5.6 Efecto combinado de fuerza longitudinal y lateral

Puede observarse que la capacidad de tracción o frenado longitudinal ( $F_x, \mu_x$ ) (Fig. 5.6 a)), disminuye notoriamente a medida que el ángulo de deriva aumenta, y así mismo ocurre a medida que aumenta el deslizamiento longitudinal para un mismo ángulo de deriva. Tomando en cuenta la fuerza lateral  $F_y$  o coeficiente de adherencia lateral  $\mu_y$  (Fig. 5.6 b)), vemos que la capacidad para generar fuerza lateral en curva, aumenta con el ángulo de deriva y disminuye con el deslizamiento longitudinal (tracción o frenado).

Podemos ahora hacer un análisis más detallado de la relación existente entre la fuerza lateral  $F_y$  y fuerza longitudinal  $F_x$  para distintos valores de ángulos de deriva y ver su influencia mutua.

En Fig. 5.7 a) (Genta G., 2006), se representan un grupo de curvas experimentales  $F_y(F_x)$ , que se originan de someter a un neumático radial al esfuerzo combinado de sollicitación lateral y tracción o frenado, para diferentes situaciones de ángulos de deriva. El eje vertical representa la variación de la fuerza lateral con los ángulos de deriva que se generan al aumentar su valor, por su parte el eje horizontal es la variación de la fuerza longitudinal que responde a diferentes tasas de deslizamiento. En el interior del diagrama, por fuera de los ejes, se encuentra el efecto combinado de ambas fuerzas. Por ejemplo el punto “A” representa la máxima fuerza lateral que puede ejercer el neumático ( $\sim 2.1$  kN) para un ángulo de deriva de  $5^\circ$  y una tracción de  $\sim 0.6$  kN. Este diagrama es denominado elipse de fricción o círculo de fricción.

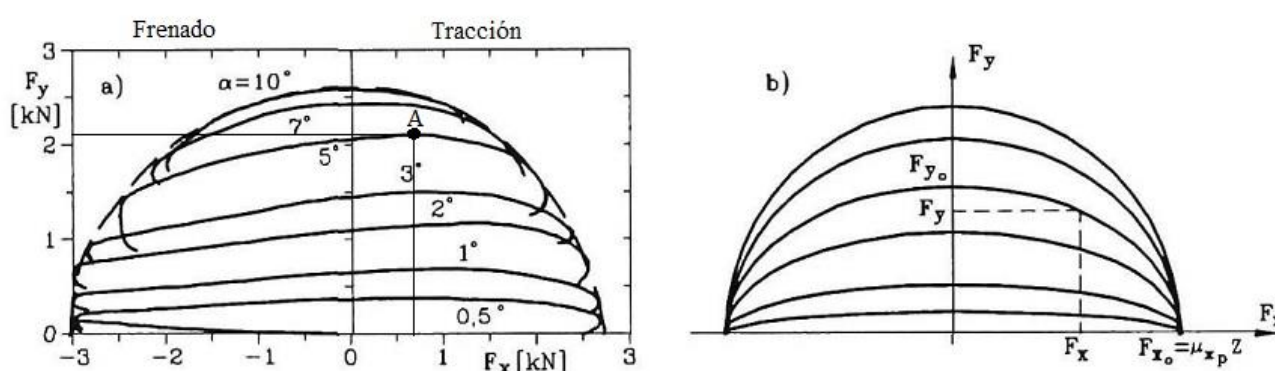


Fig. 5.7 Elipse de fricción

El círculo de fricción o contorno (en línea de trazo), representa el límite de capacidad del neumático para ejercer fuerza en su interface con la carretera para un grupo de condiciones definidas (tipo, carga, temperatura, superficie de rodadura etc.). Si bien el

diagrama se realiza para una rueda individual, es conceptualmente similar al de un vehículo en su conjunto.

Si  $F$  es la fuerza total ejercida sobre la rueda por la carretera, y  $F_x$  y  $F_y$  son sus componentes, el coeficiente de adherencia resultante es:

$$\mu = \frac{F}{F_z} = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \quad (5.4)$$

La fig. 5.7 b), muestra una aproximación elíptica simplificada a la curva experimental. A pesar de ser un modelo aproximado, principalmente por la diferencia entre los máximos de  $F_x$ , puede ser utilizada para simular un manejo estable.

La relación  $F_y(F_x)$  es:

$$\left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^2 + \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 = 1 \quad (5.5)$$

Donde  $F_{y0}$  es la fuerza  $F_y$  ejercida para un determinado ángulo de deriva sin aplicación de  $F_x$ , y  $F_{x0}$  es la máxima fuerza longitudinal con un ángulo de deriva nulo.

De la utilización de Ec. (5.5), el coeficiente de rigidez transversal en un neumático cuando se aplica una fuerza longitudinal, se expresa como una función de  $C_\alpha$ , Ec. (5.2) (Genta G., 2006):

$$C = C_\alpha \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2} = C_\alpha \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{F_x}{\mu_x \cdot F_z}\right)^2} \quad (5.6)$$

Para materializar la simulación del vehículo en trayectoria curva en el presente trabajo, se utilizará este modelo, y se considerará una relación simplificada  $F_y - \alpha$ , de manera tal que permanezca en zona lineal, trabajando con ángulos de deriva de  $\sim 5^\circ$  (depende del neumático), y una vez alcanzado este límite, verificar la estabilidad del vehículo con el coeficiente de adherencia lateral  $\mu_y$ . Es necesario entonces, determinar el valor del coeficiente de rigidez transversal.

Esta determinación es inherente a cada neumático, desde su composición química hasta su composición estructural, y solo puede ser obtenida con precisión a través de ensayos reiterados que requieren la tenencia de equipamiento complejo y caro.

Un modelo de cálculo basado en la rigidez lateral de la banda de rodadura (cinturón) de cubiertas radiales, toma en cuenta las dimensiones del neumático para fijar el coeficiente de rigidez tangencial con un  $\pm 30\%$  de entorno respecto a las mediciones de laboratorio con un 95% de confianza (Hewson P., 2005).

La ecuación que lo rige y que es adoptada en este trabajo es:

$$C_{\alpha} = \frac{2 \cdot E \cdot b \cdot w^3}{(r + w \cdot a)^2 \cdot \text{sen} \left\{ a \cos \left[ 1 - \frac{(s \cdot w \cdot a)}{(r + w \cdot a)} \right] \right\} \cdot \left( \pi - \text{sen} \left\{ a \cos \left[ 1 - \frac{(s \cdot w \cdot a)}{(r + w \cdot a)} \right] \right\} \right)} \quad (5.7)$$

Donde,

$E$  módulo de compresión de la banda de rodadura ( $\text{N/m}^2$ ) ( $27 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ )

$b$  espesor de la banda de rodadura (m) (0.015 m)

$w$  ancho de la banda de rodadura

$r$  radio de la llanta (m)

$a$  altura de talón / ancho de la banda de rodadura

$s$  deformación vertical de talón con neumático cargado (porcentaje unificado)

(0.15)

Finalmente se afectará el coeficiente de rigidez transversal del peso sobre cada rueda (Gillespie T. D., 1992).

## 5.2 TRÁNSITO EN CURVA A BAJA VELOCIDAD:

El primer paso para entender la dinámica del proceso de giro en un vehículo es analizar el tránsito en curva a baja velocidad ( $< 10 \text{ kph}$ ), sin el efecto de la incidencia de la fuerza centrífuga.

En esta etapa los neumáticos generan fuerzas laterales insignificantes, los ángulo de deriva son extremadamente pequeños, la velocidad en el centro de la rueda yace en el plano central y el vehículo puede recorrer la curva respondiendo casi exactamente al giro  $\delta_i$  (Fig. 5.8) que se le imprime a la rueda.

Una consideración muy importante en el diseño de un sistema de dirección, es evitar que las ruedas conductoras patinen al direccionar. Esto implica que durante el giro a baja velocidad, las ruedas se encuentren en rodadura pura sin deslizamiento lateral. Para lograr que esto ocurra, las ruedas delanteras deben girar con ángulo diferente  $\delta_1$  y  $\delta_2$  como se presenta en la fig. 5.8, de esta manera el centro de giro es único e indicado por el punto 0.

Para determinar estos ángulos, se extienden perpendiculares a los planos medios de las ruedas, de manera que se intersecten sobre el eje trasero en el mismo punto, así se pueden expresar las ecuaciones:

$$\tan(\delta_1) = \frac{l}{R_1 - \frac{t}{2}}, \quad \tan(\delta_2) = \frac{l}{R_1 + \frac{t}{2}} \quad (5.8)$$

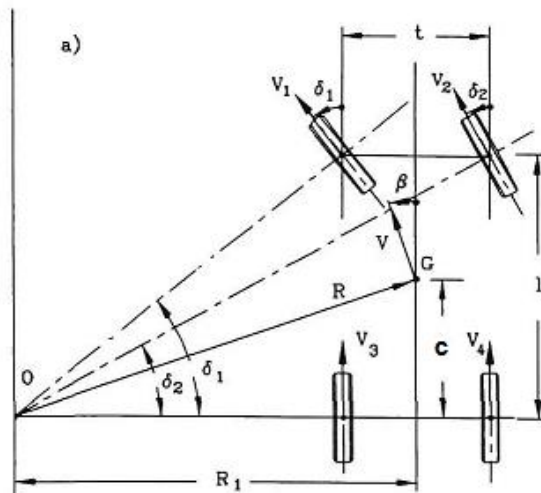


Figura 5.8 Curva a baja velocidad

Donde  $l$  es la distancia entre ejes, y  $t$  la trocha. Relacionando directamente  $\delta_1$  y  $\delta_2$ , obtenemos:

$$\cot(\delta_1) - \cot(\delta_2) = \frac{t}{l} \quad (5.9)$$

Este comportamiento al giro de las ruedas direccionales, como es mostrado en fig. 5.8, se denomina “Geometría de Ackerman”. En la realidad ningún sistema de dirección responde exactamente a este mecanismo, y se puede determinar el error entre el verdadero valor de  $\delta_2$  y el obtenido en Ec. (5.9), en función de  $\delta_1$ .

Si tomamos un modelo simplificado (bicicleta), considerando el promedio de  $\delta_1$  y  $\delta_2$ , como se representa en fig. 5.9, se obtiene:

$$\cot(\delta) = \frac{R_1}{l} \quad (5.10)$$

Y finalmente, el radio de la trayectoria del centro de masa del vehículo  $R$  es:

$$R = \sqrt{c^2 + R_1^2} = \sqrt{c^2 + l^2 \cdot \cot^2(\delta)} \quad (5.11)$$

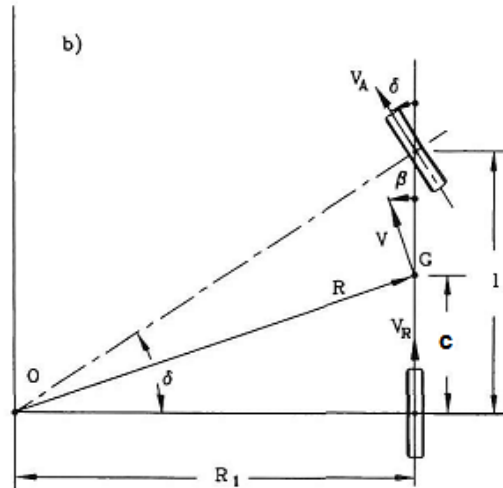


Figura. 5.9 Modelo simplificado (bicicleta)

Si el radio de giro es mucho mayor que la distancia entre ejes, como generalmente ocurre, tendremos:

$$R \approx l \cdot \cot(\delta) \approx \frac{l}{\delta} \quad (5.12)$$

### 5.3 TRÁNSITO ESTABLE EN CURVA A ALTA VELOCIDAD

En el tránsito en curvas a alta velocidad, los neumáticos del vehículo deben generar fuerzas laterales de sustentación para contrarrestar la fuerza centrífuga que se genera debido al giro. Como resultado, aparecen ángulos de deriva en cada una de las ruedas como se analizó en el capítulo 5.1.

Para simplificar el análisis, cada eje es representado por una sola rueda como en fig. 5.9, con el doble de rigidez lateral y peso en cada una, como se muestra en fig. 5.10 (Gillespie T. D., 1992). En esta circunstancia la respuesta al giro estable, depende fundamentalmente de los ángulos de deriva en cada eje,  $\alpha_f$  y  $\alpha_r$ . La relación entre el ángulo direccional  $\delta$ , la distancia entre ejes  $L$ , el radio de giro  $R$ , y los ángulos de deriva puede expresarse como:

$$\delta = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r \quad (5.13)$$

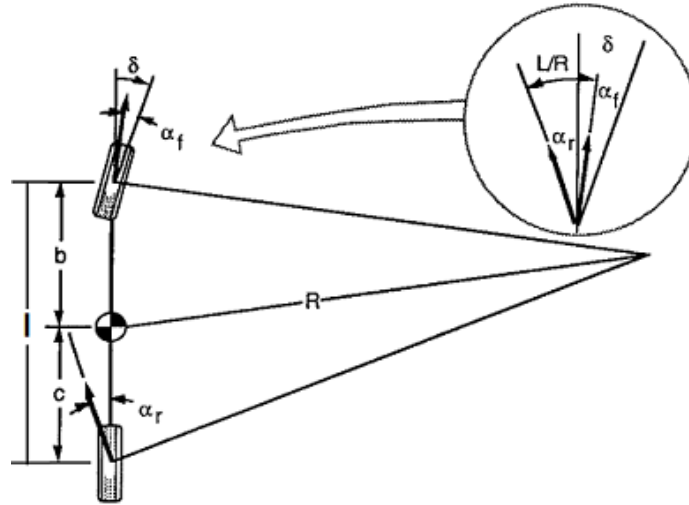


Figura 5.10 Modelo simplificado con ángulos de deriva

Esto implica que el ángulo para transitar la curva no es solo función del radio de giro, sino también de los ángulos de deriva delantero y trasero. Los ángulos  $\alpha_f$  y  $\alpha_r$ , dependen a su vez de las fuerzas laterales generadas en los neumáticos debido al giro.

Planteando las ecuaciones dinámicas de equilibrio en dirección lateral, considerando la segunda ley de Newton, tenemos:

$$\sum F_y = F_{yf} + F_{yr} = \frac{M_v \cdot v^2}{R} \quad (5.14)$$

Donde  $F_{yf}$  es la fuerza lateral en el eje frontal,  $F_{yr}$  la fuerza lateral en el eje trasero,  $M_v$  la masa del vehículo,  $v$  la velocidad y  $R$  el radio de giro.

El vehículo debe encontrarse también en equilibrio de momentos:

$$\sum M = F_{yf} \cdot b - F_{yr} \cdot c = 0 \quad (5.15)$$

Por lo que podemos deducir que:

$$F_{yr} = F_{yf} \cdot \frac{b}{c} \quad (5.16)$$

Substituyendo:

$$\frac{M_v \cdot v^2}{R} = F_{yf} \cdot \left( \frac{b}{c} + 1 \right) = F_{yf} \cdot \left( \frac{b+c}{c} \right) = \frac{F_{yf} \cdot l}{c} \quad (5.17)$$

$$F_{yf} = \frac{M_v \cdot v^2 \cdot c}{R \cdot l} \quad (5.18)$$

Colocando las fuerzas laterales en función del peso del vehículo:

$$F_{yf} = \frac{W \cdot v^2 \cdot c}{g \cdot R \cdot l} \quad (5.19)$$

$$F_{yr} = \frac{W \cdot v^2 \cdot b}{g \cdot R \cdot l} \quad (5.20)$$

Donde  $W$  es el peso total del vehículo,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $c$  es la distancia del eje trasero al centro de gravedad,  $b$  es la distancia del eje delantero al centro de gravedad,  $l$  es la distancia entre ejes.

De Ec. (5.3), podemos deducir los ángulos de deriva frontales y traseros en cada rueda:

$$\alpha_f = \frac{W_f \cdot v^2}{C_{\alpha f} \cdot g \cdot R} \quad (5.21)$$

$$\alpha_r = \frac{W_r \cdot v^2}{C_{\alpha r} \cdot g \cdot R} \quad (5.22)$$

Insertando Ec. (5.19) y Ec. (5.20) en Ec. (5.13) tenemos:

$$\delta = \frac{l}{R} + \frac{W_f \cdot v^2}{C_{\alpha f} \cdot g \cdot R} - \frac{W_r \cdot v^2}{C_{\alpha r} \cdot g \cdot R} \quad (5.23)$$

$$\delta = \frac{l}{R} + \left( \frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right) \cdot \frac{v^2}{g \cdot R} \quad (5.24)$$

$$\delta = \frac{l}{R} + K \cdot \frac{v^2}{g \cdot R} \quad (5.25)$$

$$\delta = \frac{l}{R} + K \cdot \frac{a_y}{g} \quad (5.26)$$

Donde  $K$ , expresado en radianes, es usualmente referido como coeficiente de subviraje, y  $a_y$  es la aceleración lateral.



La Ec. (5.24) nos indica el ángulo direccional requerido para transitar una curva dependiendo de las condiciones geométricas y dinámicas del vehículo.

Basado en los valores del coeficiente  $K$ , la conducción estable en trayectoria curva puede ser dividida en tres partes: neutra, sub viraje y sobre viraje.

### 5.3.1 Conducción Neutra:

Cuando el coeficiente  $K = 0$ , lo que implica que los ángulos de deriva frontal y trasero son iguales, el ángulo direccional que necesita el vehículo para transitar la curva es independiente de la velocidad (fig. 5.11) y viene dado por Ec. (5.12). Esto significa que en un vehículo neutral girando en una curva con radio constante, si se aumenta su velocidad, no será necesario para el conductor modificar el ángulo de rotación del volante. En esta condición tenemos:

$$K = 0 \Rightarrow \frac{W_f}{C_{\alpha f}} = \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \quad (5.27)$$

Analizando la Ec. (5.27), observamos que el vehículo que cumpla con esta situación, debe contar con sus pesos frontal y trasero perfectamente equilibrados, y tener el mismo tipo de par de neumáticos en cada eje.

Cuando un vehículo neutral transita por un trayecto recto, y se le aplica una fuerza lateral en el centro de gravedad, su nueva trayectoria seguirá siendo recta, pero con un ángulo con respecto de la original fig. 5.12.

### 5.3.2 Sub viraje:

Cuando el coeficiente  $K > 0$ , es decir, que el ángulo de deriva frontal es mayor que el ángulo de deriva trasero, el ángulo direccional que necesita el vehículo para transitar una curva, crece con el cuadrado de la velocidad (o aceleración lateral), variación parabólica de fig. 5.11. Si un vehículo sub virado, transita una curva de radio constante, a medida que aumenta su velocidad, el conductor deberá ir corrigiendo la rotación del volante, incrementando su ángulo de giro. Para la misma rotación del volante, y la misma velocidad, el radio de giro en un vehículo sub virado es mayor que en un vehículo neutro. En esta condición será:

$$K > 0 \Rightarrow \frac{W_f}{C_{\alpha f}} > \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \quad (5.28)$$

Cuando un vehículo sub virado transita por un trayecto recto, y se le aplica una fuerza lateral en el centro de gravedad, se iniciará un proceso de giro, y el vehículo describirá una trayectoria curva alejándose de la fuerza que lo somete fig. 5.12.

En un vehículo sub virado, su velocidad característica  $v_{car}$ , es aquella en que se necesita el doble del ángulo de Ackerman para transitar la curva (fig. 5.11), y viene dada por:

$$v_{car} = \sqrt{\frac{g \cdot l}{K}} \quad (5.29)$$

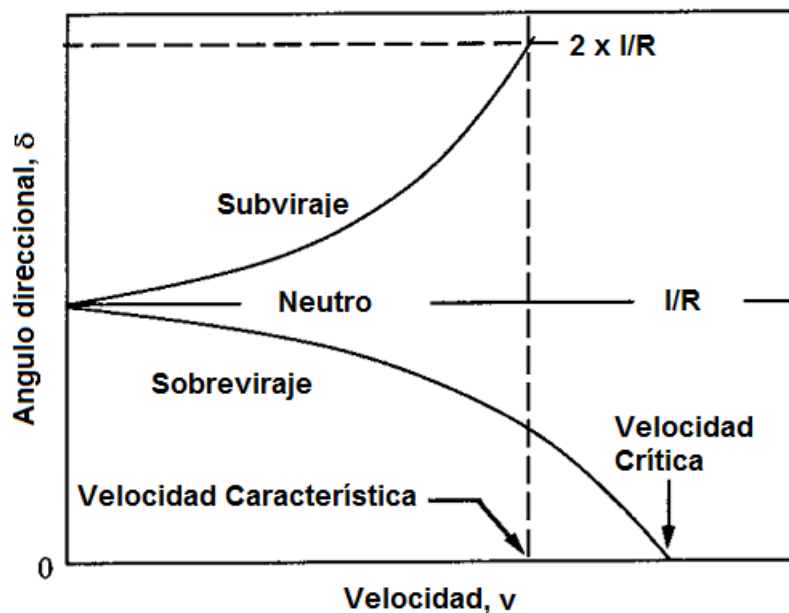


Figura 5.11 Relación del ángulo direccional con la velocidad

### 5.3.3 Sobre viraje:

Cuando el coeficiente  $K < 0$ , es decir, que el ángulo de deriva frontal es menor que el ángulo de deriva trasero, el ángulo direccional que necesita el vehículo para transitar una curva, decrece con el incremento de la velocidad (o aceleración lateral) (fig. 5.11). Si un vehículo sobre virado, transita una curva de radio constante, a medida que incrementa su velocidad, el conductor debe corregir el giro del volante, “enderezando” de a poco el vehículo. Para la misma rotación del volante, y la misma velocidad, el radio de giro en un vehículo sobre virado es menor que en un vehículo neutro. En este caso tendremos:

$$K < 0 \Rightarrow \frac{W_f}{C_{\alpha f}} < \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \quad (5.30)$$

Cuando un vehículo sobre virado transita por un trayecto recto, y se le aplica una fuerza lateral en el centro de gravedad, se iniciará un proceso de giro, y el vehículo describirá una trayectoria curva hacia la fuerza que lo somete fig. 5.12.

Es importante identificar la velocidad crítica  $v_{cr}$ , que es aquella en la cual el ángulo direccional para dibujar la curva es cero fig. 5.12,

$$v_{cr} = \sqrt{\frac{g \cdot l}{-K}} \quad (5.31)$$

Donde K es negativo en valor Ec. (5.30), por lo que la raíz es positiva y tiene número real. La condición de sobre viraje es la más peligrosa, y la que causa mayores problemas de conducción en trayectos curvos por su tendencia a ir hacia el centro de la calzada en giros a la izquierda, invadiendo el carril contrario con gran riesgo de provocar accidentes frontales, o salidas de pista brusca en giros a la derecha.

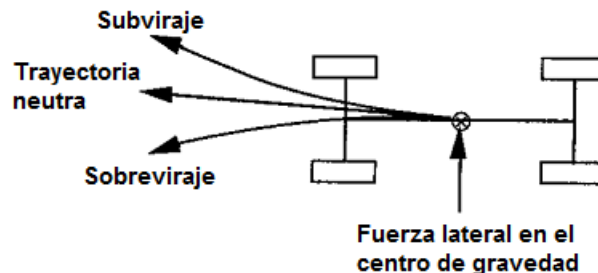


Figura 5.12 Trayectoria según condición geométrica por aplicación de fuerza lateral

Como podemos deducir de lo expuesto, las condiciones de conducción de un vehículo, dependen de la distribución de pesos, que determina el centro de gravedad, y del coeficiente de rigidez de los neumáticos delanteros y traseros. Así, un vehículo con motor delantero y tracción delantera (mayoría en el mercado mundial), tiene una tendencia a sub virar, mientras en condiciones contrarias, motor trasero y tracción trasera, tiene tendencia a sobrevirar. Asimismo, un vehículo puede cambiar su situación si se cambia la distribución de peso, tipos de neumático (radiales o diagonales), o si se disminuye su presión de inflado adelante (sub viraje) o atrás (sobre viraje), ya que la rigidez lateral y por lo tanto el ángulo de deriva disminuye generalmente cuando disminuye la presión de inflado.

## 5.4 RESPUESTA DEL VEHÍCULO AL DIRECCIONAMIENTO

El conjunto vehículo – conductor, puede ser considerado como un sistema de control cerrado con entradas, que son las distintas acciones ejercidas por el conductor (aceleración, frenado, maniobrabilidad) y salidas que son las respuestas del vehículo al accionamiento. Durante una maniobra de giro, el ángulo de direccionamiento  $\delta$  puede ser considerado como una variable de entrada, y la aceleración lateral  $a_y$ , la velocidad de rotación en  $z$   $\omega_z$ , y la curvatura  $1/R$  como variables de salida. La relación entre estas variables y el ángulo direccional, puede ser usada para caracterizar la respuesta en diferentes vehículos.

### 5.4.1 Efecto sobre la aceleración lateral con peralte $\beta$ :

La ganancia en aceleración lateral, es la variación de la relación aceleración lateral / ángulo direccional, causada por el aumento de velocidad longitudinal, y se puede analizar partiendo de la Ec. (5.26), y operando para llegar a la relación:

$$\frac{a_y}{\delta} = \frac{\frac{v^2 \cdot \cos(\beta)}{l \cdot g}}{1 + K \cdot \frac{v^2 \cdot \cos(\beta)}{l \cdot g}} \quad (5.32)$$

Donde si el vehículo es neutro,  $K = 0$ , y la ganancia en aceleración lateral depende directamente de la velocidad al cuadrado. Si  $K > 0$ , la respuesta direccional es sub viraje, el denominador es mayor que 1, y la ganancia es menor que en un vehículo neutro. Si  $K < 0$ , en condición de sobre viraje, el denominador será siempre menor que 1 y la ganancia aumenta por encima de un vehículo neutro. A la velocidad  $v_{cr}$  (Ec. (5.31)), el denominador se hace cero y la ganancia tiende a infinito.

### 5.4.2 Efecto sobre la velocidad de rotación con peralte $\beta$ :

La principal razón para maniobrar un vehículo es su cambio de dirección, y para lograrlo se debe generar en él, una rotación en la unidad de tiempo. La velocidad de rotación viene dada por:

$$\omega_z = \frac{v}{R} \quad (5.33)$$

La ganancia en rotación, es el aumento en la relación velocidad de giro del vehículo / ángulo direccional, causada por el aumento en la velocidad longitudinal.

Para caracterizar al vehículo, relacionamos esta variable con el ángulo direccional Ec. (5.26), y nos queda:

$$\frac{\omega_z}{\delta} = \frac{\frac{v}{l}}{1 + K \cdot \frac{v^2 \cdot \cos(\beta)}{l \cdot g}} \quad (5.34)$$

Cuando el vehículo es neutro, la ganancia en rotación es directamente proporcional al aumento de velocidad longitudinal. Cuando es sub virado, la ganancia en rotación es menor que en el vehículo neutro, y aumenta hasta alcanzar la velocidad característica  $v_{car}$ , para luego comenzar a decrecer fig. 5.13.

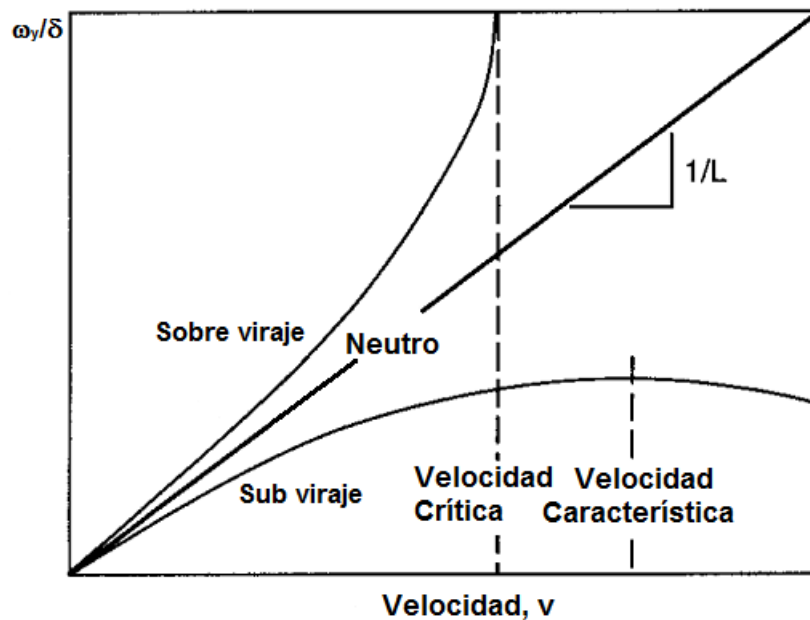


Figura 5.13 Ganancia en rotación

#### 5.4.3 Efecto de la curvatura con peralte $\beta$ :

Este parámetro es importante para determinar en qué medida el vehículo varía su curvatura ( $1/R$ ), con el aumento de la velocidad longitudinal y para diferentes respuestas direccionales. Está íntimamente ligado al ítem anterior. Tomando en cuenta nuevamente la Ec. (5.26), tenemos:

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{1}{l}}{1 + K \cdot \frac{v^2 \cdot \cos(\beta)}{l \cdot g}} \quad (5.35)$$

Si el vehículo es neutro, la respuesta a la curvatura es independiente de la velocidad longitudinal. Si el vehículo es sub virado, la curvatura decrece a medida que la velocidad aumenta. En condiciones de sobre viraje la curvatura se incrementa dramáticamente con la velocidad longitudinal, hasta que al alcanzar el valor de la velocidad crítica, se aproxima al infinito. Esto significa que el radio de giro se aproxima a cero, y el vehículo gira sin control.

El resultado de este análisis, ilustra la mayor sensibilidad al direccionamiento de los vehículos sobre virados, con gran tendencia a la realización de trompos, y la menor respuesta al giro y por lo tanto mayor estabilidad de los vehículos sub virados.

### 5.5 LÍMITE DE ESTABILIDAD EN LA CURVA

En la fig. 5.14, se representa un automóvil de paseo transitando una curva con peralte positivo determinado por el ángulo  $\alpha$ , y se han colocado todas las fuerzas que accionan sobre su centro de gravedad. Se pueden observar también tres sistemas de coordenadas que interactúan en la simulación, esto es, sistema de coordenadas global (X, Y, Z), sistema de coordenadas inercial (x, y, z), y sistema de coordenadas del objeto ( $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ).

La verificación del límite de estabilidad se evalúa con el cálculo de la fuerza crítica de sustentación en el eje delantero y en el eje trasero:

$$F_{crit_i} = M_{v_i} \cdot g \cdot \cos(\beta) \cdot \mu_{y_{e,d}} + \frac{M_{v_i} \cdot v^2}{R} \cdot \sin(\beta) \cdot \mu_{y_{e,d}} + M_{v_i} \cdot g \cdot \sin(\beta) - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A \cdot C_z \cdot \mu_{y_{e,d}} \quad (5.36)$$

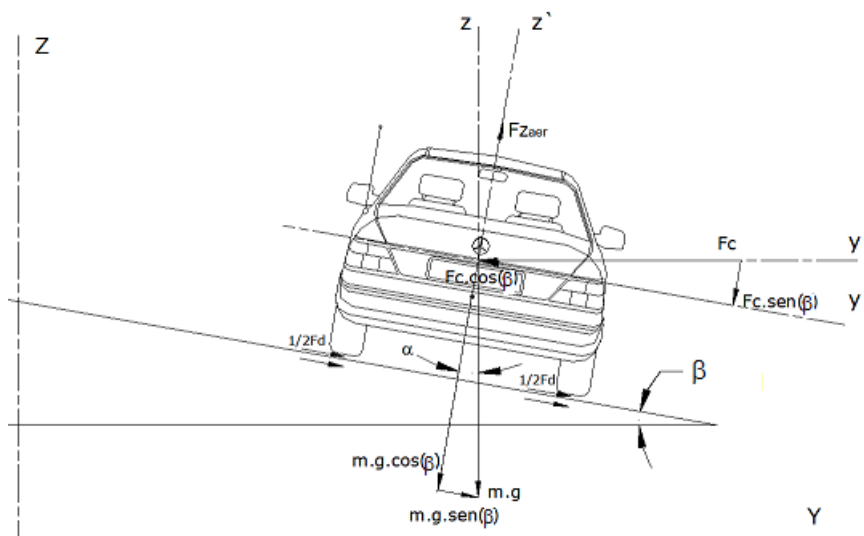


Figura 5.14 Vehículo transitando una curva con peralte

Donde,  $\rho$  es la densidad del aire,  $A$  es el área transversal del vehículo,  $C_z$  es el coeficiente aerodinámico vertical y las otras variables ya fueron explicadas. El sub índice  $i$ , corresponde a trasero y delantero, y  $e, d$ , es estático o dinámico.

$F_{z_{aer}}$ , está expresada en el último término de la Ec. (5.36), y es la componente vertical de la fuerza aerodinámica que tiende a levantar el vehículo o a presionarlo contra la superficie de rodamiento, dependiendo del signo del coeficiente  $C_z$ .

El análisis de las fuerzas se realiza proyectando cada una de ellas desde los ejes inerciales  $x, y, z$ , sobre los ejes del sistema de coordenadas propio del vehículo  $x', y', z'$ .

La fuerza crítica se ve afectada favorablemente por la fuerza lateral, como se ve en el segundo término de la Ec. (5.36), solo cuando el peralte es positivo ( $\alpha$  es positivo), es decir, que inclina al vehículo hacia el centro de la curva (fig. 5.14). En esta situación la fuerza lateral (centrífuga) presiona al vehículo contra la superficie de rodamiento, lo que le adiciona peso y por lo tanto mayor sustentación a través del coeficiente de adherencia (Buddhavarapu et. al., 2012).. En caso contrario,  $\alpha$  es negativo, la fuerza lateral levanta al vehículo, le resta peso y sustentación, además la componente del propio peso paralela al camino, se suma a la fuerza que lo despiende de la curva. Una leve inclinación inversa del peralte puede provocar fácilmente accidentes por salida de pista repentinos, sin que el conductor lo perciba en la previa. Esto suele ocurrir en carreteras montañosas con peraltado inverso leve por la composición de curvas verticales y horizontales cuando tienen errores graves de ejecución, aunque es poco común.

Por otro lado la fuerza lateral pura en curva es:

$$F_{cen} = \frac{M_v \cdot v^2}{R} \cdot \cos(\beta) \quad (5.37)$$

Mientras la fuerza crítica  $F_{crit}$ , sea mayor que la fuerza centrífuga  $F_{cen}$ , el vehículo permanece dentro de parámetros estables, afectado solo por la condición direccional explicada en el apartado anterior y el coeficiente de adherencia es considerado estático.

Cuando el área de contacto entre el neumático y la carretera entra en deslizamiento completo por el aumento de la fuerza lateral (fuerza centrífuga en la curva) fig. 5.3, el vehículo comienza a desplazarse transversalmente a su trayectoria longitudinal, debido

a que la fuerza de sustentación generada en la banda de rodamiento, ya no es capaz de mantenerlo en su trayectoria estable.

A partir de ese momento, se traspasa el límite de estabilidad lateral, y el comportamiento inestable depende del coeficiente de adherencia dinámico y la velocidad longitudinal.

La aceleración, y por lo tanto la velocidad de desplazamiento lateral en cada instante de tiempo, depende de la diferencia entre la fuerza de sustentación calculada con  $\mu_y$  dinámico y la fuerza lateral que lo solicita.

## 5.6 PROCESO Y RESULTADOS OBTENIDOS DE LA SIMULACIÓN

El modelo de simulación se realizó en base a un automóvil Renault Sandero Stepway 1.6 16v, por ser un vehículo considerado con cierta inestabilidad en trayectoria curva.

Sus características técnicas son:

- Tamaño de neumáticos: 195 – 60 – R16
- Distancia entre ejes: 2588 mm
- Peso total: 1250 kg
- Distribución de peso: 62 % adelante – 38 % atrás

Se considera una carretera de asfalto seco en buen estado con  $\mu_y = 0.75$ .

El modelado geométrico de la pista de ensayo se realizó con las siguientes características:

- Pendiente 0 %
- Una curva de 160 mts de radio con peralte de 4 %.
- tangentes de 50 mts antes y 200 mts posterior a la curva para lograr la aceleración y desaceleración necesarias.

La velocidad de circulación en la curva se varió según el ensayo realizado y se obtuvieron gráficos para el análisis.



### 5.6.1 Coeficiente de rigidez lateral:

En el capítulo 5.1 se explicó la importancia del coeficiente de rigidez transversal en el accionar de un neumático sometido a carga lateral.

Para llevar a cabo la simulación del desempeño de un vehículo en trayectoria curva, es indispensable buscar una forma de calcular dinámicamente este coeficiente para representar su efecto.

Existen numerosos modelos matemáticos, entre los que podemos citar a Temple, von Schlippe y la “fórmula mágica” de Pacejka, que esgrimen ecuaciones que solicitan un gran cúmulo de datos de difícil obtención para cada neumático, por lo que se termina trabajando con valores promedios, y con resultados aproximados.

En el presente trabajo se han respetado las Ecs. (5.6) y (5.7), para reflejar el efecto de aceleración y frenado en curva, y la conformación geométrica del neumático.

Otra variable sensible al coeficiente de rigidez lateral, es la carga vertical sobre la rueda. Esto es importante de considerar porque la distribución de peso en vehículos sobre virados y sub virados, no es igual como se explicó, y genera que los neumáticos delanteros o traseros menos cargados, tengan una rigidez transversal menor, y un comportamiento diferente a los otros. Para poder modelar este efecto, se han utilizado las curvas experimentales de fig. 7.1 (Gillespie T. D., 1992).

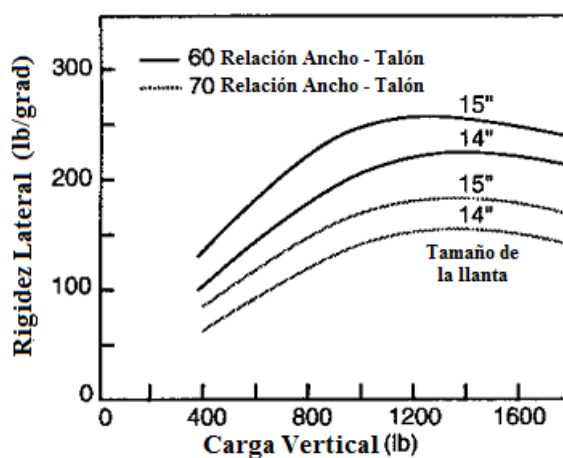


Figura 5.15 Curvas experimentales del coeficiente de rigidez lateral

En la gráfica se representa la interdependencia entre la rigidez transversal, la geometría y la carga sobre el neumático mencionada.

Se observa de las curvas, que la rigidez transversal crece paulatinamente a medida que aumenta la carga vertical hasta un máximo que se considera en correspondencia con la carga vertical nominal del neumático, para luego comenzar a decrecer. En cuanto a la geometría, se ve un corrimiento vertical de las curvas con casi la misma forma.

Los valores de la gráfica indican cargas nominales de aproximadamente 1400 lb (635 kg) por neumático, lo cual es algo elevado para los estándares actuales en automóviles, por lo que para realizar la simulación, se efectuaron algunas correcciones en las curvas.

- 1) Se digitalizaron las curvas en un sistema de diseño asistido por computadora y se obtuvieron las coordenadas sobre los ejes.
- 2) Se modificaron los valores de carga vertical en planilla de cálculo, de manera de conservar la forma de la curva (aproximación cuadrática), pero que la carga nominal tenga valores entre 320 kg y 455 kg por rueda (se movieron las curvas horizontalmente). Esto equivale a un grupo de vehículos con pesos de entre 1270 kg y 1820 kg.
- 3) Se obtuvieron tres curvas para ser utilizadas en el entorno de 317 kg – 362 kg (700 lb – 800 lb), 363 kg – 408 kg (801 lb – 900 lb) y 409 kg – 454 kg (901 lb – 1000 lb) de carga nominal por rueda (Fig. 5.16).
- 4) Se determinaron las líneas de tendencia y las ecuaciones cuadráticas correspondientes con forma general:

$$C_{\alpha}(W) = A \cdot W^2 + B \cdot W + C \quad (5.38)$$

Donde  $A$  es  $-1 \times 10^{-4}$  en las tres ecuaciones,  $B$  es 0.1644 para el entorno 1, 0.1851 para el entorno 2, y 0.2058 para el entorno 3. El término independiente  $C$  debe ser calculado para cada valor de rigidez lateral obtenido por Ec. (5.7), materializando el corrimiento vertical de la curva según la geometría del neumático (fig. 5.15). Para nuestro caso,  $C_{\alpha}$  calculado es 29.57 KN/rad (116.126 lb/grad) y el peso mayor sobre la rueda delantera es de 854 lb. Con el valor  $C_{\alpha}$ , y escogiendo la curva

correspondiente a 900 lb, cuyo máximo más se aproxima, se calculó el término independiente, y se obtuvo la curva rotulada como “Calculada”.

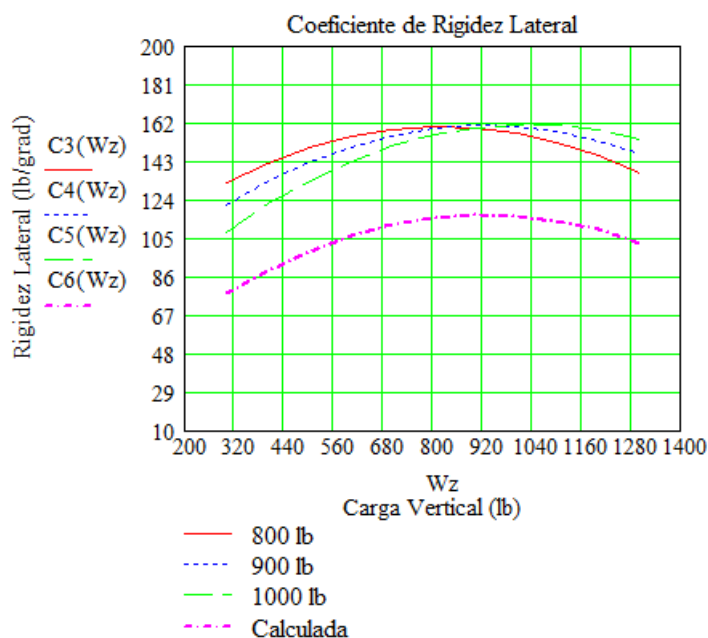


Figura 5.16 Curvas modificadas

- 5) Por último se aplica la ecuación deducida de la nueva curva para determinar la rigidez lateral del neumático menos cargado. Al momento del presente trabajo, este cálculo se realiza al inicio de ejecución del simulador, en el momento que se vuelcan los datos de las características técnicas del vehículo, y se mantiene durante todo el proceso. Se deja planteado para futuros trabajos, la posibilidad de ir modificando la rigidez lateral en función del cambio de cargas producida por la circulación del vehículo.

### 5.6.2 Pruebas realizadas al vehículo virtual:

En la fig. 5.17 se representa el primer ensayo, en el cuál se condujo el vehículo virtual con un ángulo direccional de 2 grados constante, manteniendo el “volante” fijo en esa posición durante la prueba. Se registró la variación en el radio de giro ( $R(vkph)$ ) a medida que se fue aumentando su velocidad ( $vkph$ ) desde 45 kph a 120 kph. En la gráfica se observa una relación parabólica entre las variables (Ec. (5.35)), con un aumento de ambas en el transcurso del tiempo.

Esta variación nos indica que el vehículo testado, es sub virado, con ángulos de deriva delanteros, mayores que los traseros, producida por la distribución de peso indicada en las características técnicas, y por el coeficiente de rigidez transversal calculado en los neumáticos utilizando el modelo de la Ec. (5.7), apartado 5.6.1.

El efecto físico, es que el vehículo se aleja sistemáticamente del centro de la curva por el resultado de la acción de la fuerza lateral y la deformación de los neumáticos explicada en el apartado 5.1.

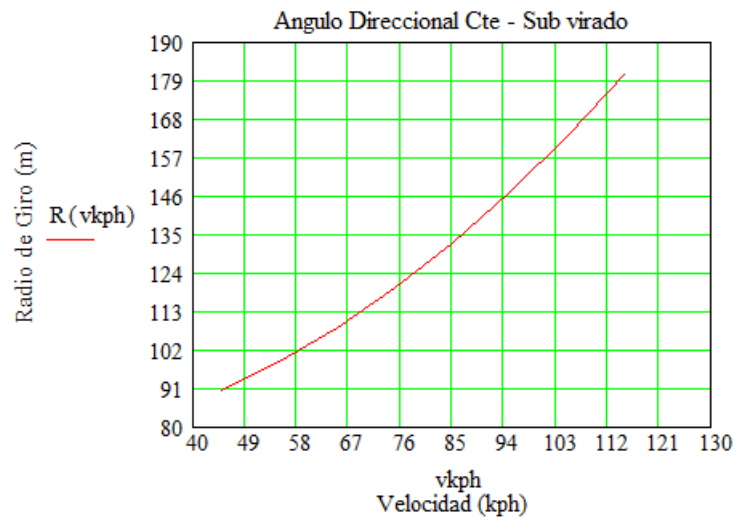


Figura 5.17 Variación del radio de giro del vehículo sub virado

Se puede observar que para velocidades entorno a los 100 kph, el ángulo direccional aplicado, hace que el vehículo recorra la curva modelada sin salirse de calzada.

En la fig. 5.18, se muestra la gráfica obtenida por la realización del procedimiento inverso, es decir, se mantuvo un radio de giro constante de 160 mts para transitar la curva modelada, se aumentó la velocidad del vehículo de 45 kph a 120 kph, y se registró la variación del ángulo de direccional para lograr la maniobra. La gráfica demuestra que a medida que la velocidad se acrecienta, el conductor debe ir corrigiendo la trayectoria dándole mayor ángulo al volante para mantener el radio de la curva, lo que es coincidente con un vehículo sub virado (fig. 5.11).

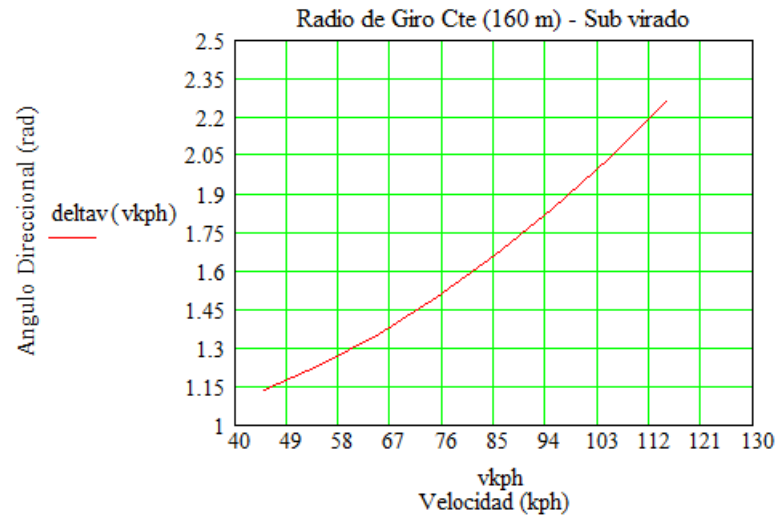


Figura 5.18 Variación del ángulo direccional del vehículo sub virado

El siguiente ensayo consistió en transitar la curva manteniendo el ángulo direccional constante en  $2^\circ$ , e ir registrando la velocidad de rotación del vehículo en la dirección del eje local "z" (fig. 5.19). Se ascendió nuevamente la velocidad hasta los 120 kph, verificándose que a aproximadamente 95 kph se arriba a la velocidad característica. En ese instante se da el valor de máxima rotación para luego comenzar a descender, coincidente con lo presentado en fig. 5.13.

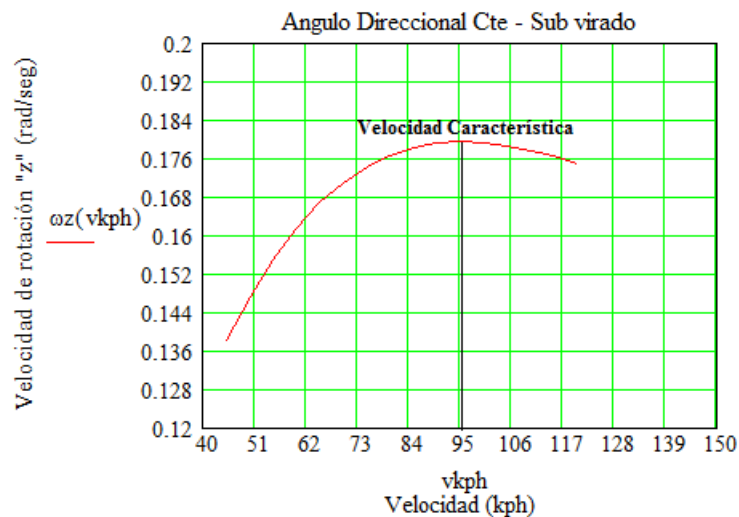


Figura 5.19 Variación de la velocidad rotacional

La velocidad de rotación  $\omega_z$ , permite al vehículo ir siguiendo una trayectoria curva, es decir, que a medida que crece la velocidad longitudinal, debe crecer también la velocidad de rotación. Cuando se llega a la velocidad crítica, ocurre que a pesar de aumentar

la velocidad longitudinal, decrece la tasa de rotación, lo que conlleva a que el vehículo comience a transitar una trayectoria con menor curvatura.

La curva presentada en la gráfica de fig. 5.19, es exclusiva para las características técnicas del vehículo analizado.

En la fig. 5.20, se muestra el análisis de la variación de la aceleración lateral en gs, con la velocidad longitudinal. En línea llena roja se representa la aceleración lateral correspondiente al vehículo modelado en el ensayo, y en línea de trazo azul la aceleración lateral correspondiente al mismo vehículo, pero redistribuyendo los pesos, de manera que se torne neutro. Se puede observar claramente que la curva roja gana aceleración de manera mucho más lenta que la curva azul, coincidiendo nuevamente con las características técnicas de un vehículo sub virado, según se explicó en el apartado 5.4.1.

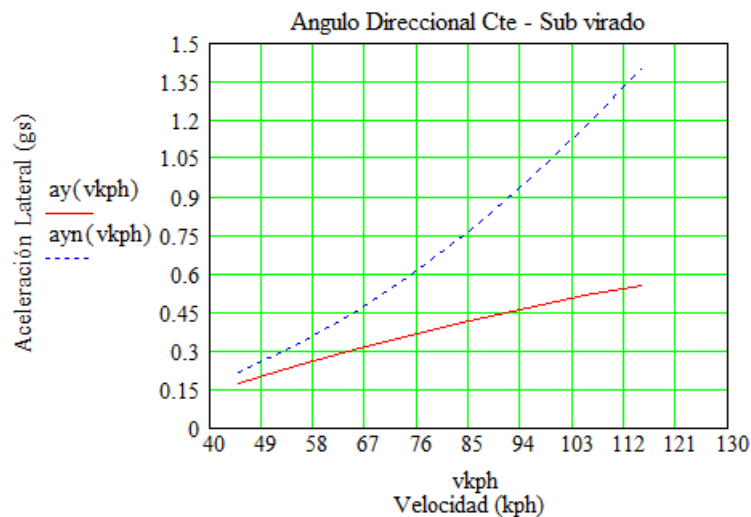


Figura 5.20 Variación de la aceleración lateral

La fuerza lateral es analizada y contrastada con el ángulo de deriva para cada neumático delantero en fig. 5.21, donde se puede observar la simplificación realizada con respecto al gráfico presentado en fig. 5.5.

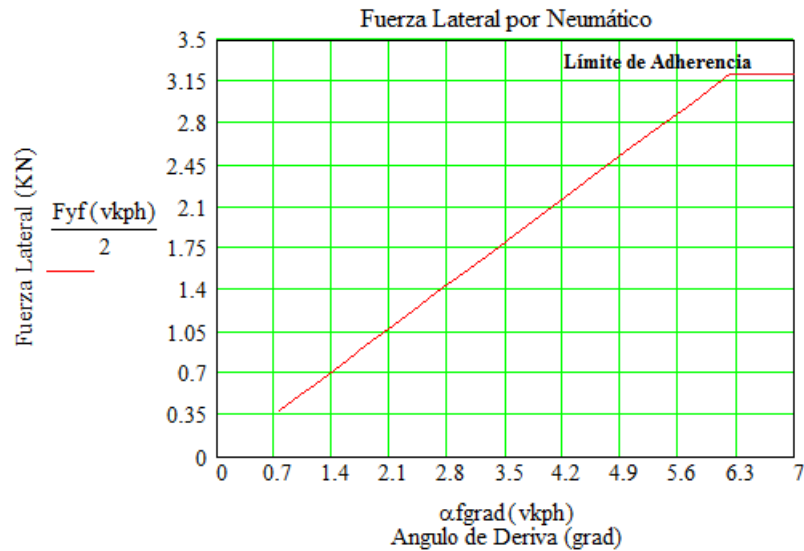


Figura 5.21 Modelo simplificado de la variación fuerza lateral – ángulo de deriva

La pendiente de la recta representa al coeficiente de rigidez transversal  $C_{\alpha}$ , calculado a partir de la Ec. (5.7), apartado 5.6.1 y modificado por Ec. (5.6) en aceleración o frenado.

En este modelo, se induce linealidad hasta el momento en que se llega al límite de adherencia, en donde el vehículo comienza a desplazarse lateralmente por ser la fuerza lateral solicitante, fuerza centrífuga en la curva, mayor que la fuerza de sustentación verificada en cada paso de integración por Ec. (5.36). El ensayo se realiza para velocidades en el entorno de 45 kph hasta 130 kph, sobre el modelado geométrico de carretera indicado al principio de este capítulo.

Analizando los valores obtenidos, vemos que la fuerza lateral crece con la velocidad a medida que también lo hace el ángulo de deriva, respondiendo a la Ec. (5.2), hasta un valor de aproximadamente 3200 N (326 kgf), en correspondencia con un ángulo de deriva de aproximadamente  $6^{\circ}$ , en donde la adherencia es superada, y el vehículo no se sustenta. Estos valores están en un entorno muy cercano a los observados en fig. 5.5.

La fuerza lateral resultante es la diferencia entre la fuerza de sustentación Ec. (5.36) y la fuerza centrífuga Ec. (5.37) al cuál es sometido el vehículo en la curva.

$$F_{lat_i} = F_{cen_i} - F_{crit_i} \quad (5.39)$$

En fig. 5.22 es contrastada con la velocidad longitudinal, indicando el análisis permanente que realiza el modelo en lo que respecta al límite de estabilidad en la curva en

cada paso de integración. En esta oportunidad se giró el volante de manera que el ángulo direccional sea de 2.64 °, y se fue aumentando la velocidad desde los 40 kph hasta los 130 kph.

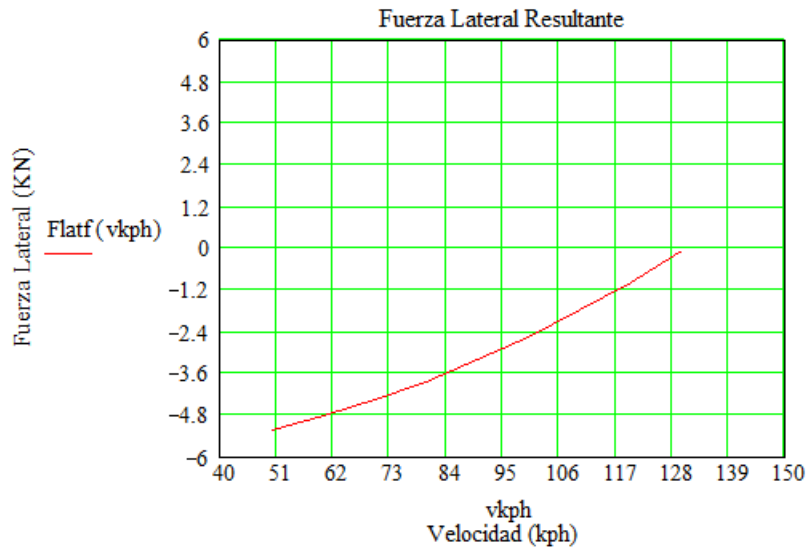


Figura 5.22 Fuerza lateral resultante del análisis de estabilidad

Por las características de vehículo sub virado, el radio de giro va aumentando (fig. 5.15) hasta los 160 mts, a aproximadamente 130 kph. En este punto inicia la inestabilidad, ya que la fuerza centrífuga iguala la sustentación,  $F_{lat}$  llega a cero (fig. 5.22), y para cualquier aumento de velocidad por encima del valor mencionado, el modelo comienza a calcular la aceleración y la velocidad del derrape, y mover lateralmente al vehículo, tomando en cuenta la fuerza lateral resultante, pero calculando  $F_{crit}$  con el coeficiente de adherencia dinámico.



## 6 MÉTODO DE INTEGRACIÓN

Muchas ecuaciones diferenciales de interés para la física, y que expresan modelos matemáticos, muchos de ellos empíricos, de fenómenos de ocurrencia importante dentro de la Ingeniería, tienen características muy complejas que en la mayoría de los casos no permiten que se pueden resolver de manera explícita. Por esta razón, deben aplicarse métodos de resolución numérica aproximados a la solución cerrada, que permitan iterar en pequeños rangos de tiempo la tasa de cambio de la variable, utilizando su valor del paso anterior y a partir de una condición inicial preestablecida (Beckman, 2001).

Las Ecs. (4.12), (4.31), (4.38), representan el fenómeno físico del movimiento del vehículo, y todas las fuerzas que constituyen la resistencia, esto es, rodamiento (empírica) y aerodinámica (semi-empírica), dependen de la variable velocidad, que es a su vez lo que queremos determinar en cada paso de integración.

La variable velocidad es llamada variable dependiente y el elemento con respecto del cuál es diferenciada (tiempo), variable independiente.

Como la función involucra una sola variable independiente, se denomina Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO).

Existen diferentes métodos de integración numérica que arriban con diferente grado de aproximación a la solución de una EDO, y cuál de ellos utilizar, es un problema a resolver dependiendo del grado de complejidad de la ecuación y de los recursos computacionales con que se cuenta (Hoffman J., 2001).

### 6.1 MÉTODO DE EULER

El método de Euler es el más simple, y es el que expresa la solución de la siguiente manera:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \rightarrow y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i) \cdot h \rightarrow h = x_{i+1} - x_i \quad (6.1)$$

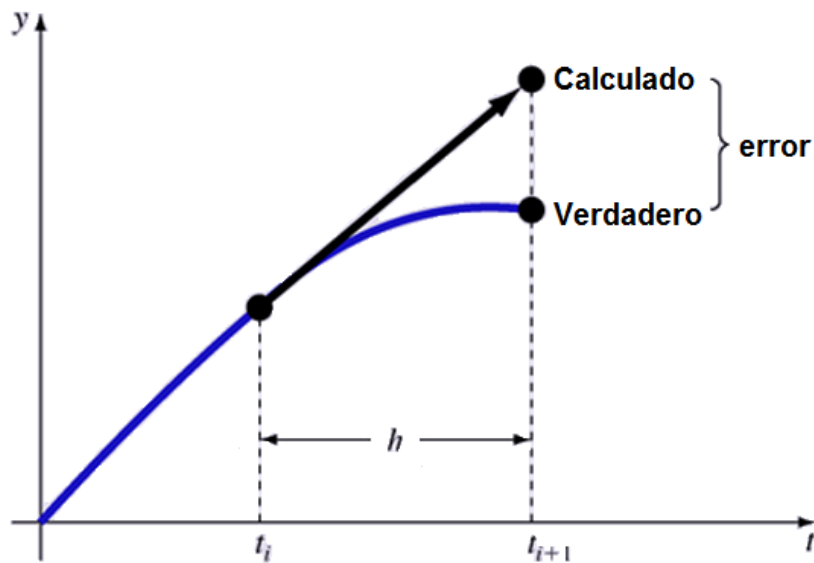


Figura 6.1 Precisión del método de Euler

Como vemos en este caso, el valor calculado se aleja apreciablemente del valor verdadero cuando el paso de integración es lo suficientemente grande, es por esto, que se deben adoptar pasos muy pequeños, para ir corrigiendo el error a medida que se actualiza la variable, con el consiguiente esfuerzo computacional.

Se han diseñado otros métodos en los cuales se ha mejorado la precisión sin aumentar el costo computacional, a partir de predecir los nuevos valores con pendientes promedio entre las localizaciones de la variable independiente.

En el presente trabajo se ha optado por trabajar con Runge-Kutta 4, por ser el método de un solo paso más preciso, y que menos recursos computacionales requiere, teniendo en cuenta los variados cambios de pendiente de las curvas que representan el modelo, durante el proceso de conducción del simulador.

## 6.2 MÉTODO DE RUNGE-KUTTA 4

Los métodos de Runge - Kutta expresan la solución de la siguiente manera:

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h) \cdot h \quad (6.2)$$

En donde  $\phi(x_i, y_i, h)$  se denomina función incremental, y puede ser interpretada como la pendiente representativa del intervalo. La función incremental puede ser escrita como:

$$\phi = a_1 \cdot k_1 + a_2 \cdot k_2 + \dots + a_n \cdot k_n \quad (6.3)$$

La forma clásica del método de Runge-Kutta de 4º orden es el siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta y &= \frac{1}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4] \\ k_1 &= \Delta h [f(x, y)] \\ k_2 &= \Delta h \left[ f \left( x + \frac{1}{2} \Delta h, y + \frac{1}{2} k_1 \right) \right] \\ k_3 &= \Delta h \left[ f \left( x + \frac{1}{2} \Delta h, y + \frac{1}{2} k_2 \right) \right] \\ k_4 &= \Delta h [f(x + \Delta h, y + k_3)] \end{aligned} \quad (6.4)$$

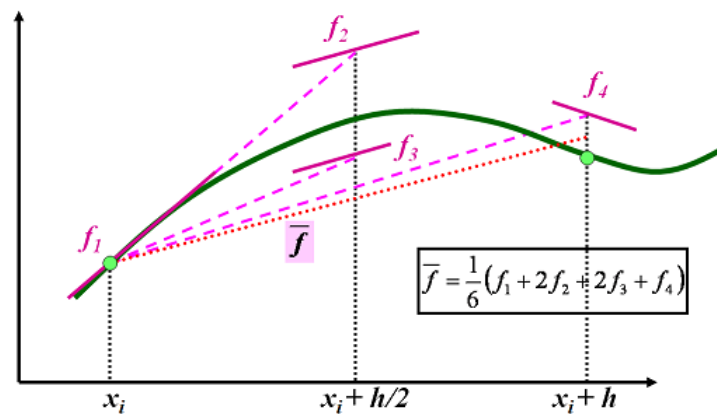


Figura 6.2 Obtención de la pendiente promedio para aproximación a la solución

Cada uno de los  $k$ s de la Ec. (6.4) representa una pendiente, y  $\Delta y$  el promedio pesado de la pendiente mejorada.

## 7 APLICACIONES DE LA HERRAMIENTA DE SIMULACIÓN

El objetivo principal de esta herramienta de simulación es la obtención de diversos datos asociados a la circulación del vehículo virtual por un determinado tramo de carretera, que permite su verificación en cuanto a la obtención de parámetros de operación que deben ser contrastados con los parámetros adoptados en el proyecto para el que fue diseñado. Es ideal que esta operación sea realizada por diferentes conductores con diferentes características personales y computar un proceso estadístico para determinar el resultado.

Así, mediante este procedimiento, se obtiene el perfil de velocidades, que es un elemento clave para analizar la consistencia geométrica del tramo transitado, y su confort de marcha, mediante métodos específicamente desarrollados que así lo permiten (García D., 2008).

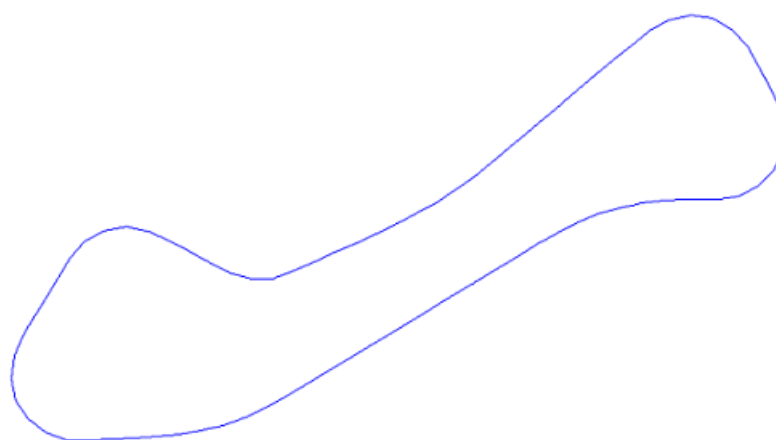
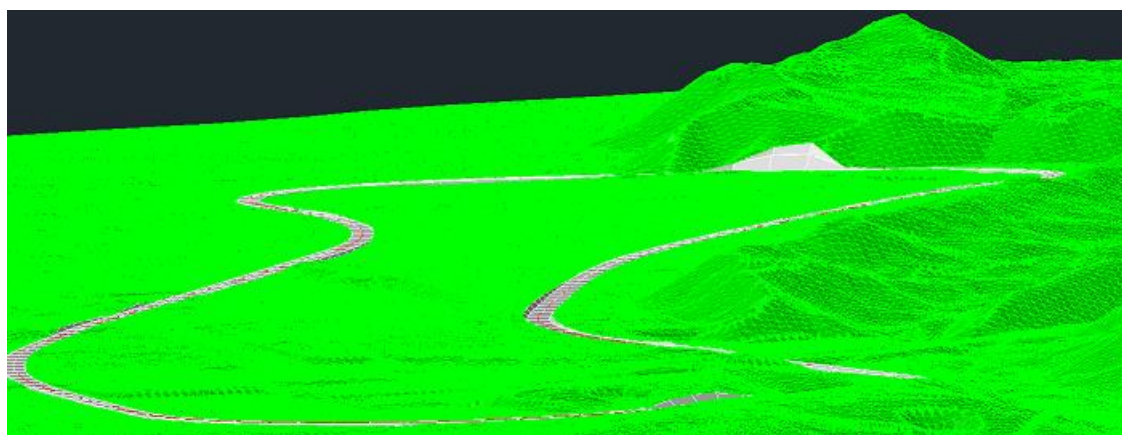


Figura 7.1 Circuito generado para la simulación

Por otro lado, el estudio de las aceleraciones laterales es de primordial importancia para analizar peraltes y radios de curva en relación a la velocidad directriz pre-proyectada (Jim Xu et. al., 2015).

Como demostración de la potencialidad de esta herramienta, se ha generado un circuito de prueba de 4.5 km de extensión (Fig. 7.1), colocado en una zona ondulada de transición a montañosa.

Su concepción resulta en un conjunto de curvas horizontales y verticales, que se superponen en su desarrollo como elemento fundamental en el análisis de la seguridad en la conducción (Kesi You et. al., 2013), y obstrucciones a los costados de la línea de banquina características de este tipo de topografía, que contribuyen a una dificultosa visión para el conductor, pertinente para estudios de visibilidad (García D. et al, 2015).

El proyecto fue realizado por el Dr. Ing. Daniel Sergio Presta García, con el paquete de diseño vial SAEPRO<sup>®</sup>, que se viene desarrollando en la Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), en Porto Alegre, Brasil (García D. et al, 2012).

Las condiciones de pista simuladas, corresponden a un asfalto seco en buenas condiciones, en plena luz del día, con visibilidad despejada (sin niebla) (Fig. 7.2).



Figura 7.2 Aplicación del simulador

Se realizó el recorrido del circuito en condiciones de flujo libre (sin tránsito), por lo que las limitaciones de velocidad fueron impuestas por el proyecto geométrico, y las capacidades dinámicas del vehículo simulado, según dicta el procedimiento de análisis de consistencia geométrica (García D., 2008).

En Fig. 7.3, se presenta la curva del perfil de velocidades confrontada con el tiempo de desarrollo de la prueba, de cuyas pendientes instantáneas se pueden obtener las aceleraciones. Un elemento muy importante presente en esta gráfica, es la determinación del tiempo de recorrido, en este caso en flujo libre, pero puede ser con tránsito, entre un punto A y un punto B de un tramo de carretera calculando la velocidad promedio, limitada por las condiciones impuestas. Esto es primordial en la elaboración de un proyecto vial y en el análisis del tránsito, ya que se puede simular el flujo con diferentes volúmenes posibles y estudiar posibilidades de sobrepaso en distintos sectores de la geometría. En este caso arrojó un valor de aproximadamente 110 kph.

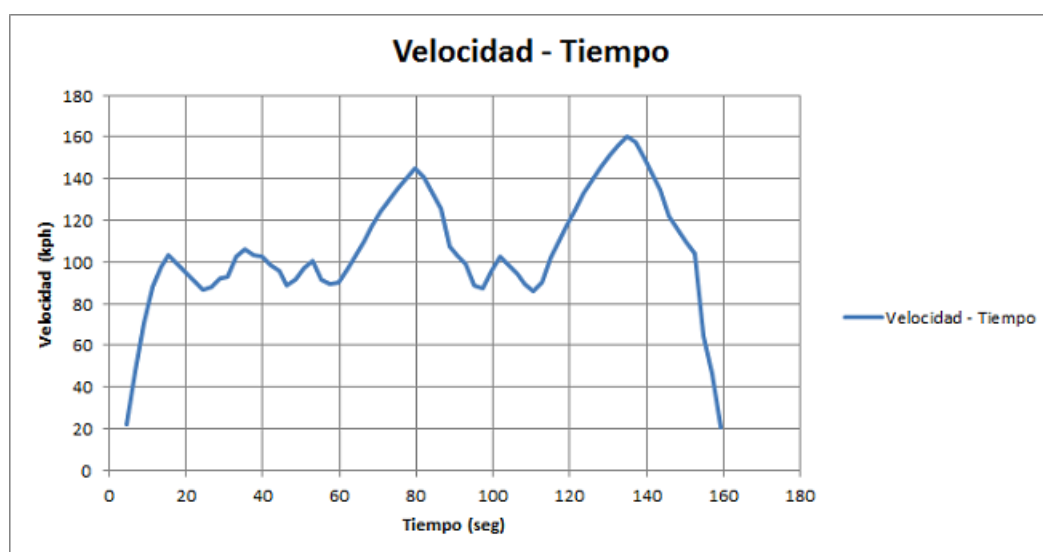


Figura 7.3 Perfil de velocidades en el tiempo

En Fig. 7.4, se presenta la curva del perfil de velocidades confrontada con el espacio recorrido, en Fig. 7.5 el perfil de curvaturas instantáneas que transita el vehículo en el mismo tramo, en donde los valores más grandes de ordenadas, indican la posición en que se encuentran los radios de curva más pequeños y en Fig. 7.6 el perfil de aceleraciones laterales a los largo del circuito.

Estos gráficos combinados, permiten obtener valores de velocidades instantáneas en distintos puntos del tramo, analizar claramente la zona de curvas en donde se dan los

valores de aceleración lateral máximos en correspondencia con esas velocidades alcanzadas, e identificar la zona geométrica del circuito en donde esto ocurre. De esta forma, se puede evaluar la confortabilidad de manejo y el grado de seguridad que ofrece el trazado para las condiciones existentes.

En Fig. 7.4, se puede observar un aumento considerable de la velocidad de circulación en donde se encuentran los tramos rectos, y las curvas de grandes radios. Entre el km 0.5 y el km 1.5, encontramos una zona de curvas de entre 100 y 130 mts (Fig. 7.5), luego una recta y una curva de gran radio entre el km 1.5 y el km 2.6, a partir de allí otra zona de curvas hasta el km 3.2, y finalmente la recta levemente curvada más larga hasta finalizar del circuito.

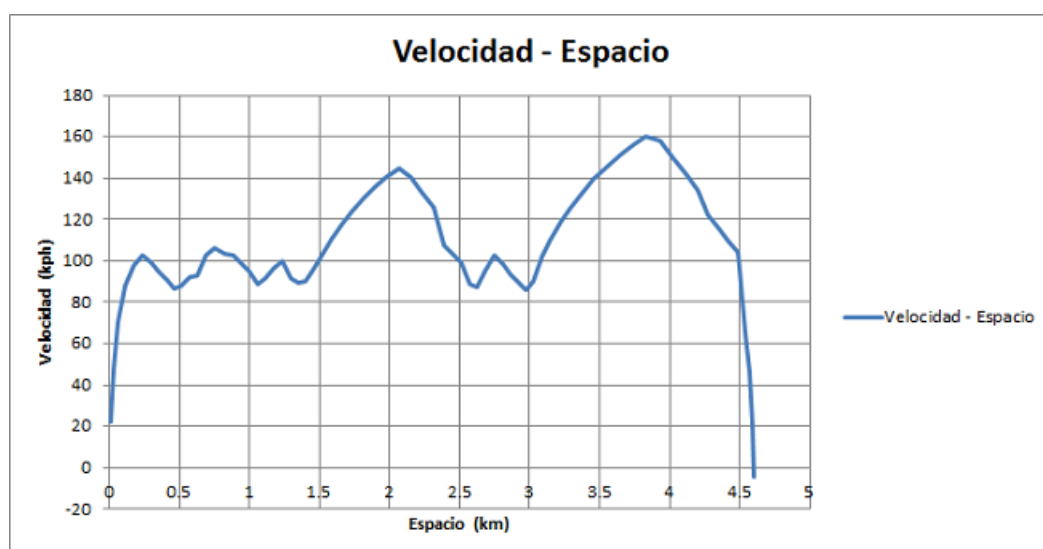


Figura 7.4 Perfil de velocidades en el espacio

Este tipo de perfil de velocidades es utilizado para la verificación de la consistencia geométrica de tramos de carreteras, y la obtención de los índices correspondientes (García D., 2008). Este proceso es uno de los elementos más importantes para determinar la viabilidad de un proyecto en cuanto a su trazado geométrico (García D. et al, 2014).

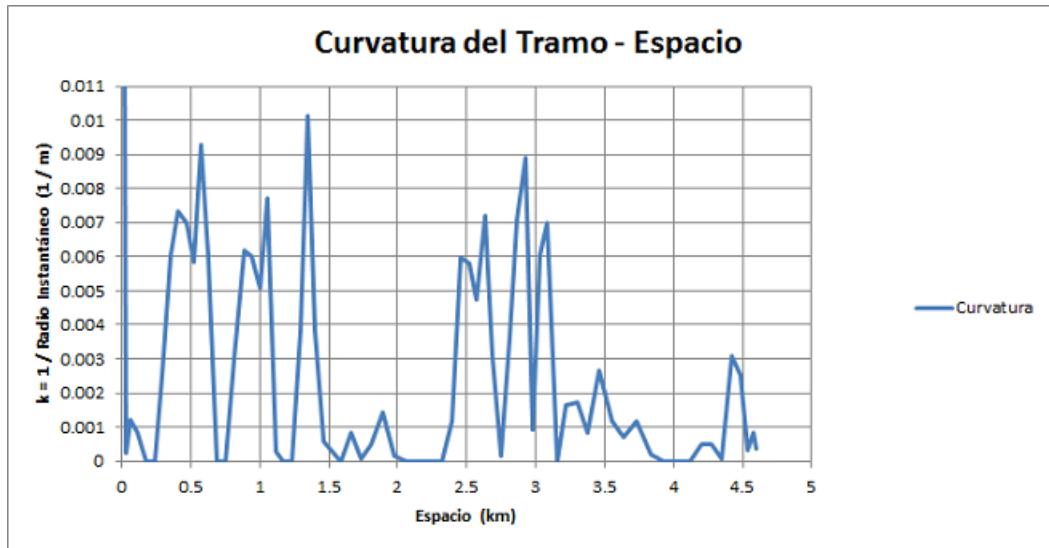


Figura 7.6 Curvatura instantánea del vehículo en el circuito



Figura 7.5 Perfil de aceleraciones laterales

El análisis de estos valores, permite estudiar el nivel de confort que ofrece la geometría del circuito para una determinada velocidad de circulación en cada tramo,

Esta gráfica indica también el grado de prudencia en la conducción del vehículo.



## 8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La elaboración de una herramienta de simulación de conducción de automóviles para verificar la consistencia geométrica de carreteras utilizando modelos simplificados de dinámica de vehículos, permite arribar a las siguientes conclusiones:

### 8.1 CONCLUSIONES ESPECÍFICAS

#### 8.1.1 Conclusiones sobre la geometría computacional propuesta:

Se propuso un método para el posicionamiento del vehículo virtual sobre la superficie de rodamiento, a través de la colocación de vectores en cada una de las ruedas, orientados de manera que intersecten a dicha superficie, y para la detección de objetos circundantes, basado en un algoritmo simple de determinación de la intersección de un vector y un plano triangular. Asimismo, se realizó el cómputo de los ángulos de Euler en combinación con el algoritmo mencionado y se utilizaron matrices para rotar los detectores desde el sistema de coordenadas de objeto al sistema de coordenadas inercial. Este proceso ha demostrado un cálculo rápido y certero de los parámetros geométricos, que permite la realización fluida del render en tiempo real, necesario para brindar naturalidad al movimiento vehicular en la simulación.

#### 8.1.2 Conclusiones sobre el modelo de dinámica longitudinal propuesto:

El modelo de dinámica longitudinal que se propone, se divide en tres partes según sea la acción que el vehículo realice, esto es:

- Aceleración
- Frenado con asistencia del motor
- Frenado por fricción

Los tres modelos están basados en la aplicación de la 2ª ley de Newton.

##### 8.1.2.1 Aceleración:

En este caso, primeramente se verificó la dinámica de un motor de combustión interna de encendido por chispa en aceleración y se comparó con testes disponibles realizados

en banco de prueba, para validar el modelo polinómico de tercer orden utilizado para representar la entrega de potencia y luego de torque.

Los resultados obtenidos de la simulación expresados en gráficos potencia/torque – RPM, arrojaron valores muy cercanos a los experimentales., considerando adecuada su utilización.

A continuación, se computaron las fuerzas de resistencia al avance (aerodinámica y rodadura) en franca aceleración, con el modelo acoplado de Ec. 4.12, sobre el vehículo patrón. Se graficaron las curvas correspondientes, y se verificó la velocidad del vehículo a la cual se produjo el cruce entre ambas, lo que se produjo a aproximadamente 83 kph, en correspondencia con lo expresado por testes experimentales expresados en los libros de texto.

Con estos resultados, se procedió a contrastar pruebas de aceleración en la simulación con pruebas experimentales realizadas por revistas especializadas, y se verificó el tiempo en segundos en alcanzar los 100 kph, los tiempos parciales hasta esa marca, y la velocidad final para el vehículo patrón elegido. Los procedimientos realizados, permitieron observar diferencias mínimas en la performance, teniendo en cuenta los porcentuales calculados, con lo que se considera un correcto desempeño y calibración del modelo.

#### 8.1.2.2 Frenado con asistencia del motor:

Primeramente se modeló la desaceleración del vehículo como resultado de la acción del motor, sin la aplicación del frenado por fricción. Se obtuvo la ecuación que determina el coeficiente de torque de frenado característico de los parámetros intrínsecos del motor de cada vehículo. Se modelaron curvas de velocidad – tiempo y velocidad – espacio en diferentes carpetas de rodamiento con diferentes pendientes longitudinales, y se observó la importancia de uso de esta capacidad de frenado en zonas montañosas y con condiciones desfavorables de superficie.

#### 8.1.2.3 Frenado por fricción:

Las pruebas de frenado por fricción se realizaron sobre el vehículo patrón, se obtuvieron las curvas de desaceleración y se las contrastó con las experimentales, en las mismas condiciones de testeo. Los resultados fueron aceptablemente cercanos en los valores

intermedios y finales, según las diferencias porcentuales obtenidas. El modelo se considera correcto en cuanto a su desarrollo y calibración.

### **8.1.3 Conclusiones sobre el modelo de dinámica en trayectoria curva propuesto**

La dinámica de un vehículo en trayectoria curva se basa en sus características geométricas y dinámicas.

Se desarrolló un modelo que contempla una etapa de tránsito estable en curva a baja velocidad y a alta velocidad, y otra etapa que representa de manera simplificada el evento que se produce luego de sobrepasar el límite de estabilidad, solo considerando el desplazamiento lateral. Se analizaron todas las variables que inciden en el vehículo cuando circula por trayectos en donde se hace necesario el tránsito a través de curvas horizontales y verticales combinadas.

El modelo estable incluye en su desarrollo, la deformación de los neumáticos, en función de su tamaño, rigidez lateral y distribución de peso para el cálculo de la deriva y determinación de la condición giro neutro, sub virado o sobre virado.

En cuanto a la variación de rigidez lateral en función del peso, se analizaron curvas experimentales, se digitalizaron y se obtuvieron sus funciones en el dominio (adoptando el modelo cuadrático). Basado en este procedimiento, se identificaron los coeficientes de la ecuación, y se modificaron dichas curvas de acuerdo a las condiciones del parque automotor promedio actual, para poder ser utilizada en forma dinámica por el simulador.

Se consideró en el cómputo del coeficiente de rigidez transversal, la interacción entre la fuerza lateral generada sobre el neumático por la curva, y la fuerza longitudinal por efecto de la aceleración y el frenado.

Se realizaron las pruebas convencionales para trayectoria curva presentes en la bibliografía al vehículo virtual, y se obtuvieron gráficas coherentes con la condición sub virada del mismo, en comparación con las curvas experimentales.

## 8.2 CONCLUSIÓN GENERAL

Las conclusiones parciales referentes a las diferentes etapas de desarrollo y aplicación del modelo para simular el comportamiento dinámico de un automóvil propuesto en esta tesis, nos conducen a la siguiente conclusión general:

- **Aplicabilidad y eficiencia:** El modelo propuesto presenta simplificaciones parciales en su confección, con respecto a la teoría general de la dinámica de automóviles, sin embargo, luego de ejecutar las simulaciones y contrastarlas con curvas provenientes de testes realizados a vehículos reales, se considera que es adecuado su uso a los fines de los objetivos generales planteados en este trabajo
- **Generalidad de uso:** Si bien los ensayos realizados en la presente tesis fueron orientados a dos vehículos comunes del mercado, con solo alterar los parámetros de las características técnicas, se puede extrapolar su uso a cualquier automóvil del parque automotor que cumpla las condiciones planteadas en las limitaciones del capítulo de introducción, y analizando las curvas experimentales calibrar el modelo.
- **Fluidez y facilidad en la ejecución:** Las simplificaciones generales realizadas al modelo, incluyendo la utilización del teclado para conducir el simulador, que tiene como premisa computar las operaciones matemáticas y de representación 3D en tiempo real, favorecen a una ejecución fluida en computadores estándar del mercado sin accesorios de hardware especiales.

Todas estas conclusiones, conducen a recomendar el uso de esta herramienta, como un complemento importante de los métodos clásicos de análisis de seguridad vial y consistencia geométrica de carreteras.

En este sentido, se entiende a este trabajo, como una contribución significativa al ámbito de la seguridad vial, tanto en la evaluación de nuevos proyectos, como de carreteras construidas bajo condiciones que propenden a la generación de accidentes que provocan millones de muertes o daños permanentes severos a la salud en el mundo.

## 8.3 RECOMENDACIONES

Las recomendaciones que se proponen se dividen en:

### **8.3.1 Recomendaciones para mejorar el modelo propuesto:**

Como recomendación se propone:

- Implementar un modelo de respuesta a la detección y colisión del vehículo conducido, con otros vehículos u objetos del escenario virtual, a través de un algoritmo que permita utilizar el simulador para la investigación y reconstrucción de accidentes de tránsito.
- En este mismo sentido, implementar un modelo más preciso y complejo para representar el movimiento descontrolado del vehículo en trayectoria curva, o en superficies con coeficiente de adherencia muy bajo.
- Implementar en la dinámica longitudinal, aceleración, un algoritmo para complementar el uso del teclado con una entrega de potencia paulatina del motor en cada una de las relaciones de marcha colocadas, simulando una presión parcial del acelerador.
- Implementar un valor dinámico para el coeficiente de adherencia, que se modifique de manera automática en función del tipo de terreno en que se sitúe el vehículo, incluso discriminado por cada una de las ruedas, simulando el fenómeno de diferencia de adherencia en la tracción y el frenado (off-road).

### **8.3.2 Recomendaciones para mejorar el software y hardware utilizado:**

En este caso se propone:

- Generar una adaptación alternativa de la herramienta de simulación al uso de periféricos más adecuados a la conducción de un vehículo, como volante y pedales.
- La utilización de monitores a los costados del conductor, o de pantallas curvas que simulen vista panorámica.
- Generar los archivos ejecutables de cada proyecto de manera que tengan características de estereoscopia, para poder correr la simulación en 3D real. En este caso se debe mudar a una plataforma actualizada del paquete de software utilizado mencionado en la introducción.
- Generar las condiciones de medioambiente por donde circula el vehículo, no solo desde el punto de vista de las variables matemáticas para ser insertas en las ecuaciones, sino también desde la visualización, utilizando por ejemplo partículas para simular lluvia leve e intensa, y nieve.

## REFERENCIAS

ALLEN R. W., APONSO B., ROSENTHAL T. J., *Multidisciplinary new approaches to old problems: an overview of driving simulation research*, Advances in Transportation Studies an international Journal, 2005.

BAVKOV, V. *Road Design and Traffic Safety*. Traffic Engineering & Control. 9, 236 –239, London, UK, 1968.

BLANA E., *A Survey of Driving Research Simulators Around the World*, Institute of Transport Studies, University of Leeds, Working Paper 481, ISSN 0142-8942, 1996.

BECKMAN BRIAN, *The Physics of Racing Part 9: Straights*, P. O. Box 662, Burbank, CA 91503, 1991.

BECKMAN BRIAN, *The Physics of Racing Part 11: Braking*, P. O. Box 662, Burbank, CA 91503, 1991.

BECKMAN BRIAN, *The Physics of Racing Part 23: Hazards of Integration*, P. O. Box 662, Burbank, CA 91503, 2001.

BUDDHAVARAPU PRASAD , BANERJEE AMBARISH , PROZZI JORGE A., *Influence of pavement condition on horizontal curve safety*, Accident Analysis and Prevention, Elsevier, 2012

DI RADO G. R., DEVINCENZI G. H., *Effect of Aerodynamic Resistance on car's Acceleration*, Revista Carreteras, Index Scopus, Asociación Española de Carreteras, ISSN: 0212 – 6389, Número de la edición 163, Pág. 76 a Pág. 80, Madrid, España, Enero – Febrero 2009.

DI RADO G. R., DEVINCENZI G. H., PRESTA GARCÍA DANIEL S., *Aplicación del Método de Integración Numérica de Ecuaciones Diferenciales Runge Y Kutta 4 (Rk4) a un Modelo de Simulación Longitudinal de Dinámica Vehicular Terrestre*, Mecánica Computacional Vol. XXX, págs. 2907-2927, Asociación Argentina de Mecánica Computacional AMCA, 2011.

DIXON, K. K.; WU, C. H.; SARASUA, W.; DANIELS, J. *Posted and Free-Flow Speeds for Rural Multilane Highways in Georgia*. Journal of Transportation Engineering. (November/December 1999) pp. 487–494.

DR. HART PETER M., *Engine Brake Safety and Operational Considerations*, National Transport Commission report, 2006.

FAGERLÖNN JOHAN, ANDERSSON ANDERS, LILJEDAHN MATS, *Advanced driving simulator to evaluate sound design strategies for intelligent transport systems*, ViP, Virtual Prototyping and Assessment by Simulation, 2011

FHWA (2000) *Evaluation of Design Consistency Methods for Two-Lane Rural Highways, Executive Summary*. Federal Highway Administration, FHWA-RD-99-173(25):1-25.

FITZPATRICK, K.; BLASCHKE, J. D.; SHAMBURGER, C. B.; KRAMMES, R. A.; FAMBRO, D. B. *Compatibility of Design Speed, Operating Speed, and Posted Speed*. Final Report FHWA/TX-95/1465-2F. Texas Department of Transportation, College Station, TX Oct. 1995.

FITZPATRICK, K ELEFTERIADOU, L HARWOOD, D COLLINS, J MCFADDEN, J ANDERSON, I KRAMMES, RIRIZARRY, N PARMA, K BAUER, K PASSETTI, K. *Alternative Design Consistency Rating Methods for Two – Lane Rural Highways*. Publication FHWA – RD – 99 – 172. US Department of Transportation, Federal Highway Administration, Washington D.C., U.S.A, 2000.

FLETCHER DUNN – IAN PARBERRY, *3D Math Primer for Graphics and Game Development*, Wordwar Publishing INC., 2002.

GARCÍA, D. S. P. *Método para Análise da Consistência Geométrica de Rodovias Brasileiras de Pista Simples*. Tese de Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFRGS. 2008.

GENTA GIANCARLO, *Motor Vehicle Dynamics Modeling and Simulation*, World Scientific, 2006.

GILLESPIE T. D., *Fundamentals of Vehicle Dynamics*, Society of Automotive Engineers, Inc, 1992.

HEWSON P., *Method for estimating tyre cornering stiffness from basic tyre information*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D Journal of Automobile Engineering, 219 (12). pp. 1407-1412. ISSN 0954-4070, 2005.

HOFFMAN J., *Numerical methods for engineers and Scientists*, Marcel Dekker Inc., 2001.

ISLAM, M.N.; SENEVIRATNE, P.N. *Evaluation of Design Consistency of Two-Lane Rural Highways*. ITE Journal, Vol. 64, No. 2, Washington, DC. Fev. 1994. pp. 28–31.

JIM XU, KUI YANG, YIMING SHAO, GONG YUAN LU, *An Experimental Study on Lateral Acceleration of Cars in Different Environments in Sichuan, Southwest China*, Hindawi Publishing Corporation, Discrete Dynamics in Nature and Society, Article ID

494130, 16 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2015/494130>, 2015.

JAZAR R., *Vehicle Dynamics: Theory and Application*, Springer, 2008.

KESI YOU, LU SUN, *Reliability Analysis of Vehicle Stability on Combined Horizontal and Vertical Alignments: Driving Safety Perspective*, Journal of Transportation Engineering © ASCE / August 2013.

KLEE J., RADWAN E., *Assessment of the Use of a Driving Simulator for Traffic Engineering and Human Factors Studies*, Final Report, Center for Advanced Transportation Systems Simulation, University of Central Florida, February 2004.

LAMM, R., CHOUEIRI, E. M. *Recommendations for Evaluating Horizontal Design Consistency Based on Investigations in the State of New York*. Transportation Research Record 1122, Transportation Research Board, Washington DC. 1987. pp. 68–78.

LANDAU L. D., LIFSHITZ E. M., *Fluids Mechanics*, second edition, Pergamon Press, 1987.

LENGYEL ERIC, *Mathematics for 3D Game Programming and Computer Graphics*, Charles River Media INC., 2004.

LEE WOON-SUNG, KIM JUNG-HA, CHO JUN-HEE, LEE SEUNG-JOON *The Kookmin University Driving Simulators for Vehicle Control System Development and Human Factor Study*, Kookmin University School of Mechanical and Automotive Engineering, Paris, 1999.

MCLEAN, J. *Driver speed behaviour and rural road alignment design*. Traffic Engineering & Control. 4, 208 – 211. London, UK, 1981

MIKE BLUNDELL – DAMIAN HARTY, *The Multibody System Approach to Vehicle Dynamics*, Elsevier Butterworth – Heinemann, 2004.

MILLIKEN W., MILLIKEN D., *Race Car Vehicle Dynamics*, SAE international, 1995.

MONSTER MARCO, *Car Physics for Games*, versión 1.9, <http://www.asawicki.info/Mirror/Car%20Physics%20for%20Games/Car%20Physics%20for%20Games.html>, Noviembre 2003.

MORER CAMO, NAYA VILLAVERDE, MONZÓN GÓMEZ, *Creación de Entornos 3d para un Simulador de Conducción de Automóviles*, XVI Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, 2004



NAUNHEIMER HARALD - BERTSCHE BERND - RYBORZ JOACHIM - NOVAK WOLFGANG, *Automotive Transmissions*, Springer, 2011.

OWSLEY CYNTHIA, MCGWIN GERALD JR., *Vision and driving*, Vision Research, Elsevier Ltd., 2010

PALMER GRANT, *Physics for Game Programmers*, Apress, 2005.

PARKES, A. M., *Data Capture Techniques for RTI Usability Evaluation. In Advanced Telematics in Road Transport. Vol. II. Proceeding of Drive Conference*, (pp. 1440-1456) Brussels. Amsterdam, Elsevier, 1991

PRESTA GARCÍA D. S., WANDSCHEER M. A., GONÇALVES TEIXEIRA F., FRAGA DE FREITAS F., D'AZEVEDO Z., DI RADO G. R., DEVINCENZI G. H., *Diretrizes para Desenvolvimento de um Sistema Avançado para Estudos e Projetos Viários: Modelagem Digital do Terreno e Projeto*, Mecânica Computacional Vol. XXXI, págs. 3095-3109, Asociación Argentina de Mecánica Computacional AMCA, 2012.

PRESTA GARCÍA D. S., WANDSCHEER M. A., GONÇALVES TEIXEIRA F., FRAGA DE FREITAS F., D'AZEVEDO Z., DI RADO G. R., *Diretrizes para Desenvolvimento de um Sistema Avançado para Estudos e Projetos Viários: o Conceito BIM no Projeto de Obras de Infraestrutura*, Panam 2014, 11, 12 y 13 de Junio de 2014, Santander, Cantabria, España.

PRESTA GARCÍA D. S., WANDSCHEER M. A., GONÇALVES TEIXEIRA F., FRAGA DE FREITAS F., D'AZEVEDO Z., DI RADO G. R., *Diretrizes para Desenvolvimento de um Sistema Avançado para Estudos e Projetos Viários: Análise da Visibilidade de Ultrapassagem Horizontal em Curvas À Direita: análise da visibilidade de ultrapassagem horizontal em curvas à direita*, Congresso Nacional de Pesquisa em Transporte da ANPET (29. : 2015 : Ouro Preto, MG) Anais [recurso eletrônico]. Rio de Janeiro: ANPET, 2015 - Brasil.

RAJAMANI R., *Vehicle Dynamics and Control*, Springer, 2006.

RAVISHANKAR ANUSHA, *Cell Phone Distraction Analysis Of Motor Response In A Simulated Driving Environment*, Masters Thesis (Open Access), University of Central Florida, 2004

ROESS R., PRASSAS E., MC SHANE W., *Traffic Engineering*, Pearson Prentice Hall, 2004.

SCHIFF, W., ARNONE, W., Y CROSS, S., *Driving assessment with computer video scenarios: More is sometimes better. Behavior Research Methods, Instruments & Computers*, 26(2),192-194, 1994.

SLOB, J.J., *State-of-the-Art Driving Simulators, a Literature Survey*, DCT report Eindhoven University of Technology Department Mechanical Engineering Control Systems Technology Group, 2008.

SÚLI E. - MAYERS D., *An Introduction to Numerical Analysis*, Cambridge University Press, 2003.

WONG J. Y., *Theory of Ground Vehicles*, John Wiley & Sons INC., 2001.

ZHAO XI, NELSON ALICIA, CHRYSLER SUSAN, AND ZHANG YUNLONG,  
*Automated Generation of Virtual Scenarios in Driving Simulator from Highway Design Data*, Report SWUTC/10/476660-00018-1, Project 476660-00018, Southwest Region University Transportation Center, Texas Transportation Institute, The Texas A&M University System, College Station, Texas 77843-3135. September 2010.

