Comunicaciones Científicas y Tecnológicas Anuales 2020

Docencia
Investigación
Extensión
Gestión

FACULTAD DE ARQUITECTURA Y URBANISMO · UNNE ·

EDITORIAL FAUUNNE

DOCENCIA
INVESTIGACIÓN
EXTENSIÓN
GESTIÓN

Edición
Facultad de Arquitectura y Urbanismo
Universidad Nacional del Nordeste
(H3500COI) Av. Las Heras 727.
Resistencia. Chaco. Argentina
Web site: http//arq.unne.edu.ar

ISSN 1666-4035
 Impreso en Vía Net, Resistencia, Chaco, Argentina. Septiembre de 2017.

ARQUÍMEDES, EL CARBONO Y BUCKMINSTER FÜLLER

Daniel E. VEDOYA
devedoya@gmail.com

Profesor titular de Construcciones II y Estructuras III; director del ITDAHu

RESUMEN

No se sabe quién descubrió la existencia de lo que hoy se conocen como "sólidos platónicos", en homenaje a Platón, que son los cinco poliedros convexos regulares, únicos en su especie por ser resueltos cada uno con un solo polígono regular, que se repite en sus caras: triángulos, cuadrados o pentágonos. Encontrarlos en la naturaleza ya es un tema que merece especial atención. El presente trabajo ofrece una versión estudiada, de las tantas que hay, de una de esas interacciones que se presentan entre geometría y naturaleza. Las cúpulas geodésicas de base reticular desarrolladas por el arquitecto Buckminster Füller sientan un precedente en el campo de las construcciones livianas, con economía de materiales.

PALABRAS CLAVE

Cúpulas geodésicas; economía de la sustancia; mínimo esfuerzo.

INTRODUCCIÓN

Que son cinco y únicos los poliedros regulares es fácil de demostrar, acudiendo a la constante de Euler.
Este gran matemático del siglo XIX descubrió la existencia de una constante en la relación entre las partes de las configuraciones planas compuestas por puntos (**P**), líneas (**L**) y regiones (**R**). Esta relación, consistente en la suma algebraica de las partes constituyentes de la configuración, siempre daba **1: P — L + R = 1**. Y no solo esto. También descubrió que esta relación también se mantenía constante entre las partes constitutivas de los poliedros convexos, vértices (**V**), aristas (**A**) y caras (**C**), aunque en este caso el resultado de la suma algebraica es 2: **V — A + C = 2**. Esta constante, en homenaje a Euler, se la conoce con la letra mayúscula **E** (Ghyka, 1953, 1978).

Existe una variedad infinita de poliedros convexos, pero solo cinco de ellos son regulares. ¿Cómo se podrá confirmar esta hipótesis? En forma muy simple, acudiendo a la simple fórmula de Euler. Con ella se podrá determinar cuántos y cuáles de esa familia infinita de poliedros convexos son regulares, es decir, conformados con un único tipo de polígono regular.

Tanto una configuración plana como los poliedros convexos se definen según su dominio, que se expresa de la siguiente manera:
Para las configuraciones planas:

$$P = a$$
$$L = b$$
$$R = c$$
$$a - b + c = 2$$

Siendo **a** el número de puntos, **b** el número de lados y **c** el número de regiones.
Y para los poliedros convexos:

$$\mathbf{V = m}$$
$$\mathbf{A = n}$$
$$\mathbf{C = p}$$
$$\mathbf{m - n + p = 2 \ (1)}$$

Siendo **m** el número de vértices, **n** el número de aristas y **p** el número de caras.

Los poliedros convexos buscados, por ser regulares, deberán cumplir lo siguiente: el número de lados (***t***) de cada cara será constante y también lo será el de aristas (s) que concurren a un mismo vértice. Multiplicando el número de vértices (m) del poliedro por el de aristas (s) que concurren a cada vértice, se estará considerando

$$m * s = \frac{n}{2} \ ; \ \ m = \frac{n}{2s}$$

Del mismo modo, multiplicando el número de lados (t) que posee cada cara del poliedro por el número de caras del poliedro, también se estará considerando dos veces el número de aristas, dado que cada una de ellas es el vínculo de cada dos caras del poliedro:

$$p * t = \frac{n}{2} \ ; \ \ m = \frac{n}{2t}$$

Reemplazando en (1) los valores de m y (p), respectivamente, se tiene:

$$\frac{n}{2s} - n + \frac{n}{2t} = 2 \quad (2)$$

Dado que los ángulos interiores de un triángulo equilátero miden 60°, los del cuadrado miden 90°, los del pentágono, 108°, los del hexágono, 120 °, etc., queda demostrado que no podrá formar un poliedro con más de cinco triángulos equiláteros, ni con más de tres cuadrados o pentágonos, y tampoco con tres hexágonos, porque si así fuera, se estaría en el caso de un telesado plano (Vedoya, 2013). Por lo dicho, los poliedros convexos regulares se conformarán solo con polígonos regulares que sean triángulos equiláteros, cuadrados o pentágonos, por lo que t adoptará solo valores de ***3***, ***4*** o ***5*** lados por cada cara. Esto conduce a lo siguiente: 1) las caras de estos poliedros convexos regulares deberán ser triángulos, cuadrados o pentágonos, lo que da los valores correspondientes de t (***3, 4*** y ***5***); y 2) a un determinado vértice, solo podrán concurrir tres, cuatro o cinco de estos polígonos regulares, lo que establece los valores correspondientes de s.

Reemplazando alternativamente estos valores (***3***, ***4*** y ***5***) en (4), encontramos los valores correspondientes a n, y reemplazando alternativamente los valores de n en (1), se hallan los valores de n y p. Con estos valores hallados, se construye el cuadro I.

Queda así demostrado que los poliedros convexos regulares son cinco y nada más que cinco. Si bien en el mundo antiguo abundan las referencias a estos poliedros, no se conoce quién los descubrió ni cuándo sucedió esto. No obstante, existen evidencias de que el conocimiento de su existencia ya se tenía desde tiempos muy remotos.

En Escocia fueron encontradas unas piezas talladas en piedra que reproducen los cinco poliedros convexos regulares (Fig. 1). Su antigüedad está estimada en 2000 años a. C., en el Neolítico.

DESARROLLO

Hoy se los identifica como “sólidos platónicos", en homenaje a Platón (428-347 a. C.), quien ha hecho referencias a su existencia en el Timeo, en sus diálogos con Sócrates, que resulta ser la primera obra escrita en la que se habla de estos singulares poliedros. Integrar un sólido tridimensional con solo polígonos de una misma especie constituyó un hallazgo asombroso. Y, como se ha visto, no solo ha sido uno, sino cinco: tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro. Quizá por

N.°	NOMBRE	VÉRTICES	ARISTAS	CARAS	ARISTAS POR VÉRTICE	ARISTAS POR CARA
1	TETRAEDRO	4	6	4	3	3
2	HEXAEDRO O CUBO	8	12	6	3	4
3	OCTAEDRO	6	12	8	4	3
4	DODECAEDRO	20	30	12	3	5
5	ICOSAEDRO	12	30	20	5	3

Cuadro 1. Fuente: producción propia

esto les asignaron una significación mágica o mitológica: "El fuego está formado por tetraedros; el aire, de octaedros; el agua, de icosaedros; la tierra de cubos".

Como estos elementos, en número de cuatro, no conformaban la totalidad de los poliedros convexos regulares, asignaron al dodecaedro valores significativos, debido a que sus componentes se encuentran proporcionalmente relacionados con valores el número de oro: Φ (phi), por lo que reconocían en esta relación la presencia del universo, e identificaron con la quintaesencia, el éter: "y como aún es posible una quinta forma, Dios ha utilizado esta, el dodecaedro pentagonal, para que sirva de límite al mundo" (Platón).

Arquímedes de Siracusa (ca. 287 a. C. – ca. 212 a. C.) se destacó por sus múltiples descubrimientos e invenciones. Se le reconoce haber resuelto el problema de la corona del rey, al descubrir el fenómeno del desplazamiento de un líquido según el peso del cuerpo que se sumerge en él. También resolvió el problema de trasladar agua desde un nivel inferior a uno superior mediante el artificio que lleva su nombre: el "tornillo de Arquímedes". Lo más interesante es que descubrió que si se dividen las aristas de los poliedros regulares en dos y tres partes y luego se unen estos puntos divisorios entre sí, se obtienen otros poliedros convexos que, si bien no son regulares, en su conformación participan solo polígonos regulares. Este mismo procedimiento lo aplicó a los poliedros resultantes, y así logró once poliedros convexos que por sus características denominó semirregulares. Luego obtuvo otros dos más, surgidos del cubo y del dodecaedro, en los cuales rodeó cada cara con triángulos equiláteros. A estos los llamó cubo plegado y dodecaedro plegado. Estos trece poliedros semirregulares se conocen hoy como Poliedros Arquimedianos, en homenaje a Arquímedes. Estos son sus nombres: dividiendo las aristas por mitades resultan el cuboctaedro (indistintamente del cubo o del octaedro) y el icosidodecaedro (indistintamente del icosaedro o del dodecaedro), rombicuboctaedro (del cuboctaedro) y rombicosidodecaedro (del icosidodecaedro), y dividiendo las aristas en tercios, tetraedro truncado, cubo truncado, octaedro truncado o poliedro de Lord Kelvin, dodecaedro truncado, icosaedro truncado, cuboctaedro truncado e icosidodecaedro truncado. Completan esta familia de trece poliedros semirregulares el cubo plegado y el dodecaedro plegado.

El arquitecto Richard Buckminster Füller (1895-1983) fue el autor de la primera cúpula geodésica del mundo que podía sostener su propio peso sin límite, construida en 1949. En 1950 construyó una gigantesca cúpula geodésica que le mereció el reconocimiento internacional, pero quizá su obra más elocuente sea la cúpula geodésica que construyó para el pabellón americano de la Expo 67 (figura 2), realizada en la ciudad de Montreal (Canadá).

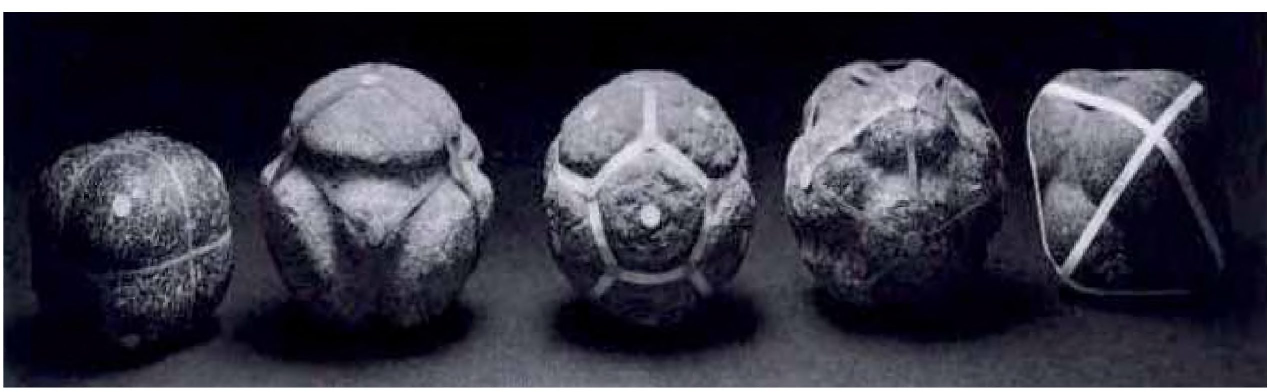

Figura 1. *Tallas de piedra del Neolítico (ca. 2000 a. C.), encontradas en Escocia. Fuente: Ashmolean Museum de Oxford*

Figura 2. *Cúpula geodésica del pabellón americano de la Expo 67, en Montreal, Canadá. Fuente: ID de la imagen: KMR11Y*

Su mayor preocupación era lograr obtener lo máximo de cada material, lo que lo llevó a acuñar la palabra ***Dymaxion*** (***Dynamic Maximum Tension***), con la que bautizó muchas de sus invenciones: la casa Dymaxion, el mapa Dymaxion, el coche Dymaxion, etc. Convencido de la eficacia de sus estructuras, aseguró que podría cubrir la isla de Manhattan, en la desembocadura del río Hudson, al norte del puerto de Nueva York, con una cúpula geodésica de 3,2 km de diámetro, resuelta con una malla metálica para la que aseguraba se emplearía menos acero que el que se necesitaría para construir un acorazado (figura 3).

Figura 3. *Proyecto de cubierta geodésica sobre la isla de Manhattan. Fuente: https://noticias.arq.com.mx/*

El carbono es un elemento químico de número atómico 6, trivalente, con características muy notables, y quizá uno de los más importantes que se conocen. En la prehistoria, el hombre ya tuvo contacto con el carbono, mediante la combustión incompleta de materiales orgánicos, y lo conocieron en sus formas de carbón vegetal y negro de humo.

Tanto el diamante como el grafito son formas alotrópicas del carbono, que se completan con otras tres: el grafeno, el carbino y el fullereno. Con una estructura parecida a la del grafito, los fullerenos completan su empaquetamiento incorporando pentágonos y, en algunos casos, heptágonos (polígonos de siete lados). De todos, el que ocupa la atención de este trabajo es el C60 (figura 4).

Su conformación compuesta de 12 pentágonos y 20 hexágonos hace recordar al balón de fútbol y, más precisamente, a las cúpulas geodésicas creadas por Buckminster Füller. Esta coincidencia fue motivo para bautizar esta nueva forma alotrópica del carbono con el nombre "buckminsterfullereno" o simplemente "fullereno". Los fullerenos fueron descubiertos en 1985 por los científicos H. Kroto, R. Curl y R. Smalley. Debido a este descubrimiento fueron galardonados en 1996 con el Premio Nobel de Química.

REFLEXIÓN FINAL

Resulta interesante no solo la conformación de los cinco poliedros regulares, en cuya composición intervienen triángulos equiláteros (en el tetraedro, el octaedro y el icosaedro), cuadrados regulares (en el cubo o hexaedro) y pentágonos regulares (en el dodecaedro), sino que, del mismo modo, en los semirregulares o arquimedianos también participan polígonos regulares, aunque combinando en cantidad y variedad triángulos equiláteros, cuadrados, pentágonos, hexágonos, octógonos y decágonos regulares.

No obstante, lo que también es destacable —y además admirable— es que esta forma está presente en el cuadro de poliedros convexos semirregulares, o arquimedianos, más precisamente el "icosaedro truncado" (figura 5). Esto adquiere mayor relevancia al advertir que este poliedro se encuentra entre las figuras que Leonardo Da Vinci hizo para ilustrar el libro ***La divina proporción***, que Fray Luca Pacioli escribió, en 1509, en homenaje al duque Ludovico Sforza, conocido como "el Moro" (figura 6).

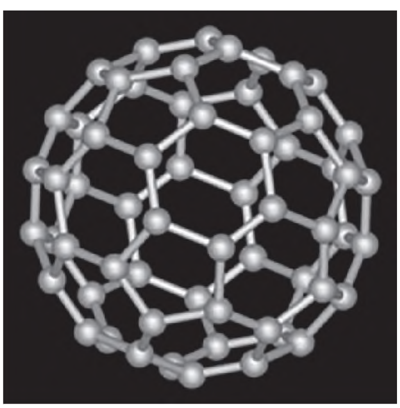

Figura 4. *Buckminsterfullereno C60. Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Fullereno*

Figura 5. *Icosaedro truncado*

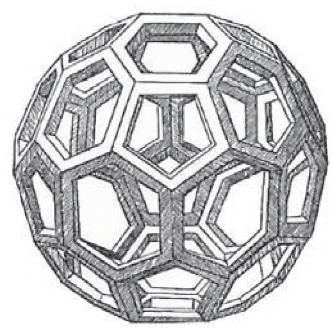

Figura 6. *Icosaedro truncado*

Fuente: Luca Pacioli (1509), La divina proporción. Editorial Losada. Ilustraciones de Leonardo Da Vinci

BIBLIOGRAFÍA

PLATÓN (2007). *Diálogos VI. Filebo, Timeo, Critias, Cartas. Barcelona* (España): Editorial Gredos SA (original publicado en el s. III a. C.).

GHYKA, Matila C. (1978). *El número de oro. T. I, Los ritmos; T. II, Los ritos*. Barcelona (España): Editorial Poseidón SRL.

GHYKA, Matila C. (1953). *Estética de las proporciones en las artes y en la naturaleza*. Barcelona (España): Editorial Poseidón SRL.

PACIOLI, Luca (1959). *La divina proporción*. Buenos Aires (Argentina): Editorial Losada.

VEDOYA, Daniel Edgardo (2013). *Principios básicos para la estructuración del espacio.* Corrientes (Argentina): Ediciones del ITDAHu. ■